

LIMTREBOKA

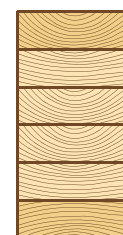
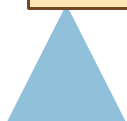
Beregningseksempler



2018

LIMTREBOKA

Beregningseksempler



Copyright © 2018

Norske Limtreprodusenters Forening

ISBN:

Grafisk produksjon: John Grieg AS, Bergen

Omslagsdesign: Kolbein Bell

Forsidebilde: Håkons Hall, Lillehammer 2017

Foto: Marius Mykleset

FORORD

Denne eksempelboken er et supplement til LIMTREBOKA 2015. Begge bøkene har sitt utgangspunkt i et finsk-norsk-svensk samarbeidsprosjekt som, under ledelse av professor Roberto Crocetti ved Lund Tekniska Högskola, utarbeidet en limtrehåndbok i tre deler skrevet på engelsk:

Del 1 : *Glulam manual (Facts about glulam)*

Del 2 : *Design of glulam structures (The Handbook)*

Del 3 : *Worked examples og glulam design*

Den engelske versjonen ble ferdigstilt i 2014.

Limtreboka 2015 er en bearbeidet oversettelse av del 2. Denne eksempelboken er den norske versjonen av del 3. Den er i hovedsak bygd opp som den engelske del 3, men den er ikke en oversettelse av denne. Våre eksempler, som stort sett dekker de samme problemtyper som originalen, er tilpasset norske forhold hva angår både løsninger og laster. Vi har dessuten lagt større vekt på å kommentere/diskutere valgte løsninger samt faktorer gitt i de norske nasjonale tilleggene til Eurokodene.

En foreløpige utgaven, som bare ble distribuert digitalt i 2017, inneholdt de første 14 eksemplene og dekket dimensjonering av typiske limtrekonstruksjoner i henhold til gjeldende Eurokoder. Denne utgaven omfatter eksempler knyttet til forbindelser og mer spesielle forhold som brann, innsnitt og hull og forsterkninger; den er også tilgjengelig på papir.

Det er ikke sikkert at alle finner et eksempel om sitt problem, men vi tror at vi har dekket de viktigste og mest sentrale problemstillinger. Vi ligger etter opprinnelig tidsplan og fant det nå nødvendig å sette strek.

Vi takker Åge Holmestad, tidligere administrerende direktør av og nå prosjektutvikler/seniorrådgiver ved Moelven Limtre AS, for gode innspill og god korrekturlesing.

Trondheim/Moelv

Mai 2018

Kolbein Bell
Professor emeritus
NTNU
kolbein.bell@ntnu.no

Harald Liven
Prosjektutvikler/Konstruktør
Moelven Limtre AS
harald.liven@moelven.no

Ansvar

LIMTREBOKA – Beregningseksempler utgis av Norske Limtreprodusenters For-
ening. Det er lagt stor vekt på å presentere en korrekt forståelse av problemenes
egenart og standardens bestemmelser, samt korrekte resultater av beregningene.
Utgiver kan imidlertid ikke garantere at det ikke finnes feil eller misforståelser,
og bruker av boken er derfor selv ansvarlig for egne resultater som bygger på
bokens løsninger.

Innhold

Forord	iii
Ansvar	iv
INTRODUKSJON	1
1. Bakgrunn, hensikt og forutsetninger	1
2. Standarder	2
3. Kontroller, laster og lastkombinasjoner	3
4. Limtre – klassifisering og egenskaper	7
5. Forbindelser	12
6. Beregninger – bruk av dataverktøy	13
7. Symboler og layout	14
8. Nøyaktighet	14
EKSEMPLER	15
Eksempel 1: Fritt opplagt bjelke	17
Eksempel 2: Bjelkelag	27
Eksempel 3: Kontinuerlig bjelke	37
Eksempel 4: Gerber-bjelke	49
Eksempel 5: Søylar	53
Eksempel 6: Saltaksbjelke	63

Eksempel 7: Pulttaksbjelke	75
Eksempel 8: Plankrum bjelke	83
Eksempel 9: Åser	93
Eksempel 10: Saltakstol med strekkbånd	105
Eksempel 11: Fagverk med skrå overgurt	121
Eksempel 12: Treleddsramme med krumt hjørne	133
Eksempel 13: Treleddsramme med sammensatt hjørne	145
Eksempel 14: Treleddsbue	157
Eksempel 15: Branndimensjonering	171
Eksempel 16: Innsnitt ved bjelkeopplegg	181
Eksempel 17: Forsterkning ved bjelkeopplegg	191
Eksempel 18: Forsterkning av bjelke med hull	201
Eksempel 19: Innhengt last i limtrebjelke	213
Eksempel 20: Avstivning av bjelke-søyle forbindelse	219
Eksempel 21: Forbindelser i fagverk	227
Referanser	243

Introduksjon

1. Bakgrunn, hensikt og forutsetninger

Bakgrunn

Et samarbeidsprosjekt mellom Finland, Norge og Sverige, under ledelse av professor Roberto Crocetti, ved Lund Tekniska Högskola, resulterte i 2013 i en serie på tre HÅNDBØKER om limtre, alle skrevet på engelsk.

Del 1 – *Glulam Manual (Facts about glulam)* er ikke oversatt til norsk.

Del 2 – *Design of glulam structures (The Handbook)* er oversatt og bearbeidet til norske forhold – utgitt som Limtreboka 2015 [1].

Del 3 – *Worked examples of glulam design* er utgangspunktet for denne publikasjonen. Selv om dette ikke er en oversettelse av den engelske versjonen bygger mange av eksemplene i denne boken på eksemplene i den engelske versjonen. Alle eksemplene gjengitt her er imidlertid tilpasset norske forhold og norske bestemmelser. Det betyr blant annet at spennvidder og laster kan være forskjellig fra det som er benyttet i den engelske og svenske [2] versjonen.

Hensikt

Den primære hensikt er å vise eksempler på hvordan en kan sikre at bærende konstruksjoner i limtre tilfredsstillende de bruks- og sikkerhetskrav som samfunnet stiller, uten unødig bruk av materiale. I utgangspunktet er norsk lov på dette området tilfredsstillende dersom konstruksjonen tilfredsstillende kravene som stilles i Norsk Standard.

Dimensjoneringen av en bærende konstruksjon er normalt en iterasjonsprosess hvor en med utgangspunkt i *antatte* dimensjoner arbeider seg frem til den mest hensiktsmessige/økonomiske konstruksjon som tilfredsstillende de kontroller standarden foreskriver.

*Vi vil konsentrere oss om selve kontrollene; vi er i mindre grad opptatt av å komme frem til de mest optimale dimensjoner. Det betyr også at vi legger liten vekt på såkalt forhåndsdimensjonering. Basert på erfaringsdata, som f.eks. gjengitt i Limtreboka [1], antar vi dimensjoner og kontrollerer disse, og nøyer oss stort sett med å kommentere om vi bør gjenta kontrollene med økte eller reduserte dimensjoner. Et gitt eksempel omfatter heller ikke nødvendigvis *alle* kontroller som bør utføres, og i noen tilfeller kan utelatte kontroller dukke opp i andre eksempler som tar for seg mer spesielle og avgrensede problemstillinger som*

Introduksjon

f.eks. forbindelser. Dette er gjort for å lette navigeringen - brukeren skal raskt kunne gå til sitt spesifikke problem.

Vi vil fokusere på det som har med trevirket å gjøre. En typisk trekonstruksjon omfatter som regel også andre materialer, spesielt stål i tilknytning til forbindelser og forsterkninger. Disse materialene må, ved en reell dimensjonering, selvsagt også kontrolleres. Slike kontroller vil vi her ta relativt lett på.

Eksempelsamlingen er med andre ord ikke et forsøk på å vise "mønsterløsninger" på fullstendige dimensjoneringsoppgaver.

Forutsetninger

Dette er ikke en lærebok. Vi forutsetter at brukeren av boken har tilfredsstillende kunnskaper i mekanikk og at hun/han er fortrolig med tre som konstruksjonsmateriale. Vi kommer ikke til å gjennomføre lengre utledninger, men vil henviser til Limtreboka [1] og lærebøker, f.eks. [3], og eventuelt andre trykksaker om nødvendig.

2. Standarder

For praktiske formål tilfredsstiller vi kravene i Plan- og bygningsloven samt Byggeforskriftene dersom vi tilfredsstiller kravene i Norsk Standard, og det vil i dag si kravene i de konstruktive Eurokodene og de underliggende standarder som disse refererer til. For trekonstruksjoner vil dette i hovedsak si det som i dagligtale omtales som Eurokode 5 ("trestandarden"). Eurokode 5 består av tre deler:

NS-EN 1995-1-1 Allmenne regler og regler for bygninger

NS-EN 1995-1-2 Brannteknisk dimensjonering

NS-EN 1995-2 Bruer

Her står EN for *European Norm* og NS for Norsk Standard. Dagens versjon av hoveddelen, NS-EN 1995-1-1, omfatter diverse rettelser/endringer beskrevet i følgende to *endringsblad*:

NS-EN 1995-1-1:2004/A1:2008

NS-EN 1995-1-1:2004/A2:2014

samt et nasjonalt tillegg (*national annex* – NA):

NS-EN 1995-1-1:2004/NA:2010

med følgende *endringsblad*:

NS-EN 1995-1-1:2004/NA:2010/A1:2013

Når vi i tilknytning til eksemplene refererer til

EK5-1

så mener vi dagens versjon av NS-EN 1995-1-1, det vil si den opprinnelige versjonen (datert 2004) sammen med alle rettelser/endringer som er omtalt i de fire ovenfor nevnte tillegg og endringer.

Det nasjonale tillegget fastlegger nasjonale bestemmelser som er tillatt i enkelte av standardens punkter. De viktigste parametrene dette gjelder er vist i tabell 1.

Tabell 1 – Verdier for noen viktige parametre

Parameter	Verdi	
	EN	NS
γ_M – materialfaktor for limtre	1,25	1,15
k_{cr} – sprekkfaktor for limtre (ved skjær)	0,67	0,80

I eksemplene benytter vi konsekvent norske verdier der slike er definert, og disse vil bli markert ved at de angis med rødt når de avviker fra verdiene i den "originale" Eurokoden.

EK5-1 refererer til en rekke andre EN-standarder, som f.eks. EN 14080 som angir viktige bestemmelser for limtre, så som de mekaniske egenskapene (fasthet og stivhet). Alle disse standardene er nå vedtatt som Norsk Standard og har betegnelser som begynner med NS, dvs. som NS-EN xxxx. De viktigste Eurokodene er oversatt til norsk, men de fleste foreligger bare på engelsk; det forhindrer ikke at de også har gyldighet i Norge.

Eurokodene dekker ikke alle forhold, og i noen av eksemplene vil vi, der **EK5-1** enten ikke har bestemmelser eller har bestemmelser som er vanskelige å tolke, benytte regler fra andre anerkjente kilder. Dette vil bli tydelig markert i teksten.

I tillegg til de direkte trerelaterte standardene inneholder selvsagt NS-EN 1990 ("pålitelighetsstandard" – Eurokode 0) og NS-EN 1991 (laststandard – i 10 deler) mange viktige bestemmelser for dimensjoneringsprosessen. Noen av disse er omtalt i neste avsnitt.

I de neste to avsnittene er det tatt med et sammendrag av den viktigste informasjonen som angår prosjektering av limtrekonstruksjoner, spesielt informasjon som finnes i de litt mer "perifere" standardene. Dette til tross for at det meste av denne informasjonen også finnes i Limtreboka [1], og at det forutsettes at leseren har tilgang også til de viktigste standardene, spesielt NS-EN 1995-1-1.

3. Kontroller, laster og lastkombinasjoner

Eurokodene er *grensetilstands* koder (*limit state codes*); dette betyr at kravene til konstruksjoners pålitelighet er knyttet opp mot klart definerte tilstander som ikke må overskrides dersom konstruksjonen skal tilfredsstillere spesifiserte kriterier. Eurokodene definerer to grensetilstander:

- **Bruddgrensetilstand (ULS – ultimate limit state)**
- **Bruksgrensetilstand (SLS – serviceability limit state)**

Bruddgrensetilstanden er knyttet til sammenbrudd eller lignende former for konstruksjonssvikt, mens bruksgrensetilstanden er knyttet til konstruksjonens funksjonsdyktighet, og har i hovedsak å gjøre med deformasjoner og vibrasjoner.

Introduksjon

Eurokodene er basert på en *semi-probabilistisk* dimensjoneringsfilosofi hvor en, ved hjelp av *partialkoeffisienter* for kapasitet (som materialfaktoren γ_M) og laster (størrelse γ_F og forekomst ψ) kan kontrollere lastvirkningen mot tillatte verdier.

Lastene, eller kanskje heller påvirkningen, deles inn i følgende grupper:

- Permanent påvirkning G – f.eks. egenlast
- Variabel påvirkning Q – f.eks. naturlaster fra snø og vind
- Ulykkespåvirkning A – f.eks. brann og jordskjelv

Den variable påvirkning har fordeling i både *rom* og *tid*. Den romlige fordeling er gitt som *karakteristiske* verdier i de forskjellige delene av NS-EN 1991 (f.eks. angir del 3 snølaste og del 4 vindlaste). Fordelingen i tid ivaretas av faktorene ψ_0 (kombinasjonsfaktor), ψ_1 (kombinasjonsfaktor for *ofte forekommende* verdi) og ψ_2 (kombinasjonsfaktor for *tilnærmet permanent* verdi). Verdier for kombinasjonsfaktorene, gitt i det norske NA til NS-EN 1990, er gjengitt i tabell 2.

Et *lasttilfelle* består av *samtidig* opptredende verdier av laster og deres plassering; normalt er også lastene i et lasttilfelle av samme type last. En *dimensjonerende* lastsituasjon består av en *kombinasjon* av samtidig virkende lasttilfeller. Bidraget til en dimensjonerende lastkombinasjonen fra en vilkårlig karakteristisk last F_k er:

$$\psi \cdot \gamma \cdot F_k \quad (1)$$

NS-EN 1990 gir verdier for partialfaktorene eller lastfaktorene γ (som konverterer karakteristisk verdi til dimensjonerende verdi) og kombinasjonsfaktorene ψ (som angir "graden" av samtidighet med de øvrige laster) for de forskjellige lasttyper og lastkombinasjoner det skal kontrolleres for. En typisk lastkombinasjon er:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2)$$

$Q_{k,1}$ er den *dominerende* variable lasten som i de fleste kombinasjoner behandles forskjellig fra de øvrige, samtidig virkende, variable lastene $Q_{k,i}$ ($i > 1$).

Bruddgrensetilstanden

Følgende *bruddgrensetilstander* skal kontrolleres der det er aktuelt:

- 1) EQU – Tap av statisk likevekt for en konstruksjon eller enhver del av den, betraktet som stivt legeme.
- 2) STR – Brudd eller for store deformasjoner i konstruksjonen eller konstruksjonsdelene, medregnet fundamenter, peler, kjellervegger osv., der byggematerialenes fasthet er av betydning.
- 3) GEO – Brudd eller for store deformasjoner i grunnen, der fastheten i jord eller berg er av betydning for å sikre kapasiteten.
- 4) FAT – Utmattingsbrudd i konstruksjonen eller konstruksjonsdelene.

Tabell 2 – Verdier for ψ -faktorer for bygninger (NA.A1.1 i NS-EN 1990)

Last	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Nyttelastkategorier i bygninger (NS-EN 1991-1-1)			
Kategori A: boliger	0,7	0,5	0,3
Kategori B: kontorer	0,7	0,5	0,3
Kategori C: forsamlingslokaler, møterom	0,7	0,7	0,6
Kategori D: butikker	0,7	0,7	0,6
Kategori E: lager	1,0	0,9	0,8
Kategori F: parkeringsarealer for små kjøretøy	0,7	0,7	0,6
Kategori G: parkeringsarealer for mellomstore kjøretøy	0,7	0,5	0,3
Kategori H: tak	0	0	0
Snølaster (NS-EN 1991-1-3)	0,7 ¹⁾	0,5 ¹⁾	0,2 ¹⁾
Vindlaster (NS-EN 1991-1-4)	0,6 ¹⁾	0,2 ¹⁾	0 ¹⁾
Temperatur (ikke brann) i bygninger (NS-EN 1991-1-3)	0,6 ¹⁾	0,5 ¹⁾	0 ¹⁾

¹⁾ Eventuell modifisering for ulike geografiske områder kan kreves av lokale myndigheter

For oss er det først og fremst nr. 2 (STR) og i noen grad nr. 1 (EQU) som er av interesse. For STR definerer standarden to kombinasjoner som vi refererer til som STR-1 og STR-2. Lastfaktorer (γ) og kombinasjonsfaktorer (ψ) for de tre bruddgrensetilstandene er vist i tabell 3.

Tabell 3 – Dimensjonerende laster i bruddgrensetilstanden

LAST	Lastkombinasjon		
	STR-1	STR-2	EQU
Permanente laster G			
<i>ugunstige</i>	$1,35 \cdot G_k$	$1,2 \cdot G_k$	$1,2 \cdot G_k$
<i>gunstige</i>	$1,0 \cdot G_k$	$1,0 \cdot G_k$	$0,9 \cdot G_k$
Variable laster Q			
Dominerende last $Q_{k,1}$	$1,5 \cdot \psi_{0,1} \cdot Q_{k,1}$	$1,5 \cdot Q_{k,1}$	$1,5 \cdot Q_{k,1}$
Samtidig virkende variable laster $Q_{k,i}$ ($i > 1$)	$1,5 \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$	$1,5 \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$	$1,5 \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$

Når det gjelder de permanente laster (G), som alltid må være med, så må man vurdere om disse lastene, for en gitt lastvirkning, vil være *ugunstige* eller *gunstige*. For normale trekonstruksjoner vil det i de nordiske land normalt være

Introduksjon

STR-2 som blir dimensjonerende. STR-1 er vanligvis aktuell bare når den permanente lasten utgjør en vesentlig del av den totale last.

For konstruksjoner i pålitelighetsklasse 1 (se tabell NA.A1(901) i Nasjonalt tillegg til NS-EN 1990) kan lastfaktoren γ_{Qi} for alle variable laster reduseres med faktorene $k_{Fi} = 0,9$.

For trekonstruksjoner er belastningens *varighet* en viktig parameter, og i henhold til **EK5-1** skal de karakteristiske lastene knyttes til en av lastvarighetsklassene i tabell 4.

Tabell 4 – Lastvarighetsklasser (Tabell NA.2.2 i EK5-1)

Lastvarighetsklasse	Størrelsesorden for samlet varighet av karakteristisk last	Eksempel på belastning
Permanent last	mer enn 10 år	egenvekt
Langtidslast	6 måneder – 10 år	lagring
Halvårslast	1 uke – 6 måneder	nyttelast på gulv og trafikkklaster ^a
Korttidslast	mindre enn 1 uke	snølast ^b og trafikklast på bruer
Øyeblikklast	mindre enn 10 sekund	vindlast ^b og ulykkeslast

^a Trafikklast fra hensatte kjøretøyer/biler skal betraktes som halvårslast.
^b Under særskilte forhold vil det være riktig å vurdere; snølast som halvårslast, og vindlast som korttidslast.

Bruksgrensetilstanden

I bruksgrensetilstanden settes normalt *alle* partialkoeffisienter knyttet til de forskjellige lastene lik 1,0, dvs. $\gamma_G = \gamma_Q = 1,0$.

For bruksgrensetilstanden definerer NS-EN 1990 tre lastkombinasjoner for det generelle tilfellet at det forekommer flere variable laster $Q_{k,i}$.

Karakteristisk kombinasjon

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (3)$$

hvor $\psi_{0,i} Q_{k,i}$ er den variable lastens karakteristiske kombinasjonsverdi. Denne kombinasjonen gir en høy verdi på den dominerende variable lasten ($\psi_{0,1} = 1,0$) og kan normalt benyttes for å bestemme korttidforskyvningene.

Ofte forekommende kombinasjon

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4)$$

hvor $\psi_{1,1}Q_{k,1}$ er den *ofte forekommende* verdi til den dominerende lasten $Q_{k,1}$, og $\psi_{2,i}Q_{k,i}$ er den tilnærmet permanente (kvasi-permanente) verdi til den variable lasten $Q_{k,i}$. Denne kombinasjonen gir merkbart lavere laster enn den karakteristiske kombinasjonen, og den benyttes for å undersøke effekter som er reversible, det vil si effekter som opptrer med en viss frekvens, men som reduseres når lasten avtar igjen.

Tilnærmet permanent kombinasjon

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (5)$$

Verdien $\psi_{2,i}Q_{k,i}$ er den kvasi-permanente verdien til den variable lasten $Q_{k,i}$. Denne kombinasjonen benyttes for å undersøke langtids (dvs. kryp) effektene.

Anbefalt bruk av disse tre lastkombinasjonene i bruksgrenseberegninger, for norske forhold, er angitt i tabell 5.

Tabell 5 – Norske regler for bruk av lastkombinasjoner i bruksgrensetilstanden (Tabell NA.A1(904) i NS-EN 1990)

Konsekvenser	Lastsituasjon som brukes	Anbefalt største tillatte nedbøyninger
Konstruksjon der nedbøyning fører til skade	<i>karakteristisk</i>	fastsettes i det enkelte prosjekt
Konstruksjoner der det på grunn av bruk eller utstyr stilles krav	<i>ofte forekommende</i>	fastsettes i det enkelte prosjekt
Konstruksjoner med alminnelige brukskrav eller estetiske krav	<i>tilnærmet permanent</i>	$L/200 - L/250$

4. Limtre – klassifisering og egenskaper

Standarden NS-EN 14080, og de standarder den refererer til, fastlegger kravene til CE-merket limtre. Basiskomponenten er *fingerskjøtte* bord kalt *lameller*. Avhengig av antallet og tykkelsen på lamellene skjelner standarden mellom *limtre* og *limt massivt konstruksjonsvirke*. Vi vil kun konsentrere oss om limtre.

Limtre defineres som 2 eller flere lameller med tykkelse fra 6 til 45 mm; en lamell i denne sammenheng kan være ett (standard tverrsnitt) eller to (kantlimt tverrsnitt) bord, se henholdsvis figur 1a og 1b. Større bredder får en ved å lime sammen standard tverrsnitt (med fugefyllende lim på "flasken"), se figur 1c.

For rette bjelker brukes det i Norge normalt 45 mm tykke lameller av gran.

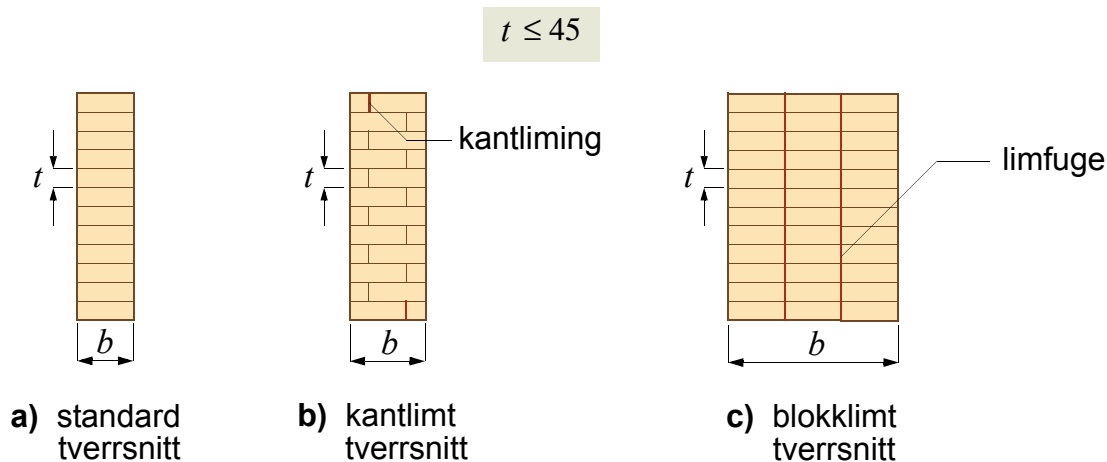
For krumme komponenter skal lamelltykkelsen tilfredsstille følgende betingelse

$$t \leq \frac{r}{250} \left(1 + \frac{f_{m,j,dc,k}}{150} \right) \quad (6)$$

Introduksjon

hvor t er lamellens endelige tykkelse (i mm), r er lamellens minste krumningsradius (i mm) og $f_{m,j,dc,k}$ er fingerskjøtens karakteristiske bøyefasthet (i N/mm^2).

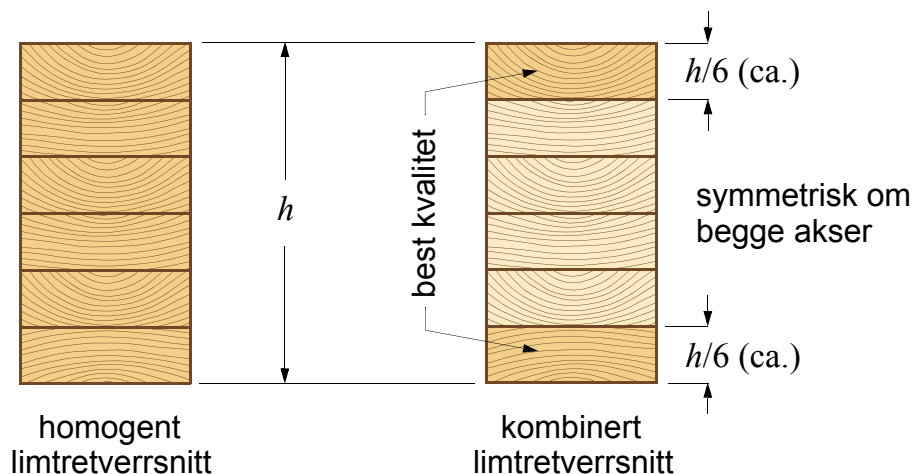
Trykkimpregnerte tverrsnitt limes i Norge av furu, normalt med 33 mm tykke lameller.



Figur 1 Limte tverrsnitt

- Standard limtrettverrsnitt leveres med bredder (b) fra 90 til 215 mm. Lagerførte bredder er 90, 115 og 140 mm.
- Kantlimte tverrsnitt leveres i bredder fra 240 til 290 mm.
- Blokklimte tverrsnitt leveres med bredder fra 230 mm og oppover.

Det limes to typer limtrebjelker: *homogent limtre* og *kombinert limtre*. Homogent limtre benytter lameller med *samme* kvalitet gjennom hele tverrsnittet, mens kombinert limtre har bedre kvalitet i de ytterste lamellene, se figur 2.



Figur 2 Limtrettverrsnitt

De to typene limtre angis med henholdsvis

GLxxh (h for *homogeneous*) og GLxxc (c for *combined*)

hvor xx er et tall, f.eks. 30, som angir bjelkens karakteristiske bøyefasthet i N/mm², for en bjelkehøyde på 600 mm.

NS-EN 14080 definerer karakteristiske (og noen middel-) verdier for fasthet, stivhet og densitet for 7 klasser av henholdsvis kombinert og homogent limtre. Tabell 6 viser disse parametrene for de 4 klassene, 3 kombinerte og 1 homogen, som produseres i Norge.

Tabell 6 – Styrkeklasser definert i EN 14080 som produseres i Norge; karakteristiske fastheter og stivheter i N/mm² og densiteter i kg/m³

Egenskap	Symbol	Limtre styrkeklasse			
		GL24c	GL28c	GL30c	GL30h
Bøyefasthet	$f_{m,g,k}$	24	28	30	30
Strekfasthet	$f_{t,0,g,k}$	17	19,5	19,5	24
	$f_{t,90,g,k}$	0,5			
Trykkfasthet	$f_{c,0,g,k}$	21,5	24	24,5	30
	$f_{c,90,g,k}$	2,5			
Skjærfasthet (skjær og torsjon)	$f_{v,g,k}$	3,5			
Rulleskjærfasthet	$f_{r,g,k}$	1,2			
Elastisitetsmodul	$E_{0,g,mean}$	11 000	12 500	13 000	13 600
	$E_{0,g,05}$	9 100	10 400	10 800	11 300
	$E_{90,g,mean}$	300			
	$E_{90,g,05}$	250			
Skjærmodul	$G_{g,mean}$	650			
	$G_{g,05}$	540			
Rulleskjærmodul	$G_{r,g,mean}$	65			
	$G_{r,g,05}$	54			
Densitet	$\rho_{g,k}$	365	390	390	430
	$\rho_{g,mean}$	400	420	430	480

Lagerført limtre produsert i Norge er av styrkeklasse **GL30c**.

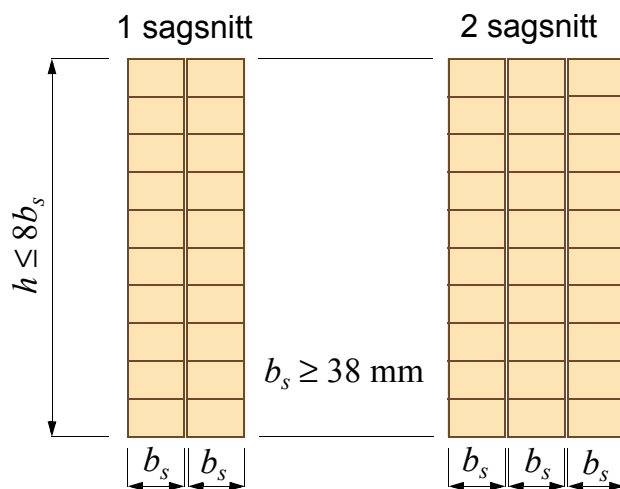
Det bør presiseres at NS-EN 14080 er en standard primært for produsentene av limtre. Den gir klare anvisninger på hvordan et tverrsnitt skal bygges opp (såkalt "lay-up") for å tilfredsstille en viss styrkeklasse - det angis f.eks. 4 måter en kan bygge opp et tverrsnitt av styrkesorterte lameller som vil gi styrkeklasse GL30c. Lamellene (bordene) som benyttes i limtreproduksjon sorteres med hensyn på karakteristisk strekkfasthet (f. eks. T22).

Introduksjon

Som prosjekterende ingeniører trenger vi strengt tatt bare å forholde oss til informasjonen i tabell 6; hvordan produsenten har valgt å tilfredsstille standardens krav er av underordnet betydning.

Homogent limtre må spesialbestilles, og eneste grunn til å velge denne (dyrere) varianten er at en trenger bedre aksialfasthet – på strekk eller på trykk eller på begge – enn det GL30c gir.

Smalt limtre, eller splittet limtre, produseres ved å sage en vanlig limtrebjelke, kalt emnet, på langs og normalt på limfugene, i 2 eller 3 deler som vist i figur 3.



Figur 3 Smalt limtre (fra ref. [3])

NS-EN 14080 har egne bestemmelser for smalt limtre. Ved splitting av GL30c vil fastheten tilnærmet være som for GL28c ved splitting en gang, og som for GL24c ved splitting to eller flere ganger.

Med hensyn til de karakteristiske verdiene i tabell 6 bør en merke seg følgende:

- De karakteristiske bøyefasthetene gjelder for tverrsnitt med høyde h lik eller større enn 600 mm, dvs. $h \geq 600$ mm. For tverrsnitt med lavere høyde enn 600 mm kan bøyefastheten økes med høydefaktoren k_h :

$$k_h = \min\{(600/h)^{0,1}; 1,1\} \quad (7)$$

For limtrevverrsnitt med høyde $h \leq 225$ mm kan en altså øke bøyefastheten med 10%.

- De karakteristiske strekkfasthetene parallelt med fibrene gjelder for rektangulære tverrsnitt hvor største dimensjon (h eller b) er lik 600 mm. For mindre dimensjoner kan denne strekkfastheten økes med høydefaktoren k_h .

Et rektangulært limtrevverrsnitt har en *sterk* og en *svak* akse. Bøyefastheten i tabell 6 gjelder strengt tatt bare for bøyning om sterk akse. Hva så for bøyning

om svak akse? Det sier ikke standarden noe om. At et tverrsnitt av homogent limtre har bedre bøyefasthet om svak enn om sterk akse er det neppe tvil om, men det kan også argumenteres for at det samme, om enn i mindre grad, gjelder for et tverrsnitt av kombinert limtre. Dette har begrenset praktisk betydning, og som en enkel og stort sett konservativ løsning foreslås det her at

alt limtre har samme egenskaper om begge akser.

Klimaklasser

De mekaniske egenskapene til tre avhenger av fuktighetsinnholdet. For å kunne ta hensyn til denne avhengigheten innfører EK5-1 3 klimaklasser (*service classes*), som vist i tabell 7.

Tabell 7 - Definisjon av klimaklasser i EK5-1 (Tabell NA.901 i EK5-1)

Klima-klasse	Relativ luftfuktighet RF	Fuktighetsinnhold for trevirke (ved 20 °C)	Eksempler
1	RF < 65%	$\omega < 12\%$	Bærende elementer innendørs i rom som vanligvis er oppvarmet. Loftsbjelkelag og bærende takkonstruksjoner i kalde, men luftede loftsrom over rom som vanligvis er oppvarmet. Yttervegger i bygninger som vanligvis er oppvarmet og som er beskyttet av dampsperre på varm side og av bl.a. vindsperre.
2	$65\% \leq RF \leq 85\%$	$12\% \leq \omega \leq 20\%$	Bærende elementer i bygninger som vanligvis ikke er oppvarmet, men ventilerte. Taktro. Konstruksjoner i friluft, når disse er effektivt beskyttet mot regn og vann.
3	RF > 85%	$\omega > 20\%$	Konstruksjoner som ikke er beskyttet mot regn og vann. Konstruksjoner som er i direkte kontakt med terreng. MERKNAD: Bare i unntakstilfeller anses tildekte konstruksjoner å tilhøre klimaklasse 3.

Dimensjonerende fasthet

Dimensjonerende fasthet for limtre kan vi skrive som

$$f_d = f_k \frac{k_h \cdot k_{mod}}{\gamma_M} \quad (8)$$

hvor

Introduksjon

- f_k er karakteristisk fasthet, gitt i tabellene 6 og 7,
 k_h er høydefaktoren som er lik 1,0 unntatt for f_m og f_t når $h < 600$ mm,
 γ_M er materialfaktoren for limtre (= 1,15 i Norge) og
 k_{mod} er en modifikasjonsfaktor for fasthet som tar hensyn til virkningen av lastvarighet og fuktighet, se tabell 8.

Tabell 8 – Modifikasjonsfaktoren k_{mod} for limtre (fra tabell 3.1 i EK5-1)

Klima- klasse	Lastvarighetsklasse				
	Permanent last	Langtids- last	Halvårs- last	Korttids- last	Øyeblikks- last
1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,9

Dersom en lastkombinasjon består av påkjenninger fra ulike lastvarighetsklasser, velges en verdi for k_{mod} som tilsvarer påkjenningen med den *korteste* varigheten.

Kryp

Som alt trevirke vil også limtre få ikkereverserbare krypdeformasjoner når det belastes over tid, og disse deformasjonene øker med økt fuktighet. Eurokode 5 håndterer denne typen deformasjon gjennom *deformasjonsfaktoren* k_{def} . For en permanent last definerer **EK5-1** faktoren k_{def} som vist i tabell 9. Som vi ser er k_{def} en funksjon av bare fuktighetsinnholdet, dvs. av klimaklassen. Lastvarigheten tas hensyn til via kombinasjonsfaktoren ψ_2 .

Tabell 9 – Deformasjonsfaktoren k_{def} (fra tabell 3.2 i EK5-1)

Material	Standard	Klimaklasse		
		1	2	3
Limtre	EN 14080	0,60	0,80	2,00

5. Forbindelser

Forbindelsen er trekonstruksjonens akilleshæl, og den oppfattes nok av de fleste konstruktører som det "vanskeligste" ved dimensjonering av trekonstruksjoner som består av flere komponenter som må føyes sammen. Vi vil derfor legge stor vekt på å vise hvordan standardens bestemmelser i tilknytning til forbindelser (og de er det mange av) skal forstås og anvendes.

Vi vil her i liten eller ingen grad benytte tabellverk. Forutsatt at man har en grunnleggende forståelse av hvordan forskjellige forbindelsesmidler virker i

samvirke med tre, kan imidlertid tabellverk, som f.eks. NTIs håndbok om Mekaniske treforbindelser [4], være til god hjelp. Her forutsetter vi at leseren har grunnleggende kunnskaper om forbindelser generelt og tverrbelastede stav-type-forbindere (bolter, dybler, skruer og spiker) og deres plasseringer i forbindelsen spesielt.

6. Beregninger – bruk av dataverktøy

For alle statiske beregninger vil selve beregningsmodellen bli diskutert/vurdert, men selve beregningene vil bli utført ved hjelp av dataverktøy, unntatt for de helt enkle problemene. For de aller fleste eksemplene vil det være snakk om et rimelig slagkraftig, plant (2D) rammeprogram. Slike finnes det flere av på markedet, og selv om brukergrensesnittene kan variere baserer alle seg på en eller annen variant av *forskyvningsmetoden*.

Vi vil benytte et program som baserer seg på en filosofi hvor alle konstruksjonskomponenter som kan håndtere bøyning (bjelker, søyler og buer) modelleres ved hjelp av *mange* enkle og rette bjelkeelementer med konstante egenskaper, og all fordelt ytre last representeres av statisk ekvivalente konsentrerte laster i knutepunktene (såkalt “load lumping”).

For konstruksjonsberegninger etter forskyvningsmetoden er det ikke uvanlig å neglisjere *skjærdeformasjonene*. Tre har meget lav skjærmodul (G) i forhold til elastisitetsmodulen (E) - forholdet mellom E og G er ca. 16 for alle tre- og limtrekvaliteter. Dette, i kombinasjon med at limtrekomponenter ofte har stor tverrsnittshøyde i forhold til spennvidden, gjør at skjærdeformasjonene i trekonstruksjoner kan bli betydelige. Det er ikke bare forskyvningene som påvirkes av skjærdeformasjonene; for statisk ubestemte konstruksjoner vil også snittkrefte bli påvirket, om enn i vesentlig mindre grad enn forskyvningene. De aller fleste programmene på markedet tar med skjærdeformasjonene, ofte som en opsjon. Siden det å ta med skjærdeformasjonene gir de mest korrekte resultater, uten ekstra omkostninger eller noen form for numeriske problemer, anbefales det alltid å ta med skjærdeformasjonene i beregningene. *Alle beregningene i eksempeldelen tar hensyn til både bøye- aksial- og skjærdeformasjoner.*

Også for forbindelser vil det bli benyttet enkel programvare, men bare for å utføre beregningene i de relativt omfattende formlene for snittkapasiteten til tverrbelastede stav-type forbindere.

Selv om de fleste kommersielle programmene også har “automatiske” dimensjonskontroller, vil vi her utføre disse “manuelt”, både for at denne viktige delen av prosjekteringen skal være mest mulig transparent, men også for å vise hva som ligger bak programmenes beregninger og peke på hvor det kan oppstå problemer. En fare med programmer som “gjør alt” er at de lett kan passivisere/sløve ingeniøren, som uansett står 100% ansvarlig for resultatene.

7. Symboler og layout

Vi vil, så langt det er mulig, benytte de samme symboler som standarden. Hvor vi trenger symboler som ikke er dekket av standarden vil disse bli forklart i hvert enkelt tilfelle.

Når vi i et eksempel refererer til standarden, vil vi benytte standardens nummering av figurer, formler og avsnitt.

Layout for et typisk eksempel er litt spesiell ved at selve beregningene utføres på høyresidene, mens venstresidene (odde sidenummer) i hovedsak er forbeholdt figurer og diskusjoner/kommentarer. I noen tilfeller kan det, av plasshensyn, bli utført enkle beregninger også på en venstreside. Av plasshensyn kan det også dukke opp figurer på en høyreside.

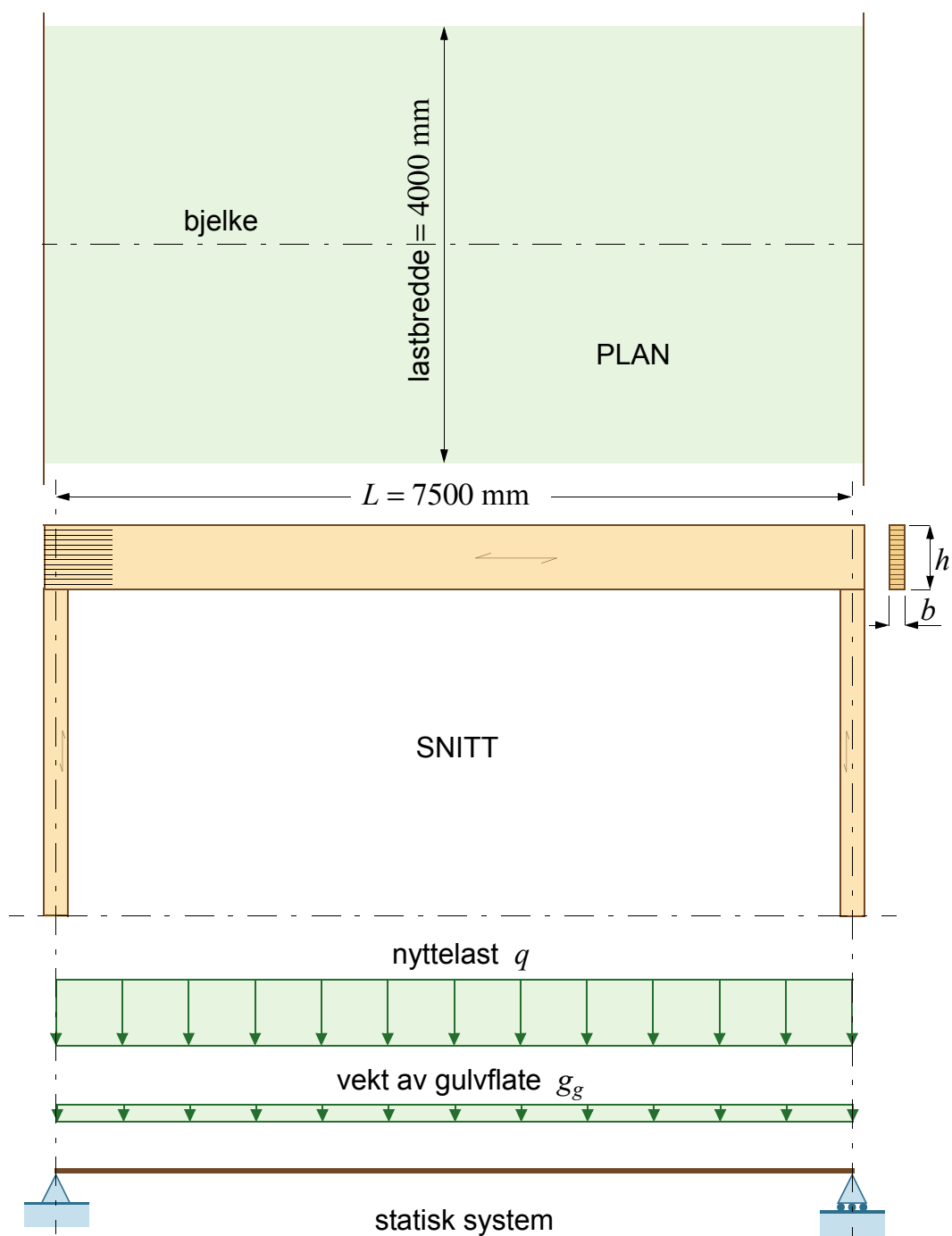
8. Nøyaktighet

Dimensjonering av konstruksjoner er ingen eksakt vitenskap. Å angi beregningsverdier med mange siffer vil lett kunne gi inntrykk av urealistisk nøyaktighet. For å holde oss til det nøyaktighetsnivå standarden selv stort sett opererer med vil vi derfor angi beregnede spenninger, fastheter og nedbøyninger med bare 2 siffrers nøyaktighet. Det vil f.eks. si at en spenning beregnet som $20,7 \text{ N/mm}^2$ vil bli angitt som 21 N/mm^2 , mens en spenning beregnet som $1,73 \text{ N/mm}^2$ vil bli angitt som $1,7 \text{ N/mm}^2$.

En konsekvens av dette er at dersom forholdet mellom dimensjonerende spenning (σ_d) og dimensjonerende fasthet (f_d), dvs. σ_d/f_d blir 1,04 så runder vi dette av til 1,0 (og sier OK). Vi vil presisere at dette er et valg vi har tatt, og som vi mener reflekterer et realistisk nøyaktighetsnivå. Men her må selvsagt den prosjekterende ingeniør gjøre sine egne valg. De fleste lærebøker/håndbøker vil nok si at med 1,04 har en overskredet tillatt kapasitet.

Andre beregnede størrelser vil stort sett bli angitt med 3 siffrers nøyaktighet.

EKSEMPEL



Figur 1.1 Fritt opplagt hovedbjelke for bæring av gulv i bolig

Ved valg av bjelketverrsnitt må en ta utgangspunkt i hva som produseres. Lagerførte bjelkebredder er 90, 115 og 140 mm, og bjelkehøyden må være et helt multiplum av lamelltykkelsen som er 45 mm. Velger $b = 140 \text{ mm}$.

Tabell 3-1 i Limtreboka [1] foreslår en bjelkehøyde $h \approx L/14$ for denne type bjelke. Det skulle tilsi $h = 540 \text{ mm}$. Vi velger å gå opp en lamell og antar $h = 585 \text{ mm}$. Dette siden bjelken er en viktig del av en gulvkonstruksjon og sannsynligvis vil trenge ekstra stivhet.

Fritt opplagt bjelke

1.1 Oppgaven

Figur 1.1 viser en hovedbjelke av limtre for bæring av gulv i boligbygg. Bjelken er opplagt på søyler, og dens (teoretiske) spennvidde er 7500 mm.

Oppgaven er å dimensjonere den viste bjelken.

1.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse : 1

Lastvarighetsklasse for nyttelasten: Halvårslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Antar bjelketverrsnitt, se figur 1.1: $b = 140 \text{ mm}$ og $h = 585 \text{ mm}$

Lastbredde: 4000 mm

1.3 Laster

Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast bjelke: $g_{b,k} = 0,14 \cdot 0,585 \cdot 430 \cdot 9,82 = 346 \text{ N/m} = 0,35 \text{ kN/m}$

Egenlast gulv (lydisolerende bjelkelag - Byggforskserien 471.031):

$1,0 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{g,k} = 1,0 \cdot 4,0 = 4,0 \text{ kN/m}$

Permanent last: $g_k = g_{b,k} + g_{g,k} = 4,35 \text{ kN/m}$

Variabel nyttelast: NS-EN 1991-1-1:

Kategori A (tabell NA.6.3.1.2) boligareal: $2,0 \text{ kN/m}^2$

Tillegg for bevegelige skillevegger (6.3.1.2(8)): $0,5 \text{ kN/m}^2$

Variabel last: $q_k = (2,0 + 0,5) \cdot 4,0 = 10,0 \text{ kN/m}$

“Konstruksjonen” er i pålitelighetsklasse 2; derfor ingen reduksjon av lastfaktoren for den variable lasten.

Kombinasjonsfaktorene $\psi_{1,1}$ og $\psi_{2,1}$ er tatt fra tabell 2 for kategoriene boliger og kontorer.

Høydefaktoren (se ligning 3.2 i EK5-1):

$$k_h = \left(\frac{600}{585}\right)^{0,1} = 1,0$$

Her starter vi med den vanlige statiske modellen, nemlig en bjelke opplagt på “kniv”-lager i oppleggsflatenes midtpunkter. Dette er en konservativ modell, spesielt med hensyn til dimensjonerende skjærkraft som jo kan reduseres noe ved opplegg.

Tankegangen her er at holder det for en konservativ modell, så er det ingen grunn til å benytte seg av mulige reduksjoner. Slike vurderes bare om nødvendig.

For en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last p_d har vi at:

$$M_{maks} = \frac{p_d L^2}{8} = \frac{20,2 \cdot 7,5^2}{8} = 142,0 \text{ kNm,} \quad \text{og}$$

$$V_{maks} = \frac{p_d L}{2} = \frac{20,2 \cdot 7,5}{2} = 75,8 \text{ kN}$$

Lastkombinasjoner - bruddgrensetilstand

Med såpass liten andel permanent last er det rimelig klart at det er kombinasjonen STR-2 (se tabell 3) som kommer til anvendelse her, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_k = 1,2 \cdot 4,35 + 1,5 \cdot 10,0 = 20,2 \text{ kN/m} \quad (1-1)$$

Det anses overflødig å vurdere lastkombinasjonen STR-1.

Lastkombinasjoner - bruksgrensetilstand

Av de tre lastkombinasjonene som er definert for bruksgrensetilstanden er det her mest naturlig å basere kontrollen på *ofte forekommende kombinasjon*. Dette eksemplet vil imidlertid bli benyttet til en grundig behandling av bruksgrensetilstanden, og vi vil derfor se på alle tre lastkombinasjonene.

Karakteristisk kombinasjon

$$p_{kar} = g_k + q_k = 4,35 + 10,0 = 14,4 \text{ kN/m} \quad (1-2)$$

Ofte forekommende kombinasjon

$$p_{ofte} = g_k + \Psi_{1,1}q_k = 4,35 + 0,5 \cdot 10,0 = 9,4 \text{ kN/m} \quad (1-3)$$

Tilnærmet permanent kombinasjon

$$p_{perm} = g_k + \Psi_{2,1}q_k = 4,35 + 0,3 \cdot 10,0 = 7,4 \text{ kN/m} \quad (1-4)$$

1.4 Bruddgrensekontroll

Her må en kontrollere *bøyespenningene*, *skjærspenningene* og *flatetrykket* ved oppleggene. For kombinasjonen klimaklasse 1 og halvårslast gir tabell 7:

$$k_{mod} = 0,8$$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,8}{1,15} = 21 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

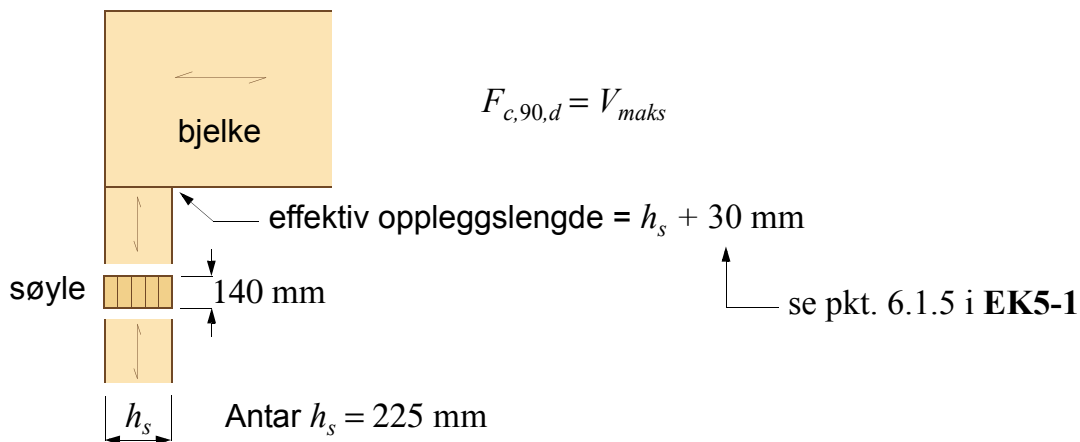
$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,8}{1,15} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,8}{1,15} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende spenninger:

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_{d,maks}}{W} = \frac{6 \cdot M_{d,maks}}{bh^2} = \frac{6 \cdot 142 \cdot 10^6}{140 \cdot 585^2} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_{d,maks}}{2 \cdot b_{ef} \cdot h} = \frac{3 \cdot V_{d,maks}}{2 \cdot (k_{cr} \cdot b)h} = \frac{3 \cdot 75,8 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,8 \cdot 140 \cdot 585} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$



Hva om bjelken *ikke* er sikret mot vipping mellom oppleggene (som fortsatt antas å være gaflet)?

Alle nummer nedenfor refererer til **EK5-1**.

Kontrollen er fortsatt ligning (6.33), men nå kan vi ikke gå ut fra at k_{crit} er lik 1,0. For å bestemme k_{crit} trenger vi den relative slankhet for bøyning, definert ved ligning (6.30), dvs.

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad \text{hvor, i henhold til ligning (6.32),}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78b^2}{hL_{ef}} E_{0,05} \quad \text{for rektangulære tverrsnitt av bartre.}$$

For en jevnt fordelt last på bjelkens overside er, i henhold til tabell 6.1,

$$L_{ef} = 0,9l + 2h = 0,9 \cdot 7500 + 2 \cdot 585 = 7920 \text{ mm, som gir}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot 140^2}{585 \cdot 7920} \cdot 10800 = 36 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30}{36}} = 0,91$$

Ligning (6.34) gir:

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,91 = 0,88$$

og vi ser at bjelken fortsatt tilfredsstiller bøyningskontrollen i ligning (6.33); $k_{crit} \cdot f_{m,d} > \sigma_{m,d}$.

For å kunne beregne flatetrykket ved oppleggene må vi gjøre en antakelse om søyledimensjonen. Vi antar at søylen har samme bredde som bjelken (140 mm) og en høyde lik 225 mm. Det gir:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{ef}} = \frac{0,5 \cdot 20,2 \cdot 7500}{140 \cdot (225 + 30)} = 2,1 \text{ N/mm}^2$$

Bøyekontroll (EK5-1 pkt. 6.3.3)

Vi har bøyning om bare en akse, og vi forutsetter at bjelkene er sikret (gaffellagret) mot rotasjon om egen akse ved oppleggene. Videre er det rimelig å anta at gulvflaten vil forhindre *vipping*, dvs. $k_{crit} = 1,0$. Vi har bøyning kun om sterk akse, og EK5-1 krever da at ligning (6.33) skal være tilfredsstillt, dvs.

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} = \frac{18}{1,0 \cdot 21} = 0,86 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,7}{2,4} = 0,71 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Trykk normalt fibrene (EK5-1, pkt. 6.1.5)

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,1}{1,75 \cdot 1,7} = 0,71 < 1,0 \quad \text{OK}$$

For limtre settes faktoren $k_{c,90}$ lik 1,0 eller 1,75 - for vårt tilfelle kan den settes lik 1,75 (se pkt. 6.1.5 i EK5-1).

Alle bruddgrensekontrollene er tilfredsstillt med god margin, og et raskt overslag viser at disse kontrollene også vil være tilfredsstillt for en bjelke med en lamell mindre, dvs. med en høyde lik 540 mm. Vi avventer imidlertid bruksgrensekontrollene før vi eventuelt slår fast at bjelkehøyden kan reduseres.

1.5 Bruksgrensekontroll

Nedbøyninger

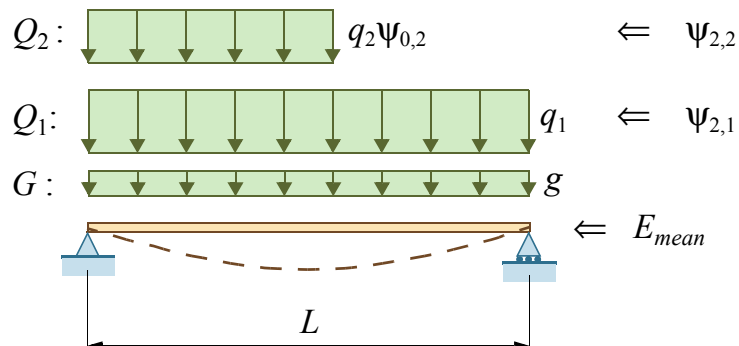
Deformasjoner i trekonstruksjoner er et litt vanskelig tema, og EK5-1 er ikke helt enkel å tolke. Vi tar derfor dette litt grundig første gangen.

Deformasjonen består av to deler, en øyeblikkelig ("instantaneous") og reverserbar *korttidsdel* (w_{inst}) og en ikke reverserbar *langtidsdel* (w_{kryp}) som skyldes kryp-effekter. EK5-1 bestemmer kryp-deformasjonen, forårsaket av en permanent last, ved å multiplisere den øyeblikkelige deformasjonen som lasten forårsaker med deformasjonsfaktoren k_{def} , dvs.

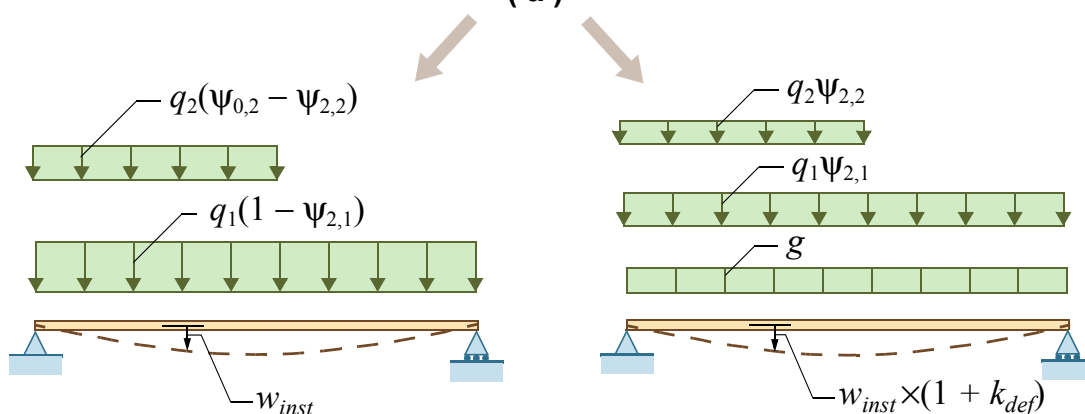
$$w_{kryp} = k_{def} \cdot w_{inst}$$

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$i = 2$



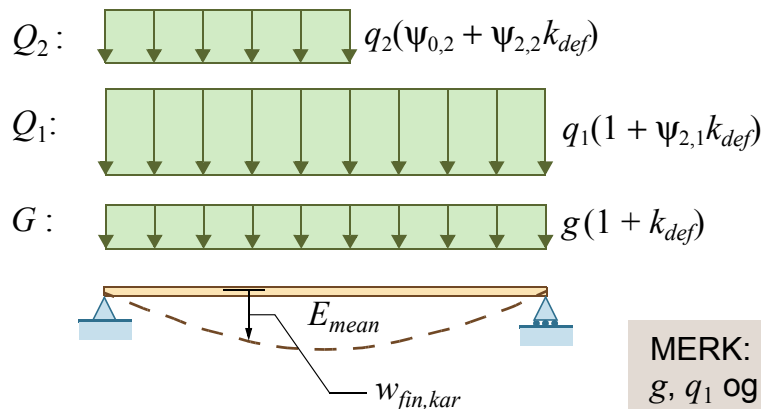
(a)



(b) korttidslast

(c) langtidslast

alle komponenter har samme krypegenskaper



(d)

MERK:
g, q₁ og q₂ er alle karakteristiske laster

Figur 1.2 Forskyvningsberegning – karakteristisk lastkombinasjon; ren trekonstruksjon. Kopi av figur i ref.[3]

Nøkkelen til å forstå bestemmelsene i **EK5-1** er å dele alle variable laster i en korttidsdel og en langtidsdel. Detaljene i dette er vist i [3], og for konstruksjoner hvor alle komponenter har samme krypeegenskaper kan den endelige forskyvning, for den *karakteristiske lastkombinasjonen*, beregnes direkte som vist i figur 1.2. Forutsatt at konstruksjonen oppfører seg etter lineær (1. ordens) teori, er det likegyldig om en multipliserer langtidslasten eller forskyvningen den forårsaker med en gitt faktor (lik $1 - k_{def}$). Ved å multiplisere lasten kan vi beregne den endelige forskyvningen direkte for en lastkombinasjon, som vist i figur 1.2d (husk at alle lastfaktorer γ nå er 1,0). Midlere stivhet (E_{mean}) benyttes.

For de samme antakelser gir **EK5-1** den samme endelige forskyvning som prosedyren i figur 1.2 gir. Dette er imidlertid den eneste lastkombinasjonen **EK5-1** behandler. De andre to lastkombinasjonene som NS-EN-1990 definerer, og som antakelig kommer til anvendelse oftere enn den *karakteristiske* kombinasjonen, er ikke omtalt i **EK5-1**. Samme resonnement som benyttet i figur 1.2 gir løsningene vist i figurene 1.3 og 1.4, for henholdsvis *ofte forekommende* og *tilnærmet permanent* lastkombinasjon.

Tilbake til eksemplet vårt, hvor vi bare har en variabel last (Q_1), vil vi beregne endelig nedbøyning for alle de tre lastkombinasjonene.

For klimaklasse 1 er $k_{def} = 0,6$. Videre er $\psi_{1,1} = 0,5$ og $\psi_{2,1} = 0,3$.

Karakteristisk lastkombinasjon

$$p_{fin, kar} = q_k(1 + \psi_{2,1}k_{def}) + g_k(1 + k_{def}) = 10(1 + 0,3 \cdot 0,6) + 4,35(1 + 0,6) = 18,8 \text{ kN/m}$$

$$w_{fin, kar} = \frac{5p_{kar}L^4}{384E_{mean}I} = \frac{12 \cdot 5 \cdot 18,8 \cdot 7500^4}{384 \cdot 13000 \cdot 140 \cdot 585^3} = 26 \text{ mm} \Rightarrow L/290$$

Ofte forekommende lastkombinasjon

$$p_{fin, ofte} = q_k(\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def}) + g_k(1 + k_{def}) \\ = 10 \cdot (0,5 + 0,3 \cdot 0,6) + 4,35(1 + 0,6) = 13,8 \text{ kN/m}$$

$$w_{fin, ofte} = \frac{5p_{ofte}L^4}{384E_{mean}I} = \frac{12 \cdot 5 \cdot 13,8 \cdot 7500^4}{384 \cdot 13000 \cdot 140 \cdot 585^3} = 19 \text{ mm} \Rightarrow L/395$$

Tilnærmet permanent lastkombinasjon

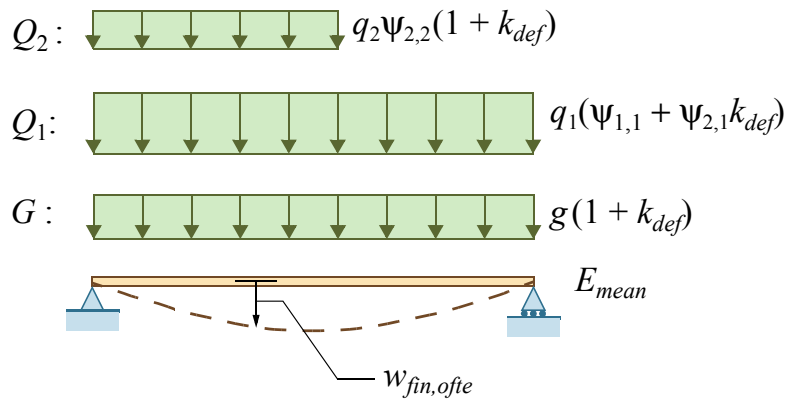
$$p_{fin, perm} = q_k\psi_{2,1}(1 + k_{def}) + g_k(1 + k_{def}) = (10 \cdot 0,3 + 4,35)(1 + 0,6) = 11,8 \text{ kN/m}$$

$$w_{fin, perm} = \frac{5p_{perm}L^4}{384E_{mean}I} = \frac{12 \cdot 5 \cdot 11,8 \cdot 7500^4}{384 \cdot 13000 \cdot 140 \cdot 585^3} = 16 \text{ mm} \Rightarrow L/470$$

Et rimelig krav til største nedbøyningen for en bjelke som dette vil være at den er mindre enn $L/300$. På bakgrunn av det nøyaktighetsnivå vi opererer med her tilfredsstiller alle lastkombinasjonene dette kravet. I følge tabell 5 i innledningsdelen er det naturlig å legge ofte forekommende lastkombinasjon til grunn for kontrollen, og da ser vi at vi ligger godt under et krav på $L/300$. Som understøt-

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

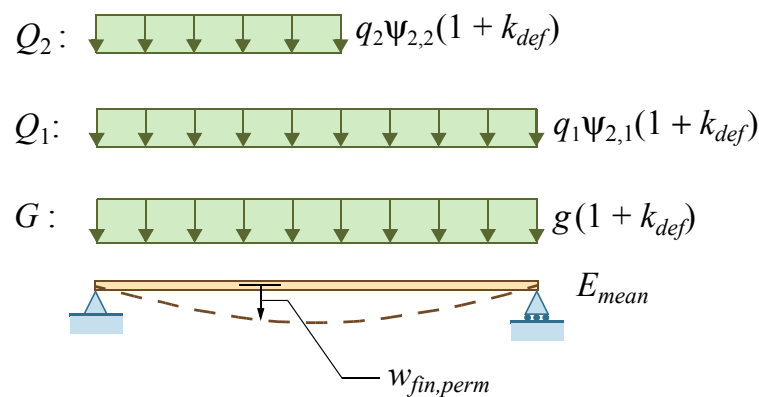
$i = 2$



Figur 1.3 Forskyvningsberegning – **ofte forekommende last-kombinasjon**; ren trekonstruksjon. Kopi av figur i ref.[3]

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$i = 2$



Figur 1.4 Forskyvningsberegning – **tilnærmet permanent last-kombinasjon**; ren trekonstruksjon. Kopi av figur i ref.[3]

telse for en gulvflate er imidlertid stivheten av stor betydning, ikke bare for nedbøyningen, men kanskje i enda større grad for gulvets dynamiske egenskaper.

Med en bjelkehøyde på 540 mm (en lamell mindre) vil $w_{fn,ofte}$ bli ca. 24 mm, dvs. $L/310$.

Ser man bort fra mulige svingeproblemer kan en nok vurdere å gå ned på bjelkehøyden med en lamell, dvs. til $h = 540$ mm. Komfortkravene til gulv gjør at svingning ofte er utslagsgivende for dimensjoneringen, og vi vil derfor ikke foreslå å redusere bjelkehøyden uten en mer grundig vurdering av svingeegenskapene (som krever mer detaljert informasjon om selve gulvkonstruksjonen).

Svingning kommer vi tilbake til i eksempel 2.

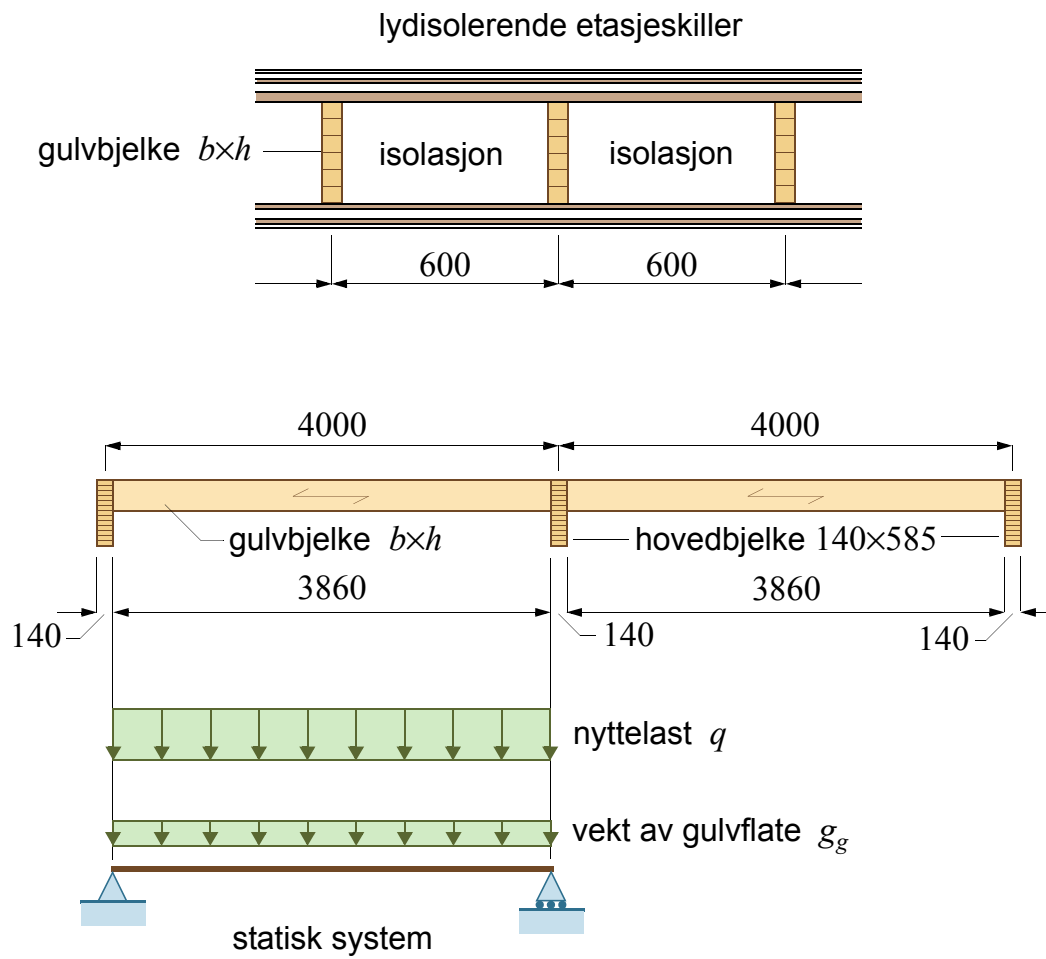
Kommentar til nedbøyningsberegningen

Største nedbøyning er her beregnet etter formelen

$$w_{maks} = \frac{5pL^4}{384EI}$$

som kun tar hensyn til bøyedeforrasjonene. For trekonstruksjoner bør en også ta med *skjærdeformasjonene*, på grunn av trematerialets lave skjærmodul (G). For vår enkle, fritt opplagte bjelke med konstant stivhet finnes det en enkel formel også for skjærbidraget til nedbøyningen, se ligning (6-18) i Limtreboka [1]. For krumme komponenter og bjelker med variabelt tverrsnitt samt mer sammensatte konstruksjoner, er vi stort sett henvist til programverktøy for beregning av forskyvninger. Vi har utført slike beregninger for den enkle bjelken, hvor vi også tar hensyn til skjærdeformasjonene, og finner at det øker nedbøyningene med godt og vel 10%. Det er såpass mye at det absolutt bør tas hensyn til, og det er her et viktig argument for ikke å redusere bjelkehøyden.

I fortsettelsen vil vi konsekvent ta med skjærdeformasjonen i *alle* beregninger.



Figur 2.1 Gulvbjelke

EKSEMPEL 2

Bjelkelag

2.1 Oppgaven

Figur 2.1 viser gulvbjelkene i en lydisolierende etasjeskiller i et boligbygg. Bjelkene ligger med sentersavstand 600 mm og spenner mellom langsgående hovedbjelker (som er dimensjonert i eksempel 1), og er festet til disse med beslag (bjelkesko).

Oppgaven er å dimensjonere den viste gulvbjelken.

2.2 Forutsetninger og antakelser

Smalt limtre, regnet som GL28c / $\rho_m = 420 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse : 1

Lastvarighetsklasse for nyttebelastning: Halvårslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Antar bjelketverrsnitt, se figur 2.1: $b = 48 \text{ mm}$ og $h = 270 \text{ mm}$

Lastbredde: 600 mm

2.3 Laster

Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast gulv, inklusive bjelkene (lydisolierende bjelkelag - Byggforskserien 471.031):

$$1,0 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{g,k} = 1,0 \cdot 0,6 = 0,6 \text{ kN/m}$$

Permanent last: $g_k = g_{g,k} = 0,60 \text{ kN/m}$

Variabel nyttebelastning: NS-EN 1991-1-1:

Kategori A (tabell NA.6.3.1.2) boligareal: $2,0 \text{ kN/m}^2$

Tillegg for bevegelige skillevegger (6.3.1.2(8)): $0,5 \text{ kN/m}^2$

“Konstruksjonen” er i pålitelighetsklasse 2; derfor ingen reduksjon av lastfaktoren for den variable lasten.

Kombinasjonsfaktoren $\psi_{1,1}$ (og $\psi_{2,1}$) tas fra tabell 2 for kategoriene boliger og kontorer.

Høydefaktoren (se ligning 3.2 i EK5-1):

$$k_h = \left(\frac{600}{270}\right)^{0,1} = 1,08$$

For en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last p_d har vi at:

$$M_{maks} = \frac{p_d \cdot L^2}{8} = \frac{3,0 \cdot 3,86^2}{8} = 5,6 \text{ kNm,} \quad \text{og}$$

$$V_{maks} = \frac{p_d \cdot L}{2} = \frac{3,0 \cdot 3,86}{2} = 5,8 \text{ kN}$$

Variabel last: $q_k = (2,0 + 0,5) \cdot 0,6 = 1,5 \text{ kN/m}$

Lastkombinasjoner - bruddgrensetilstand

Med relativt liten andel permanent last er det også her kombinasjonen STR-2 (se tabell 3) som kommer til anvendelse, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_k = 1,2 \cdot 0,65 + 1,5 \cdot 1,5 = 3,0 \text{ kN/m} \quad (2-1)$$

Det anses overflødig å vurdere lastkombinasjonen STR-1.

Lastkombinasjoner - bruddgrensetilstand

Som for eksempel 1 vil ofte forekommende lastkombinasjon bli lagt til grunn ved kontroll av nedbøyninger, dvs.

$$p_{ofte} = g_k + \psi_{1,1}q_k = 0,65 + 0,5 \cdot 1,5 = 1,4 \text{ kN/m} \quad (2-2)$$

2.4 Bruddgrensekontroll

Her må en kontrollere *bøye-* og *skjærspenningene*.

For kombinasjonen klimaklasse 1 og halvårslast gir tabell 8:

$$k_{mod} = 0,8$$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 28 \frac{1,08 \cdot 0,8}{1,15} = 21 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,8}{1,15} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende spenninger:

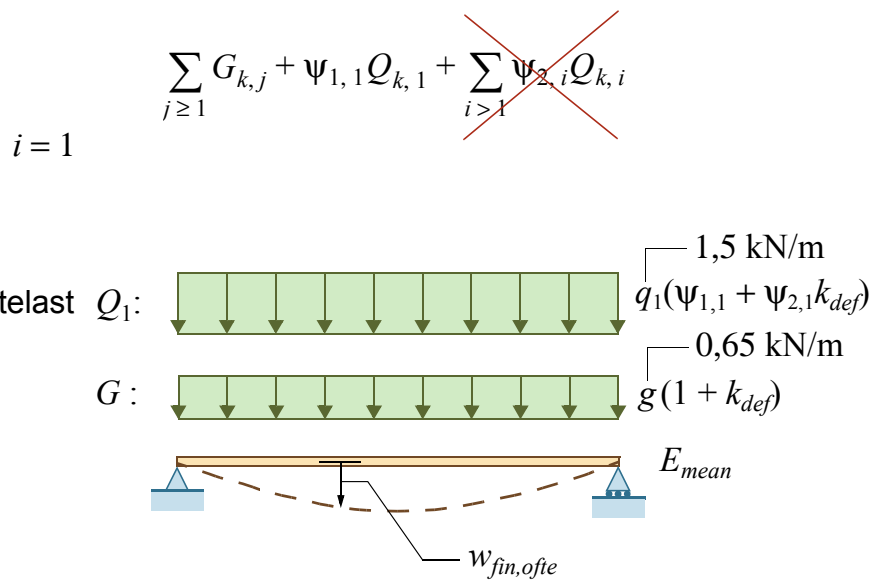
Det regnes *ikke* med bæremessig samvirke mellom gulvflate og bjelkene. Dermed er vår statiske modell en fritt opplagt bjelke med spennvidde lik lysåpningen, se figur 2.1. Bjelken er statisk bestemt og de maksimale snittkreftene finnes direkte ved likevektsbetraktninger, se motstående side:

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{6 \cdot M_{maks}}{bh^2} = \frac{6 \cdot 5,6 \cdot 10^6}{48 \cdot 270^2} = 9,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{v,d} = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot b_{ef} \cdot h} = \frac{3 \cdot V_{maks}}{2 \cdot (k_{cr} \cdot b)h} = \frac{3 \cdot 5800}{2 \cdot 0,8 \cdot 48 \cdot 270} = 0,8 \text{ N/mm}^2$$

Bøyekontroll (EK5-1, pkt. 6.1.1) - bøyning om en akse, ingen vipping

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{9,6}{21} = 0,46 < 1,0 \quad \text{OK}$$



Ofte forekommende lastkombinasjon (se figur 1.3)

Frekvensen til en representativ bjelke i hovedbæreretningen kan med tilstrekkelig nøyaktighet beregnes av formelen

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}}$$

hvor m er massen i kg per meter av bjelken i hovedbæreretningen, $(EI)_L$ er bøyestivheten i Nm^2 og L er lengden i meter til den samme bjelken. Nedbøyningen w i mm, for $P = 1 \text{ kN}$ kan beregnes etter formelen

$$w = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{10^6 \cdot L^3}{48(EI)_L}$$

hvor det benyttes samme enheter som ovenfor.

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,8}{2,4} = 0,33 < 1,0 \quad \text{OK}$$

2.5 Bruksgrensekontroll

Nedbøyninger

Nedbøyningskontrollen utføres for ofte forekommende lastkombinasjon, se figur 1.3. Her får nedbøyningen bidrag fra egenlast og nyttelast (Q_1).

For klimaklasse 1 er $k_{def} = 0,6$.

For nyttelasten er $\psi_{1,1} = 0,5$ og $\psi_{2,1} = 0,3$.

$$p_{fin,ofte} = q_k(\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def}) + g_k(1 + k_{def}) = 1,5(0,5 + 0,3 \cdot 0,6) + 0,65(1 + 0,6) = 2,1 \text{ kN/m}$$

Når vi tar med skjærdeformasjoner gir dette en nedbøyning lik

$$w_{fin,ofte} = 6,6 \text{ mm} \Rightarrow L/585 \quad \text{OK}$$

Uten skjærdeformasjoner vil nedbøyningen bli 6,1 mm.

Svingning

Er forskyvningsberegninger "vanskelig", så er ikke svingninger og kravene til disse noe enklere. EK5-1 benytter en komplisert og omdiskutert metode med vage kriterier. Et vesentlig enklere komfortkriterium, foreslått av Hu og Chui [3], synes å ha bred tilslutning. Kriteriet formuleres som, se f.eks. [3],

$$\frac{\left(\frac{f_1}{18,7}\right)^{2,27}}{w} > 1,0 \quad (2-3)$$

hvor f_1 er gulvets laveste egenfrekvens i Hz, som bør være større enn 10 Hz, og w er nedbøyningen i mm under en punktlast på 1 kN midt på gulvet, som bør være mindre enn 1,3 mm.

Antar vi at gulvbjelkene er opplagt på uforskyvelige opplegg, og at det ikke er samvirke mellom bjelke og gulv får vi ved å benytte formlene på motstående side med $L = 3,86 \text{ m}$,

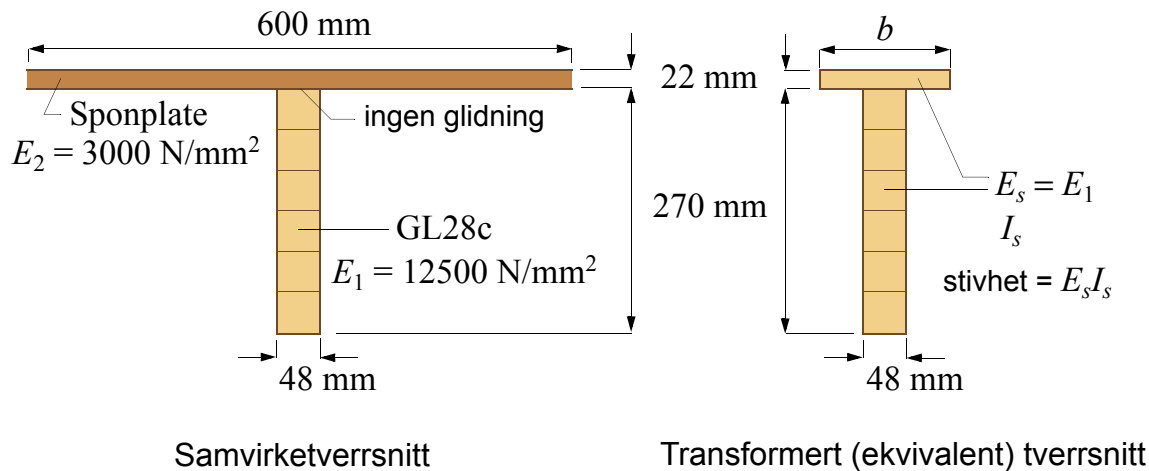
$$(EI)_L = \frac{12500 \cdot 10^6 \cdot 0,048 \cdot (0,27)^3}{12} = 0,98 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2 \quad \text{og}$$

$$m = \frac{g_k}{9,82} = \frac{600}{9,82} = 61 \text{ kg/m}$$

blir nedbøyningen

Samvirke mellom bjelke og undergulv:

$$b = 600 \frac{E_2}{E_1} = 600 \frac{3000}{12500} = 144 \text{ mm}$$



Stivheten til samviketverrsnittet, $E_s I_s$, beregnet for det transformerte tverrsnittet, er ca. 70% større enn stivheten til limtrebjelken alene, dvs. $(E_s I_s)_L = 1,7(EI_{bjelke})_L = 1,7 \cdot 0,98 \cdot 10^6 = 1,67 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$.

Det gir nedbøyningen

$$w = \frac{10^6 \cdot L^3}{48(E_s I_s)_L} = \frac{10^6 \cdot 3,86^3}{48 \cdot 1,67 \cdot 10^6} = 0,7 \text{ mm}$$

og frekvensen

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{(E_s I_s)_L}{m}} = \frac{\pi}{29,8} \sqrt{\frac{1,67 \cdot 10^6}{61}} = 17,4 \text{ Hz}$$

Ligning (2-3) gir nå:

$$\frac{\left(\frac{17,4}{18,7}\right)^{2,27}}{0,7} = 1,21 > 1,0 \quad \text{OK}$$

$$w = \frac{10^6 \cdot L^3}{48(EI)_L} = \frac{10^6 \cdot 3,86^3}{48 \cdot 0,98 \cdot 10^6} = 1,2 \text{ mm}$$

og frekvensen

$$f_1 = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} = \frac{\pi}{29,8} \sqrt{\frac{0,98 \cdot 10^6}{61}} = 13,4 \text{ Hz}$$

Ligning (2-3):

$$\frac{\left(\frac{13,4}{18,7}\right)^{2,27}}{1,2} = 0,39 < 1,0 \quad \text{Ikke OK}$$

Isolert sett er våre antakelser sannsynligvis konservative. Hva massen angår har vi regnet som om det er fullt samvirke mellom gulv og bjelke, mens vi har sett bort fra et slikt samvirke når det gjelder stivheten. Sannsynligvis treffer vi ganske godt med massen, mens vi regner med for lav stivhet.

Det bør nevnes at i henhold til en bjelkelagstabell¹, utarbeidet for smalt limtre vil vår bjelke ha tilfredsstillende komfortegenskaper for et spenn (lysåpning) opp til 4,1 meter. Det forutsetter at et undergulv av 22 mm sponplater med limte skjøter, eller av 19 mm kryssfiner med limte skjøter, er spikret eller skrudd til bjelkene, og at gulvet også har kontinuerlig himling av plater festet til bjelkene. Uten himlingsplater er spennvidden redusert til 3,7 m.

På motstående side har vi antatt at et undergulv, av 22 mm sponplate med E -modul lik 3000 N/mm^2 , er så godt festet til limtrebjelken at vi kan regne med et fullstendig samvirketverrsnitt (med T-form). Det vil øke stivheten med ca. 70% i forhold til stivheten av bjelken alene. Resultatet er redusert nedbøyning (w) og økt frekvens (f_1), og komfortkriteriet er tilfredsstillt. Antakelsen om fullstendig samvirke er nok optimistisk - det bør i alle fall spikres/skrues godt, eventuelt limes.

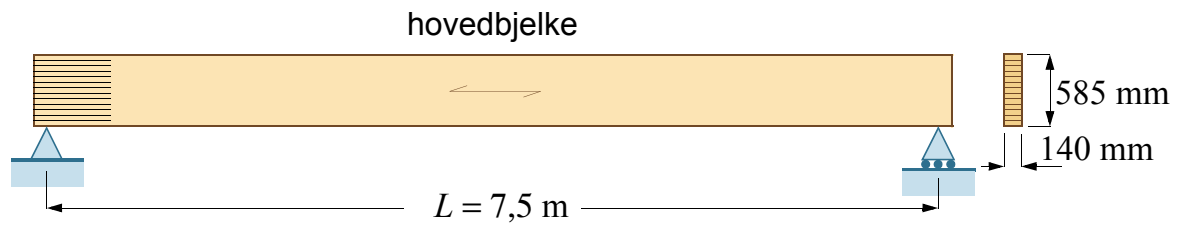
Beregningene ovenfor er basert på uforskyvelige opplegg. Det er sannsynligvis optimistisk. Hvordan en skal håndtere gulvet som helhet er ikke så godt å si, men vi kan jo forsøke å anvende komfortkriteriet på den midterste hovedbjelken slik den er beskrevet i eksempel 1 (se figur på neste side):

$$(EI)_L = \frac{13000 \cdot 10^6 \cdot 0,14 \cdot (0,585)^3}{12} = 30,4 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2 \quad \text{og}$$

$$m = \frac{g_k}{9,82} = \frac{4350}{9,82} = 443 \text{ kg/m} \quad (\text{lastbredde er 4,0 m, se eksempel 1})$$

1. Tabellen er basert på NS-EN 1995-1-1, NS-EN 1990 og NS-EN 14080, og komfortkriterium i.h.t. SINTEF Byggforsk byggedetaljblad 522.351 pkt. 212, og gjelder for pålitelighetsklasse 1 og 2.

samlet egenlast (uten lastfaktor) = $g_k = 4,35 \text{ kN/m}$



$$w = \frac{10^6 \cdot L^3}{48(EI)_L} = \frac{10^6 \cdot 7,5^3}{48 \cdot 30,4 \cdot 10^6} = 0,29 \text{ mm}$$

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} = \frac{\pi}{112,5} \sqrt{\frac{30,4 \cdot 10^6}{443}} = 7,3 \text{ Hz}$$

Ligning (2-3) gir nå:

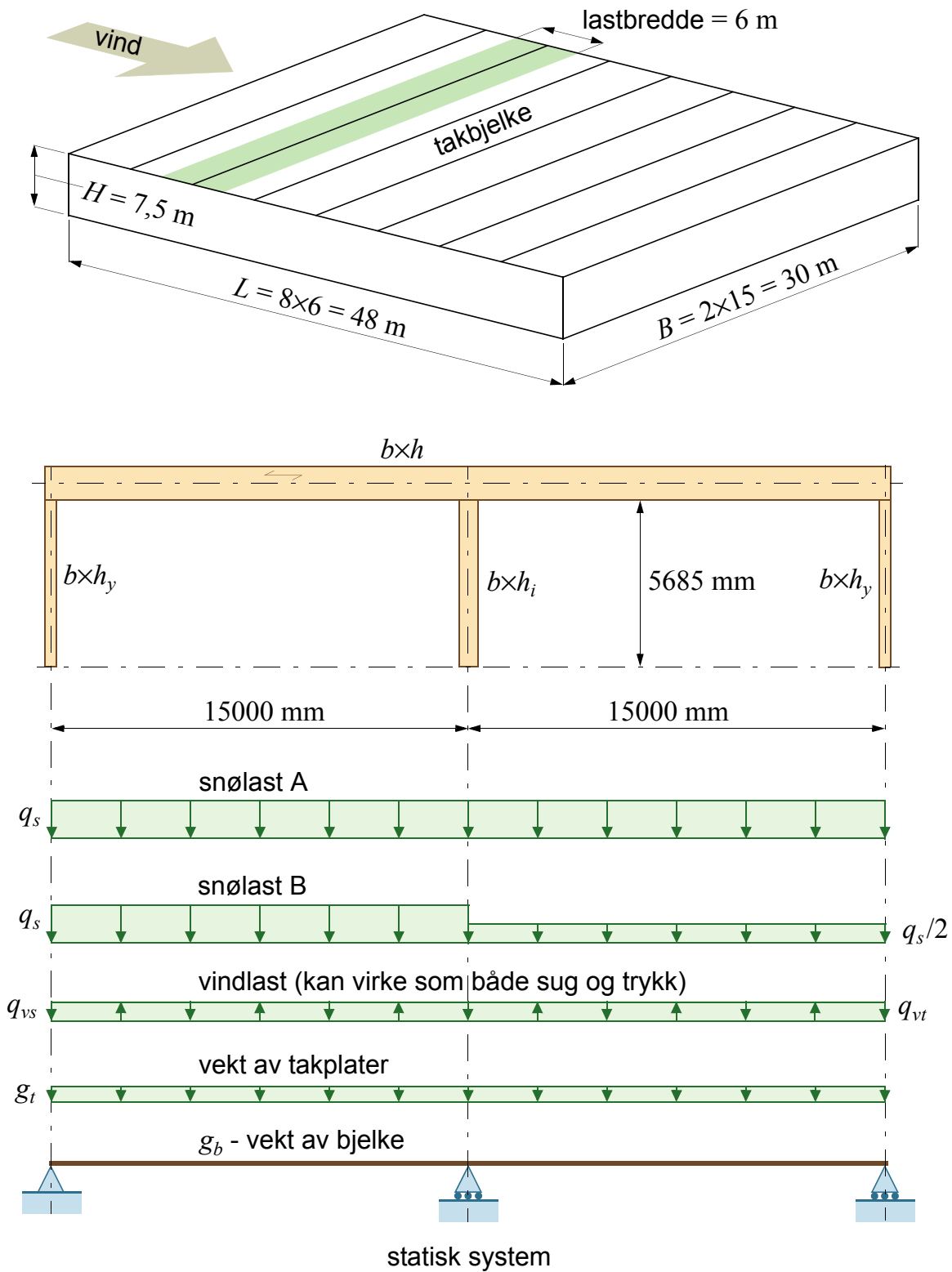
$$\frac{\left(\frac{7,3}{18,7}\right)^{2,27}}{0,29} = 0,41 < 1,0 \quad \text{ikke OK}$$

Også her vil vi kunne tilfredsstille kriteriet ved å øke bjelkens stivhet, fortrinnsvis ved å øke høyden.

Kommentar

Gulvbjelken vi startet med - 48×270 mm - tilfredsstiller bruddgrensekravene med svært god margin. Også nedbøyningskravet tilfredsstilles med god margin. Komfortkriteriet med hensyn til svingninger er derimot usikkert, og helt avhengig av hvordan gulvkonstruksjonen utføres (plater over og under som er godt festet til gulvbjelkene). Hovedbjelkenes innvirkning på svingeegenskapene er det vanskelig å forutsi.

Eksemplet er typisk for en gulvkonstruksjon med limtre som det bærende materialet - komfortkriteriet blir som oftest dimensjonerende.



Figur 3.1 Kontinuerlig takbjelke

Kontinuerlig bjelke

3.1 Oppgaven

Dimensjoner den kontinuerlige limtrebjelken vist i figur 3.1. Bjelken, som er en av ialt 7 like takbjelker i et butikklokale med kontinuerlig avstivende (horisontal) takskive, er symmetrisk opplagt på 3 søyler. De to like feltene har en (teoretisk) spennvidde på 15000 mm.

3.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Lastbredde: 6000 mm

Prøver med følgende tverrsnitt:

Bjelken: $b = 190 \text{ mm}$, $h = 1215 \text{ mm}$

Innersøylen: $b = 190 \text{ mm}$, $h_i = 675 \text{ mm}$

Yttersøylen: $b = 190 \text{ mm}$, $h_y = 405 \text{ mm}$

3.3 Laster

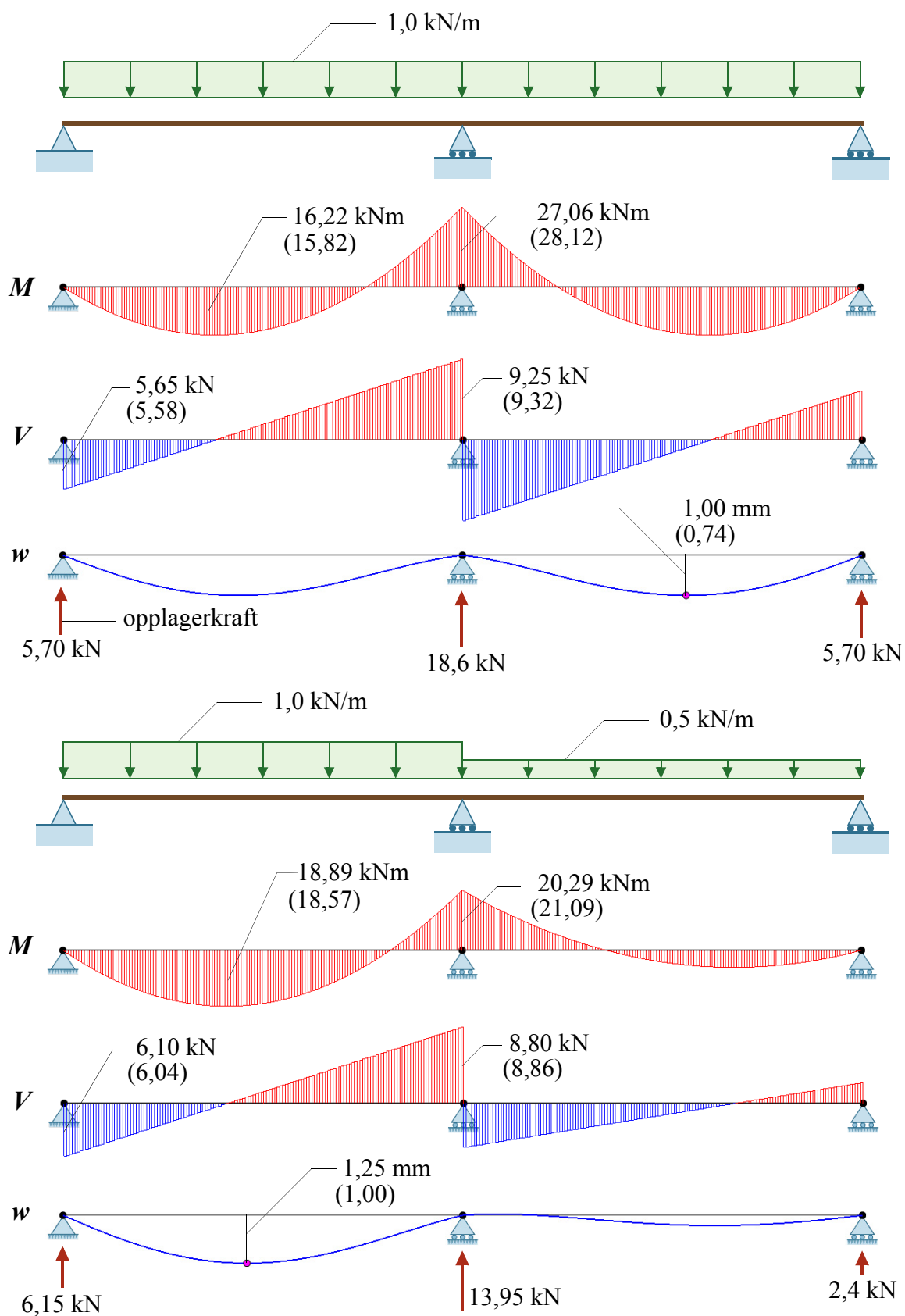
Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast bjelke: $g_{b,k} = 0,19 \cdot 1,215 \cdot 430 \cdot 9,82 = 975 \text{ N/m} = 1,0 \text{ kN/m}$

Egenlast avstivende isolert stålplatetak (Byggforskserien 471.031):

$0,70 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,7 \cdot 6,0 = 4,2 \text{ kN/m}$

Permanent last: $g_k = g_{b,k} + g_{t,k} = 5,2 \text{ kN/m}$



Figur 3.2 Statiske beregninger (tallene i parentes tar *ikke* hensyn til skjærdeformasjonene)

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark: $s_k = 4,5 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 4,5 \cdot 6 = 21,6 \text{ kN/m}$$

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 0,75 \text{ kN/m}^2$

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter. Vind på tvers av bjelkene, dvs. mot gavl, gir en ytre vindkraft (sug/trykk) som er jevnt fordelt over hele bjelkens lengde, mens vind mot langvegg (dvs. langs etter bjelkene) gir en varierende vindlast langs bjelken som totalt sett er lavere enn den som vind mot gavl gir.

Størst oppadrettet vindsug får en bjelke i sone H (se figur 7.6 og tabell 7.2 i NS-EN 1991-1-4) hvor formfaktoren er $c_e = -0,7$. Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$. Resulterende oppadrettet vindlast blir:

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 6 = 0,75 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 6 = -4,1 \text{ kN/m}$$

Størst nedadrettet vindtrykk får bjelken i sone I hvor formfaktoren er $c_e = 0,2$. Denne kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor $c_i = -0,3$.

Resulterende nedadrettet vindlast blir:

$$q_{trykk,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 6 = 0,75 \cdot (0,2 + 0,3) \cdot 6 = 2,3 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner - bruddgrensetilstand

Figur 3.2 på motstående side viser resultater fra statiske beregninger utført for de to aktuelle snølastsituasjonene - enhetslaster med riktig fordeling. For bruddgrensetilstanden er full snølast på hele bjelken dimensjonerende. Også her er det kombinasjonen STR-2 som kommer til anvendelse, men med tanke på dimensjoneringen av selve bjelken må vi vurdere to kombinasjoner, en med bare snø, dvs.

$$p_{d,1} = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot 5,2 + 1,5 \cdot 21,6 = 38,6 \text{ kN/m} \quad (3-1)$$

og en med både snø (som dominerende last) og vindtrykk, dvs.

$$p_{d,2} = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} + 1,5\psi_{0,2}q_{trykk,k} = 38,6 + 1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,3 = 40,7 \text{ kN/m} \quad (3-2)$$

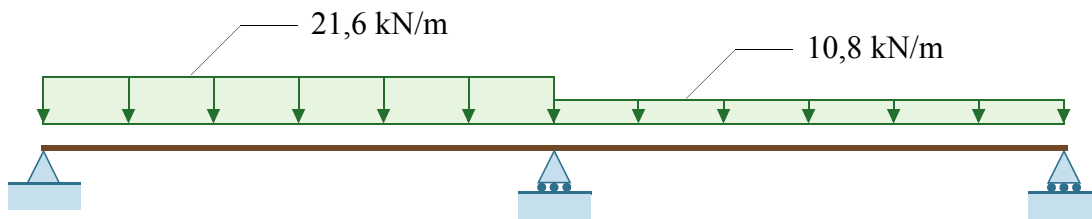
Verdien på $\psi_{0,2}$ er tatt fra introduksjonen (tabell 2). For lastkombinasjonen $p_{d,1}$ har vi at $k_{mod} = 0,9$ (klimaklasse 1 og korttidslast), mens $k_{mod} = 1,1$ for lastkombinasjonen $p_{d,2}$ (klimaklasse 1 og øyeblikkslast). Dette betyr at dimensjonerende materialfastheter er ca. 20% høyere for $p_{d,2}$ enn for $p_{d,1}$, mens $p_{d,2}$ bare er 5% høyere enn $p_{d,1}$, som igjen betyr at for dimensjoneringen av selve bjelken kan vi se bort fra $p_{d,2}$ og dermed vindtrykket.

Vindsuget på snøfritt tak kan derimot føre til løftekrefter ved oppleggene, og vi må derfor undersøke følgende lastkombinasjon:

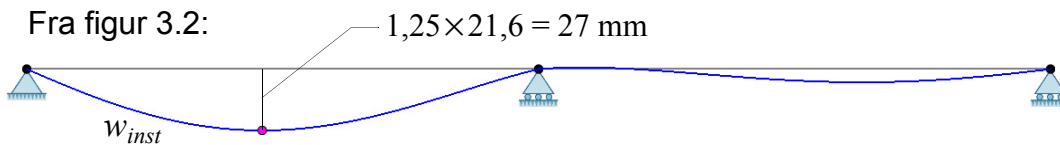
$$p_{\text{løft}} = 1,0g_k + 1,5q_{sug,k} = 1,0 \cdot 5,2 - 1,5 \cdot 4,1 = -0,95 \text{ kN/m} \quad (3-3)$$

Her virker egenlasten i "gunstig" retning, derfor lastfaktor lik 1,0.

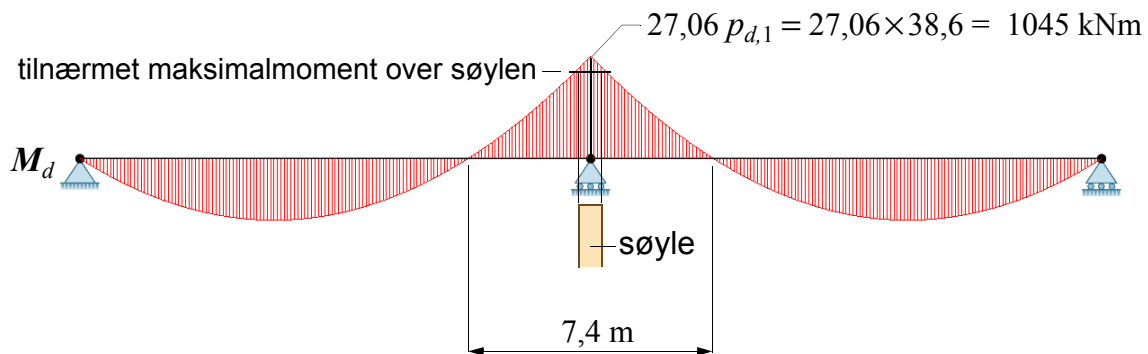
Variabel (snø-) last for bruksgrensetilstand ($q_{s,halv,k}$)



Fra figur 3.2:



Dimensjonerende bøyemoment (fra figur 3.2):



Kommentar:

Den teoretiske modellen, med "knivopplegg", overestimerer maksimalmomentet over søylen med ca. 10%.

Lastkombinasjoner - bruksgrensetilstand

Av de tre lastkombinasjonene som er definert for bruksgrensetilstanden er det her mest naturlig å basere kontrollen på *ofte forekommende kombinasjon*, med last fra både snø og vindtrykk. Snø er den dominerende variable lasten (Q_1), og i henhold til figur 3.2 gir full snø (21,6 kN/m) i ett felt og halv snø (10,8 kN/m) i det andre feltet størst nedbøyning. Vind og egenlast er jevnt fordelt over hele bjelkelengden. Som vi skal se vil ikke vindtrykk bidra til nedbøyningen (dette fordi $\psi_2 = 0$ for vind).

3.4 Bruddgrensekontroll

Her må en kontrollere *bøyespenningene*, *skjærspenningene* og *flatetrykket* ved oppleggene. Eventuelle løftekrefter ved oppleggene må også bestemmes.

For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast gir tabell 7:

$$k_{mod} = 0,9$$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Bøyekontroll (EK5-1 pkt. 6.1.6 og pkt. 6.3.3)

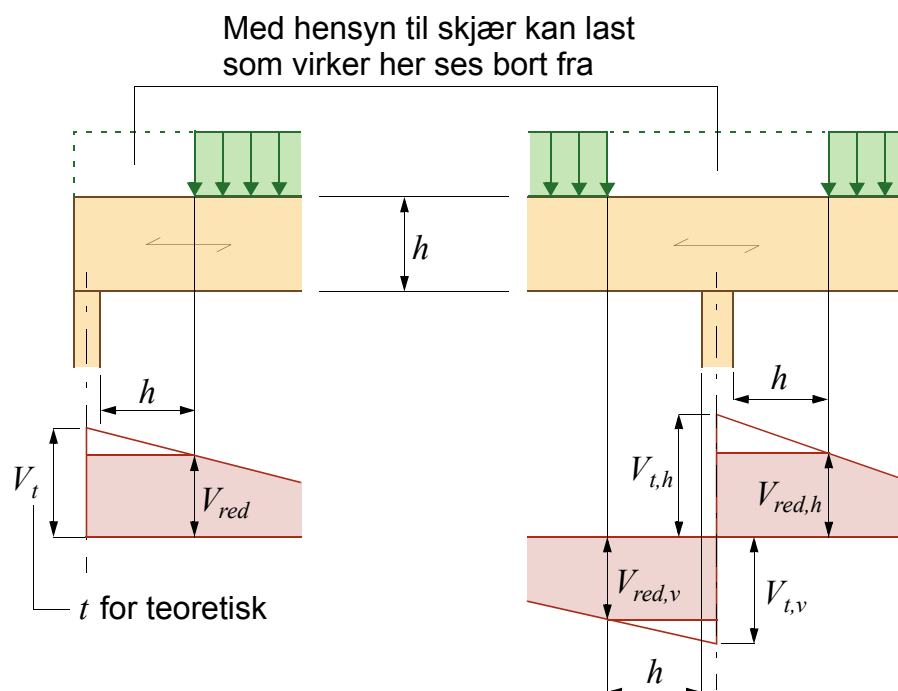
Med utgangspunkt i momentdiagrammet øverst i figur 3.2, og uten noen reduksjon på grunn av den relativt store oppleggsflaten, finner vi at dimensjonerende bøyemoment (over midtre opplegg) er:

$$M_d = 27,06 \times 38,6 = 1045 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow \sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{6 \cdot 1045 \cdot 10^6}{190 \cdot 1215^2} = 22 \text{ N/mm}^2 < f_{m,d} \quad \text{OK}$$

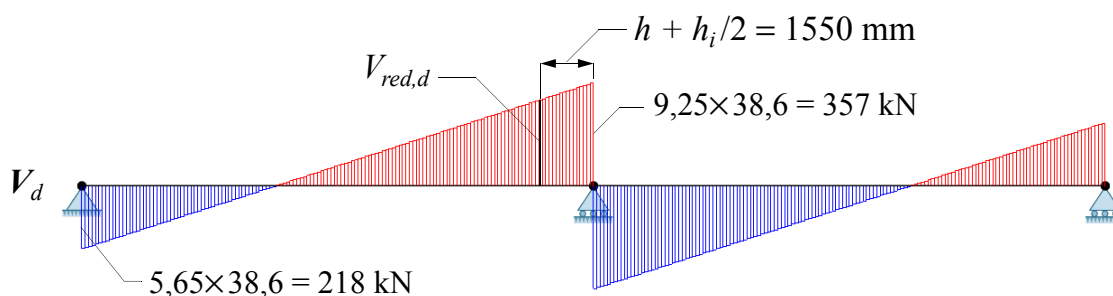
Hva så med vipning? Vi forutsetter at bjelken er sikret mot rotasjon om egen akse (dvs. at den er "gaflet") ved oppleggene på yttersøylene, og at takskiven sikrer bjelkens overkant mot forskyvninger på tvers. Eneste mulighet for vipning er dermed i sonen ved midtopplegget som har trykk i underkant av bjelken. Om vi (konservativt) regner som om midtsøylen virker som en konsentrert last på en bjelke med lengde 7,4 m, kan vi regne den effektive (vippe-) lengden som (se tabell 6.1 i EK5-1): $L_{ef} = 0,8 \cdot 7,4 = 5,9 \text{ m}$. Det gir:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78b^2}{hL_{ef}} E_{0,05} = \frac{0,78 \cdot 190^2 \cdot 10800}{1215 \cdot 5900} = 42 \text{ N/mm}^2 \quad \text{EK5-1: lign. 6.32}$$



Figur 3.3 Reduksjon av skjærkraft ved opplegg (EK5-1, pkt 6.1.7)

Dimensjonerende skjærkraft (fra figur 3.2):



Kommentar:

Det er mye som taler for at et eventuelt skjærbrudd for et problem som dette vil oppstå ved ett av endeoppleggene og ikke ved midtopplegget. Et skjærbrudd betinger at øvre og nedre bjelkehalvdel glir i forhold til hverandre. En slik bevegelse er "kinematisk låst" ved midtopplegget – dette er diskutert i [3].

Siden vi her tilfredsstillter kravene også ved midtopplegget (med redusert skjærkraft), behøver vi ikke ta stilling til hvor et eventuelt brudd vil oppstå.

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30}{42}} = 0,85 \quad \text{EK5-1: ligning (6.30)}$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,85 = 0,92 \quad \text{EK5-1: ligning (6.34)}$$

Standardens krav, ligning (6.33):

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} = \frac{22}{0,92 \cdot 23} = 1,0 \quad \text{OK}$$

En bokstavtro tolkning av standarden ville økt lengden L_{ef} med $2h$ og dermed redusert k_{crit} tilstrekkelig til at brøken ovenfor ville bli 1,1. Vi har imidlertid ikke tatt hensyn til at bjelken er avstivet i overkant, vi har ikke gitt søylen noen avstivende virkning, og vi har ikke tatt hensyn til at den dimensjonerende bøyestyrke $\sigma_{m,d}$ er lavere enn beregnet på grunn av det brede opplegget. I sum er dette mer enn nok til å slå fast at bjelken tilfredsstiller kravene til bøyestyrke.

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Figur 3.3 viser hvordan vi tolker punkt 6.1.7(3) i EK5-1. Standarden snakker riktig nok bare om en konsentrert kraft som angriper på bjelkens overkant, men det er vanskelig å finne noen god begrunnelse for at bestemmelsen ikke også skulle gjelde for en fordelt last.

Største oppredende (teoretiske) skjærkraft har vi ved midtopplegget for jevnt fordelt snølast:

$$V_{t,d} = 9,25 \times 38,6 = 357 \text{ kN}$$

Dimensjonerende redusert skjærkraft, i henhold til figur 3.3:

$$V_{red,d} = 357 - (357 + 218) \frac{1550}{15000} = 357 - 59 = 298 \text{ kN}$$

Dimensjonerende skjærspenning:

$$\tau_{v,d} = \frac{3 \cdot V_{red,d}}{2 \cdot b_{ef} \cdot h} = \frac{3 \cdot V_{red,d}}{2 \cdot (k_{cr} \cdot b)h} = \frac{3 \cdot 298 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,8 \cdot 190 \cdot 1215} = 2,4$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{2,4}{2,7} = 0,89 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Trykk normalt fibre (EK5-1, pkt. 6.1.5)

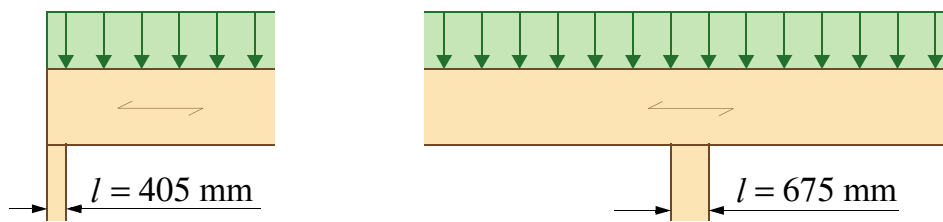
Dimensjonerende opplagerkraft ved endeopplegg (skjev snølast, se figur 3.2):

$$F_{y,d} = 1,2 \cdot 5,2 \cdot 5,70 + 1,5 \cdot 21,6 \cdot 6,15 = 35,6 + 199,3 = 235 \text{ kN}$$

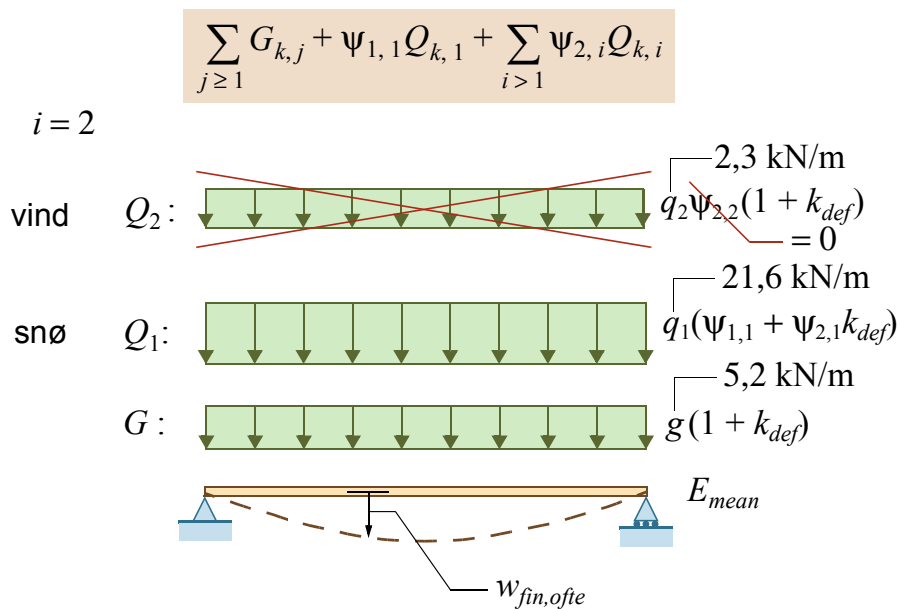
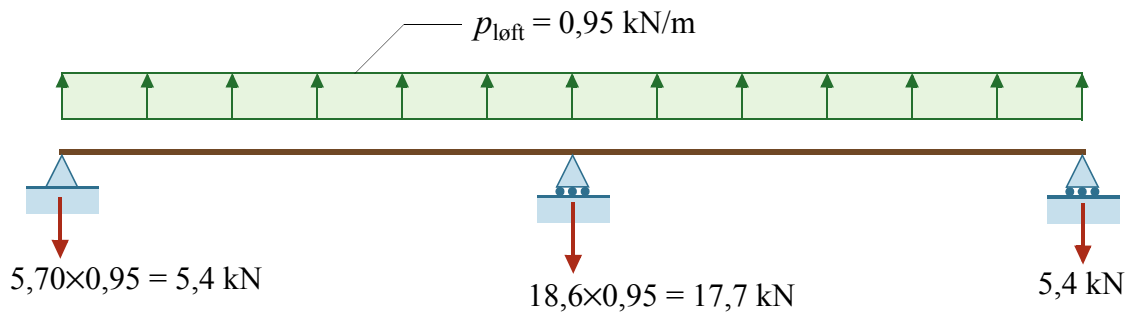
$$\sigma_{c,90,d} = \frac{235 \cdot 10^3}{190 \cdot (h_y + 30)} = \frac{235000}{190 \cdot 435} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende opplagerkraft ved midtopplegg (jevn snølast, se figur 3.2):

$$F_{y,d} = 18,6 \times 38,6 = 718 \text{ kN}$$



Løftekrefter (se figur 3.2 og ligning 3-3):



Ofte forekommende lastkombinasjon (se figur 1.3)

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{718 \cdot 10^3}{190 \cdot (h_i + 60)} = \frac{718000}{190 \cdot 735} = 5,1 \text{ N/mm}^2$$

Kontrollen i EK5-1 krever at $\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} < 1,0$

For limtre skal faktoren $k_{c,90}$ settes lik 1,75 dersom oppleggslengden l er mindre eller lik 400 mm; ellers skal den settes lik 1,0. Strengt tatt skal vi her sette $k_{c,90}$ lik 1,0 for begge oppleggene, og det betyr at ingen av oppleggene tilfredsstiller standardens krav. Det store spranget ved 400 mm virker urimelig, og dette har ført til at vi i Norge, i påvente av en mer rimelig løsning, tillater en alternativ kontroll basert på Rapport nr. 86 fra Norsk Treteknisk Institutt (se endringsblad til det norske NA til EK5-1). Her finner vi kontrollen

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90}^* f_{c,90,d}} \leq 1,0 \quad \text{hvor}$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{net}} = \frac{718 \cdot 10^3}{190 \cdot 675} = 5,6 \text{ N/mm}^2 \quad \text{– for midtopplegget, og}$$

$$f_{c,90,d}^N = f_{c,90,d}^* \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 5,5 \frac{0,9}{1,15} = 4,3 \text{ N/mm}^2$$

For vårt tilfelle er $k_{c,90}^* = 1,0$, og kontrollen blir dermed

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90}^* f_{c,90,d}^N} = \frac{5,6}{1,0 \cdot 4,3} = 1,3 > 1,0 \quad \text{ikke OK}$$

De ytre søylene derimot, hvor $\sigma_{c,90,d} = 3,1 \text{ N/mm}^2$ (når vi regner med A_{net}), vil tilfredsstille det norske kravet til flatetrykket.

Vi konkluderer med at bortsett fra flatetrykket mellom bjelke og midtsøyle har bjelken tilfredsstillende bruddgrensekapasitet, men det er neppe grunnlag for å redusere bjelkehøyden. Forbindelsen mellom bjelke og midtsøyle kommer vi tilbake til i både eksempel 17 (trykk tvers på fibre) og eksempel 20 (avstivning/gaffel-lagring).

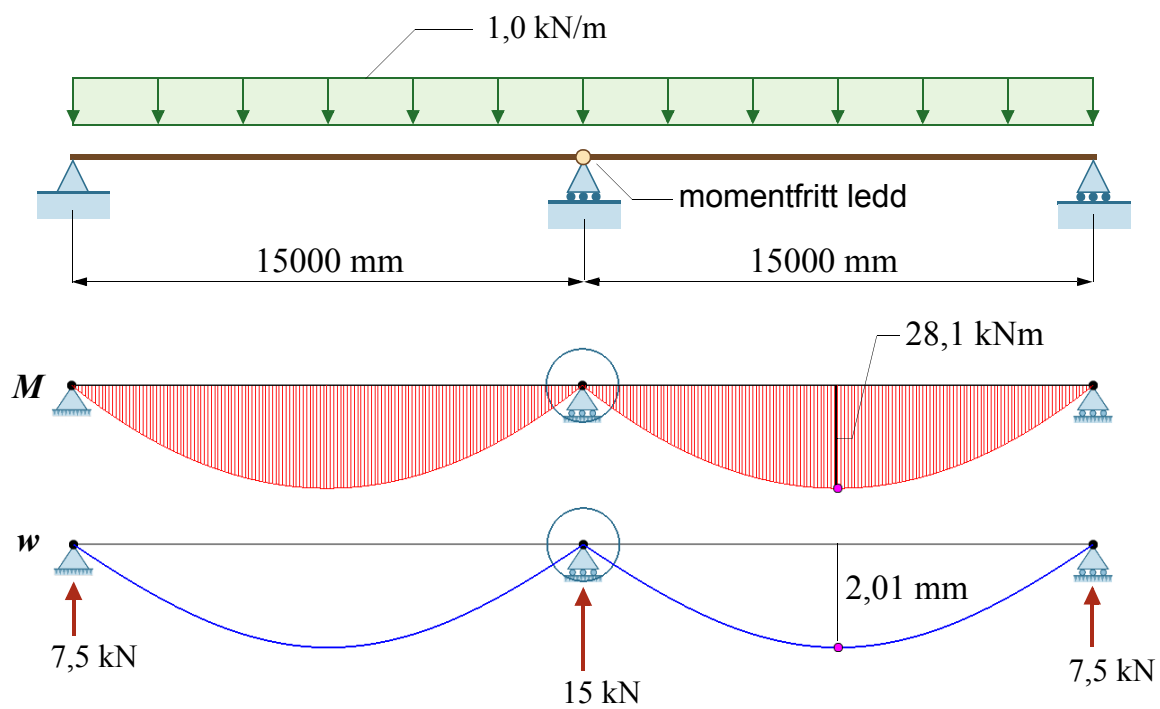
Løftekrefter

Bjelken må festes på en slik måte at løftkreftene vist på motstående side kan overføres til søylene (som forutsettes å kunne overføre kreftene til fundamentene).

3.5 Bruksgrensekontroll

Nedbøyninger

Som allerede nevnt baserer vi her nedbøyningskontrollen på ofte forekommende lastkombinasjon, se figur 1.3. Her får nedbøyningen bidrag fra egenlast og snø, men ikke vind, som vist på motstående side.



$$f_{c,90,d} = f_{c,90,d}^* \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 5,5 \frac{0,9}{1,15} = 4,3 \text{ N/mm}^2$$

For klimaklasse 1 har vi at $k_{def} = 0,6$.

For snø har vi (se tabell 2): $\psi_1 = 0,5$ og $\psi_2 = 0,2$

For vind har vi (tabell 2): $\psi_1 = 0,2$ og $\psi_2 = 0$

Ved å benytte nedbøyningene i figur 3.2 fremkalt av enhetslaster finner vi:

Bidrag fra egenlast: $w_g = 5,2 \cdot (1 + 0,6) \cdot 1,0 = 8 \text{ mm}$

Bidrag fra snø: $w_s = 21,6 \cdot (0,5 + 0,2 \cdot 0,6) \cdot 1,25 = 17 \text{ mm}$

Bidrag fra vind: $w_v = 0$ ($\psi_2 = 0$ for vind)

$$\Rightarrow w_{fin,ofte} = w_g + w_s = 8 + 17 = 25 \text{ mm} \approx L / 600 \quad \text{OK}$$

Kommentar

Den foreslåtte bjelke er relativt lang, og avhengig av hvor bygget ligger i forhold til limtreprodusenten vil transport kunne bli et problem. Et alternativ vil være å skjøte to 15 m lange bjelker over midtstøtten. Hvilke konsekvenser vil det ha?

På motstående side er vist det momentdiagram og den forskyvningsfigur som vi nå må sammenligne med de øverste diagrammene i figur 3.2. Vi ser at feltmomentet nå (28,1 kNm) blir litt større enn støttemomentet for den kontinuerlige bjelken (27,1 kNm), men økningen er ikke større enn at også den skjøtte bjelken vil tilfredsstillere kravene til bøyekapasitet, spesielt ettersom vi nå kan se helt bort fra vipping (dvs. $k_{crit} = 1,0$).

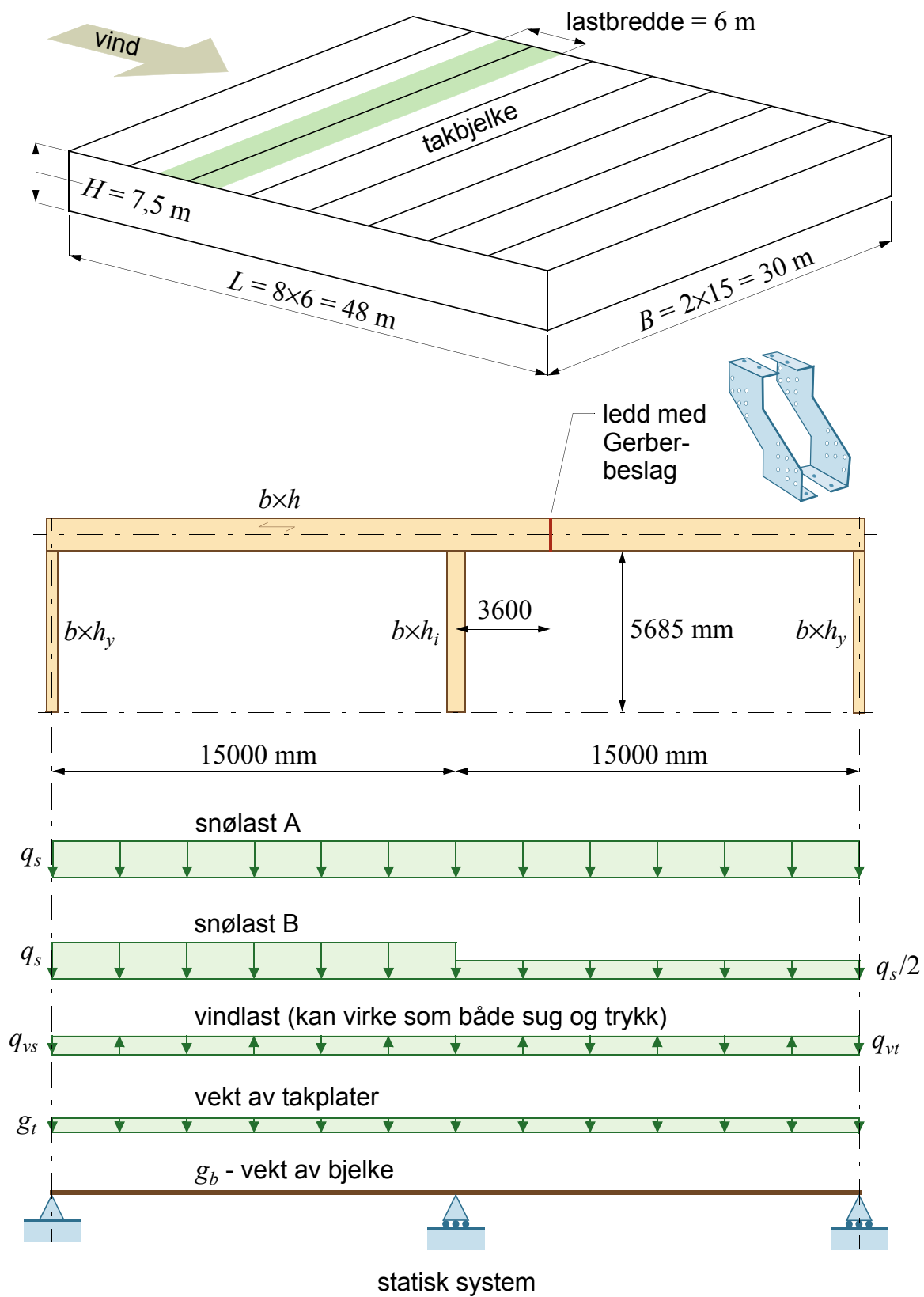
Dimensjonerende skjærkraft er mindre for den skjøtte bjelken enn for den kontinuerlige bjelken, og mens flatetrykket over yttersøylene øker (til 4,1 N/mm²) minker det (til 4,5 N/mm²) over midtsøylen. Med $f_{c,90,d} = 4,3 \text{ N/mm}^2$, finner vi at det norske kravet til flatetrykket er tilfredsstillt for begge søylene (med det nøyaktighetsnivå vi har lagt oss på er $4,5/4,3 = 1,0465 \approx 1,0$).

Hva så med nedbøyningen? Her må vi sammenligne 2,01 med henholdsvis 1,25 (for snø) og 1,0 (for den permanente lasten), og for den ofte forekommende lastkombinasjonen vil vi nå finne en største nedbøyning som er:

$$w_{fin,ofte} = w_g + w_s = 8 \cdot \frac{2,01}{1,0} + 17 \cdot \frac{2,01}{1,25} = 43 \text{ mm} \approx L / 350 \quad \text{OK}$$

Konklusjonen blir at den skjøtte bjelken tilfredsstiller standardens krav, både i brudd- og bruksgrensetilstanden.

Et annet alternativ er å skjøte bjelken med et spesielt beslag, et såkalt Gerber-beslag, i ett av punktene som har null bøyemoment ved jevnt fordelt last. Dette alternativet ser vi nærmere på i neste eksempel.



Figur 4.1 Takbjelke med Gerber-ledd

EKSEMPEL 4

Gerber-bjelke

4.1 Oppgaven

Oppgaven her er egentlig den samme som i eksempel 3. Eneste forskjell er at her er ikke takbjelkene kontinuerlige, de er skjøtt med et såkalt Gerber-beslag. Dette beslaget kan overføre skjærkrefter, men ikke bøyemomenter. Skjøten plasseres i ett av de to punktene hvor den kontinuerlige bjelken har null bøyemoment for en jevnt fordelt last. Når det tas hensyn til skjærdeformasjoner blir dette punktet liggende ca. 3600 mm fra (teoretisk) midtopplegg, som vist i figur 4.1.

Oppgaven er fortsatt å dimensjonere bjelken, slik den er vist i figur 4.1.

4.2 Forutsetninger og antakelser

Nøyaktig som for eksempel 3, også hva angår limtredimensjoner.

4.3 Laster

Som for eksempel 3.

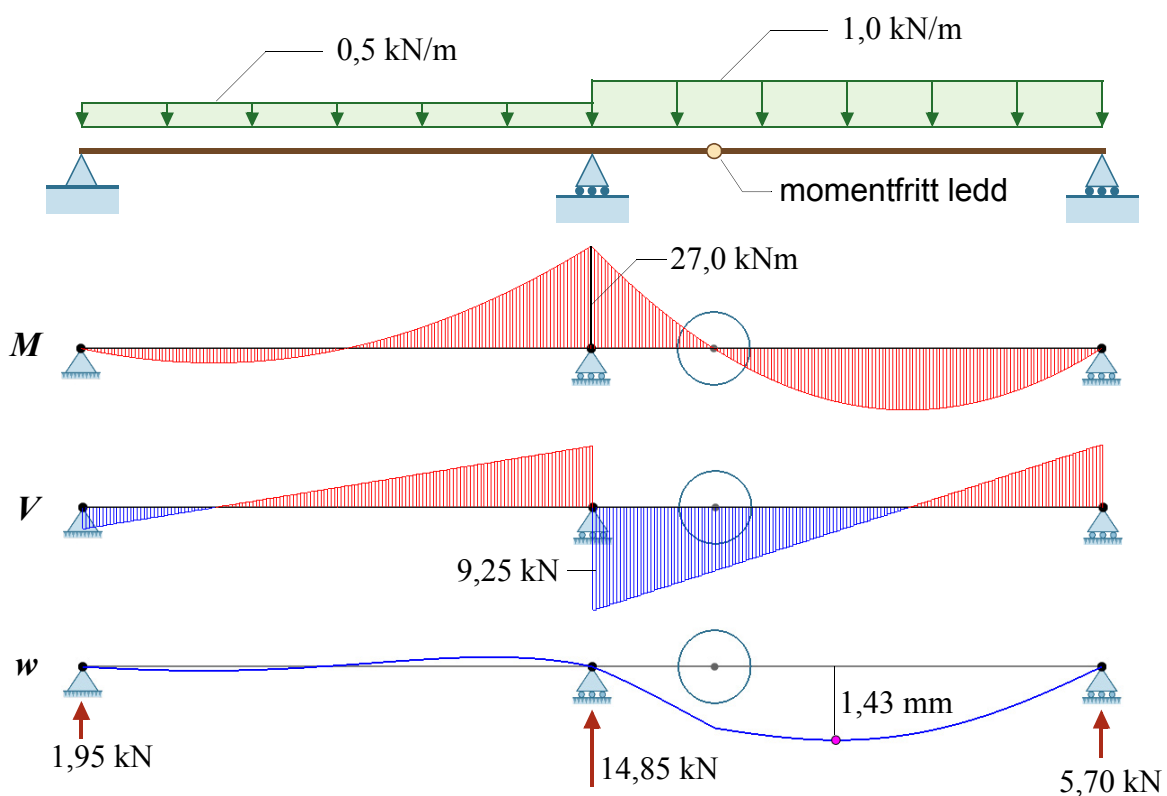
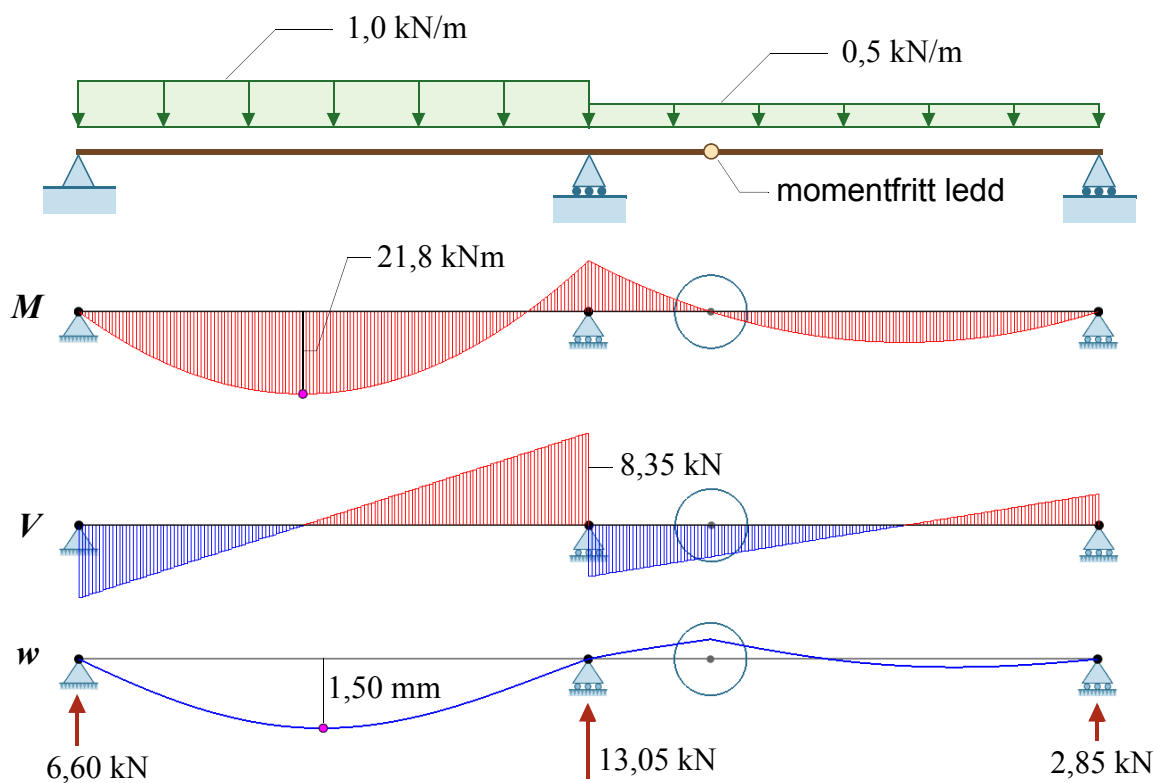
Karakteristiske laster på en bjelke:

Permanent last:	$g_k = 5,2$ kN/m
Variabel last, snø:	$q_{s,k} = 21,6$ kN/m
Variabel last, vindsug:	$q_{sug,k} = -4,1$ kN/m
Variabel last, vindtrykk:	$q_{trykk,k} = 2,3$ kN/m

Lastkombinasjoner

For bruddgrensetilstanden gjelder samme resonnement som for bjelken i eksempel 3, og dimensjonerende last for selve bjelken er egenlast og snø, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot 5,2 + 1,5 \cdot 21,6 = 38,6 \text{ kN/m} \quad (4-1)$$



Figur 4.2 Statiske beregninger – full + halv snølast

Løftekrefter ved oppleggene må, som i eksempel 3, vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{\text{løft}} = 1,0g_k + 1,5q_{\text{sug},k} = 1,0 \cdot 5,2 - 1,5 \cdot 4,1 = -0,95 \text{ kN/m} \quad (4-2)$$

Også for bruksgrensetilstanden gjelder samme resonnement som for eksempel 3.

4.4 Statiske beregninger

For den valgte ledd-plassering er Gerber-bjelkens respons for en jevnt fordelt belastning nøyaktig den samme som for den kontinuerlige bjelken i eksempel 3. For skjevbelastningen, full snø i ett felt og halv snø i det andre, er derimot responsen en annen enn for den kontinuerlige bjelken, og som vist i figur 4.2 er responsen avhengig av hvor leddet befinner seg i forhold til full snølast.

4.5 Bruddgrensekontroll

Med hensyn til bøyning og skjær er det fortsatt jevnt fordelt last som er dimensjonerende, selv om det er bøyemoment og spesielt skjærkraft som er av samme størrelse for skjevlast (med full snø i feltet med ledd). Vi konkluderer derfor med at Gerber-bjelken har tilfredsstillende moment- og skjærkapasitet, men som for den kontinuerlige bjelken overskrider også Gerberbjelken det dimensjonerende flatetrykket mellom bjelke og midtsøyle. Selv om Gerberbjelken får litt større opplagerkrefter ved de ytre oppleggene tilfredsstiller den dimensjonerende spenning normalt fiberretningen det norske kravet ved yttersøylene.

Det kan selvsagt argumenteres med at Gerber-bjelken får litt lengre effektiv lengde med hensyn til vipping over midtstøtten, for skjevlasten nederst i figur 4.2. Nå er imidlertid antakelsene knyttet til vipping i eksempel 3 konservative, og det samme er den statiske modellen (med knivopplegg på midtsøylen) som overvurderer støttemomentet.

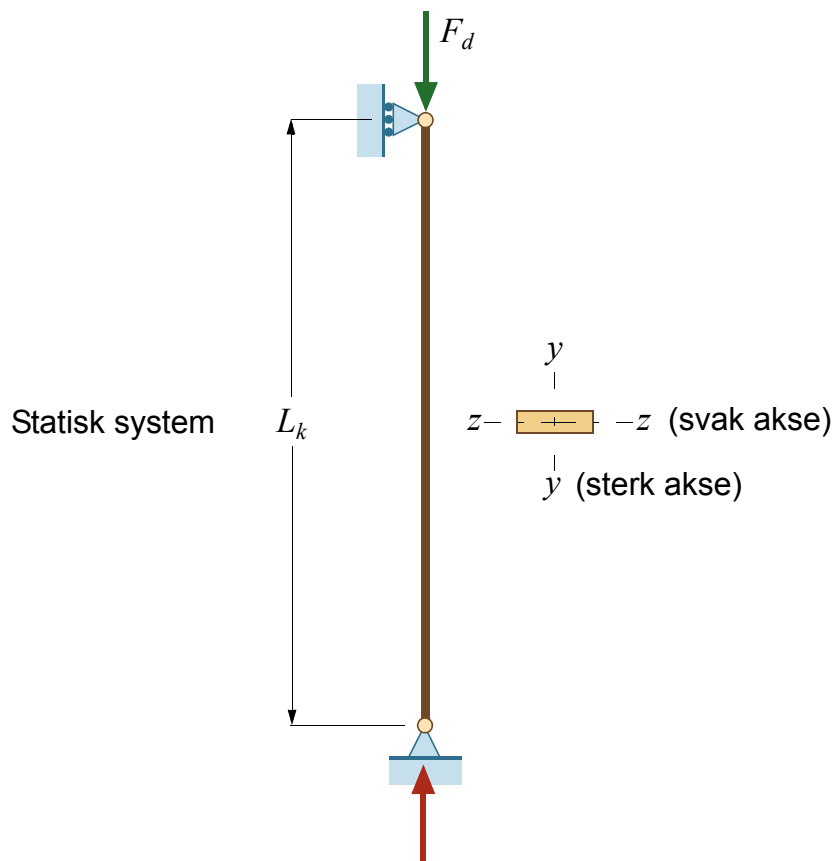
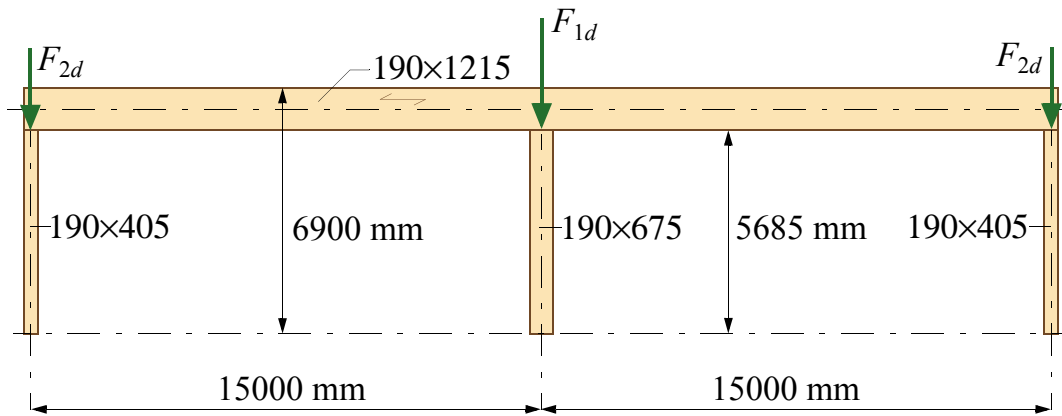
4.6 Bruksgrensekontroll

Sammenlignet med eksempel 3 ser vi at Gerber-bjelken får litt større nedbøyning enn den kontinuerlige bjelken, men mindre nedbøyning enn en bjelke med skjot over midtsøylen. Da også sistnevnte løsning tilfredsstiller nedbøyningskravene for *ofte forekommende* lastkombinasjon, konkluderer vi med at også Gerber-bjelken tilfredsstiller bruksgrensekravene.

Kommentar

For de samme tverrsnittsdimensjoner (190×1215 mm) er det faktisk bare den skjotte bjelken som tilfredsstiller alle kravene. Både den kontinuerlige bjelken og Gerberbjelken må forsterkes med hensyn til flatetrykk mellom bjelke og midtsøyle (se eksempel 17).

Rammen i eksempel 3



Figur 5.1 Søylene i butikklokale (se eksempel 3)

EKSEMPEL 5

Søyler

5.1 Oppgaven

Vi vender tilbake til eksempel 3, men nå skal vi kontrollere søylene som bærer den kontinuerlige takbjelken, se figur 5.1. Forutsetningene er nøyaktig de samme som for eksempel 3, og vi vil derfor benytte noen av beregningene som er foretatt i eksempel 3.

5.2 Forutsetninger og antakelser

Som for eksempel 3, dvs.

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Avstand mellom rammene, dvs. lastbredde ut av planet: 6000 mm

Mens selve veggkonstruksjonen antas å sikre vegg søylene mot utknekking om svak (z-) akse, er det i utgangspunktet ingen avstivning i noen retning av midtsøylen.

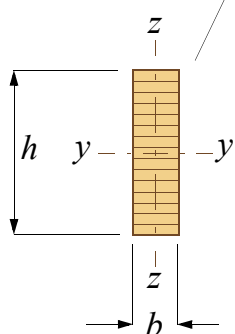
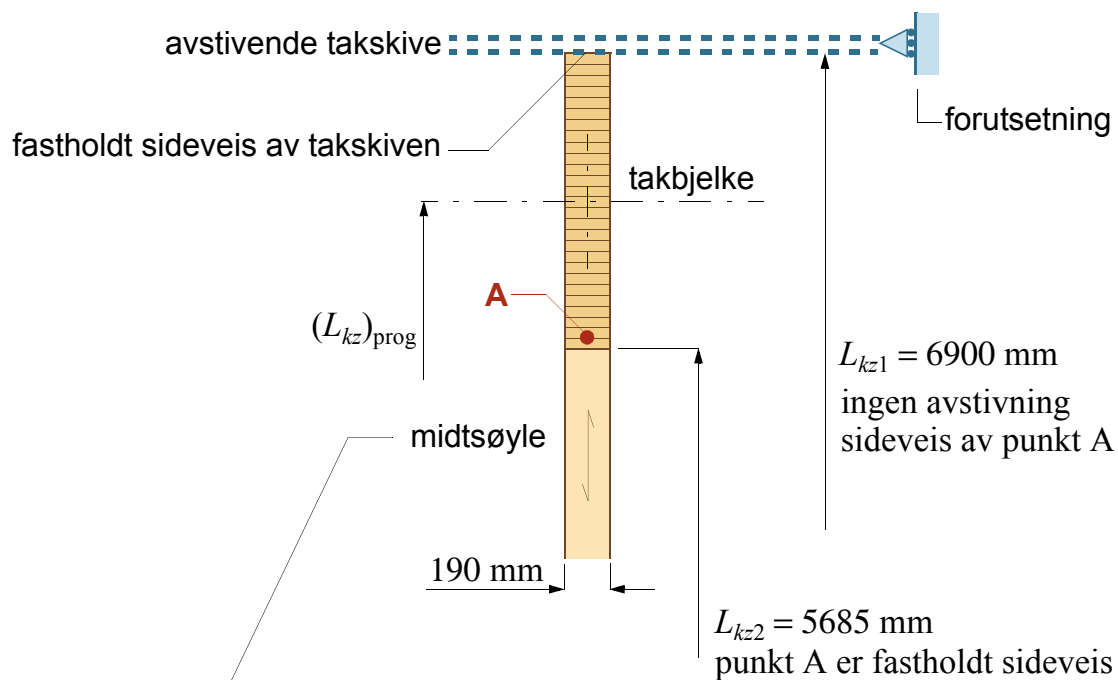
Vi starter med de dimensjonen som ble antatt for søylene i eksempel 3:

190×405 mm for vegg søylen og 190×675 mm for midtsøylen

5.3 Laster

Nøyaktig som for eksempel 3.

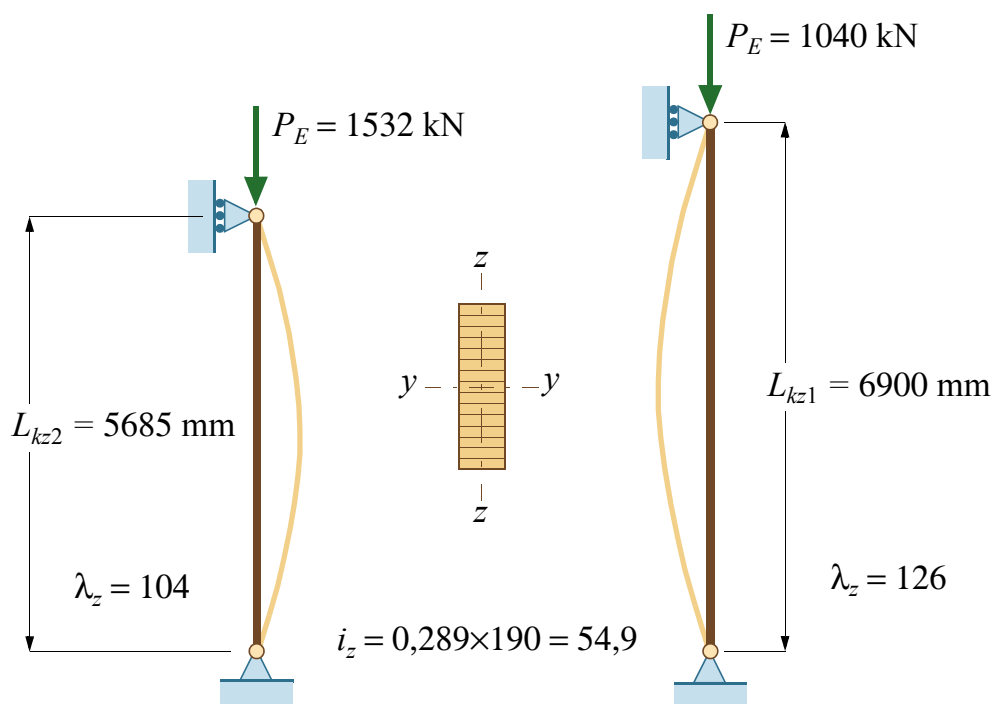
Søylene egenlast neglisjeres.



Knekking om svak (z-) akse:

Slankhet: $\lambda_z = \frac{L_{kz}}{i_z}$ hvor

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{b^3}{12}} = 0,289b \quad (I_z = \int_A y^2 dA = \frac{hb^3}{12})$$



5.4 Kontroll av midtsøylen

Dimensjonerende last

Vi kan benytte samme resonnerement her som i eksempel 3, knyttet til verdien av modifikasjonsfaktoren k_{mod} , til å utelukke lastkombinasjonen som omfatter både snø (som dominerende last) og vind. For kombinasjonen egenlast og snø har vi fra eksempel 3 at største oppleggskraft i bjelkens midtopplegg, som blir dimensjonerende last på søylen, er

$$F_{1d} = 18,6 \times 38,6 = 718 \text{ kN}$$

Vi antar at lasten virker sentrisk på søylen (en helt grei antakelse for knekking ut av planet, dvs. om svak akse).

Knekk lengde, slankhet og knekklast

Søylen er ikke avstivet i noen retning, og eventuell utknekking vil derfor foregå om svak (z-) akse. Knekk lengden for en slik knekking, som er helt avhengig av hvordan bjelkens underkant (punkt A) er støttet sideveis, vil ligge mellom søylen lengden, dvs. $L_{kz2} = 5685 \text{ mm}$ (fastholding av punkt A), og lengden fra søylefot til toppen av takbjelken, dvs. $L_{kz1} = 6900 \text{ mm}$ (ingen sideveis støtte av punkt A). Vi har ingen opplysninger om sideveis støtte av punkt A. Derimot må vi kunne gå ut fra at taks kiven vil hindre bjelkens overkant i å forskyve seg ut av planet. En litt konservativ, men realistisk antakelse er derfor å sette knekk lengden lik L_{kz1} . Vi vil her undersøke begge alternativene.

Her bør nevnes at det finnes dataprogram på markedet som foreslår knekk lengde regnet til bjelkens senterlinje, angitt ved $(L_{kz})_{prog}$ i figuren på motstående side. Vi anbefaler på det sterkeste at prosjekterende ingeniør alltid gjør selvstendige valg med hensyn til knekk lengder.

Knekklasten for en ideell søyle, den såkalte EULER-lasten, definert som

$$P_E = \pi^2 \frac{EI}{L_k^2} \quad (5-1)$$

er enkel å beregne og gir nyttig informasjon, uten at den spiller noen rolle i selve kontrollen. EULER-lasten for de to antakelsene av knekk lengden er vist på motstående side, hvor vi også har definert begrepet slankhet (λ). Forskjellen mellom P_E og dimensjonerende last F_d tyder på at vi her, spesielt for den lengste knekk lengden, vil få problemer med kontrollene definert i standardens pkt. 6.3.2, som forlanger at følgende betingelser er oppfylt:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (5-2)$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (5-3)$$

For limtre er $\beta_c = 0,1$ (se lign. 6.29 i EK5-1)

Ved å øke søyleverrsnittet med en eller flere lameller endres den dimensjonerende spenningen $\sigma_{c,0,d}$, men *ikke* $k_{c,z}$ (som bare endres ved å endre slankheten).

Med $L_{kz} = L_{kz1} = 6900$ mm og *en* lamell mer ($h = 720$ mm) får vi

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{718000}{190 \cdot 720} = 5,2 \text{ N/mm}^2$$

og

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{5,2}{0,26 \cdot 19} = 1,1 \quad \text{ikke OK}$$

Med $L_{kz} = L_{kz1} = 6900$ mm og *to* lameller mer ($h = 765$ mm) får vi

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{718000}{190 \cdot 765} = 4,9 \text{ N/mm}^2$$

og

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{4,9}{0,26 \cdot 19} = 1,0 \quad \text{OK}$$

Vi har ingen bøyespenninger, og knekking vil foregå om svak (z-) akse. Det betyr at kontrollen forenkles til

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1 \quad (5-4)$$

hvor $\sigma_{c,0,d} = \frac{718000}{190 \cdot 675} = 5,6 \text{ N/mm}^2$, og

med $k_{mod} = 0,9$ er $f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2$

For å bestemme knekkfaktoren $k_{c,z}$ må vi først bestemme relativ slankhet, som for $L_k = L_{kz1} = 6900 \text{ mm}$ er

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{126}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 1,9 \quad \text{EK5-1: ligning (6.22)}$$

Dernest må vi bestemme (se lign. 6.28 i EK5-1)

$$k_z = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2] = 0,5[1 + 0,1(1,9 - 0,3) + 1,9^2] = 2,4$$

Dette gir

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{2,4 + \sqrt{2,4^2 - 1,9^2}} = 0,26 \quad \text{EK5-1: ligning (6.26)}$$

Innsatt i (5-4) gir dette for den lengste knekk lengden:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{5,6}{0,26 \cdot 19} = 1,1 \quad \text{ikke OK}$$

For $L_k = L_{kz2} = 5685 \text{ mm}$ finner vi:

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{104}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 1,6$$

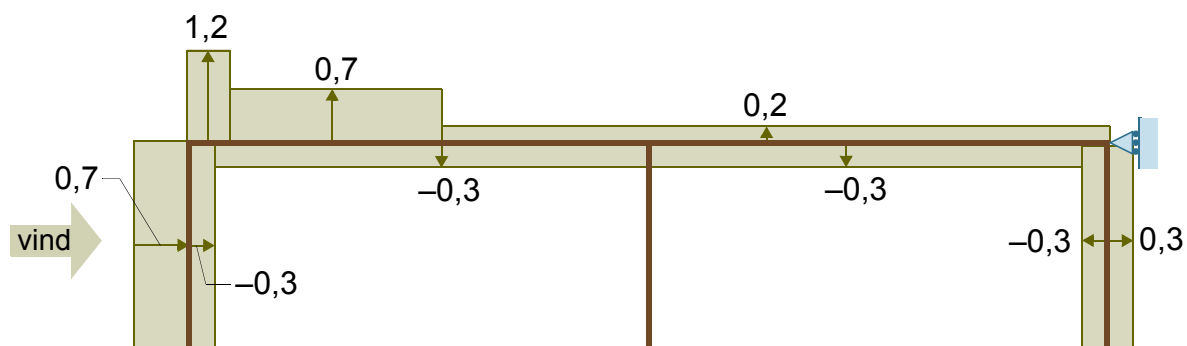
$$k_z = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2] = 0,5[1 + 0,1(1,6 - 0,3) + 1,6^2] = 1,8$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{1,8 + \sqrt{1,8^2 - 1,6^2}} = 0,38$$

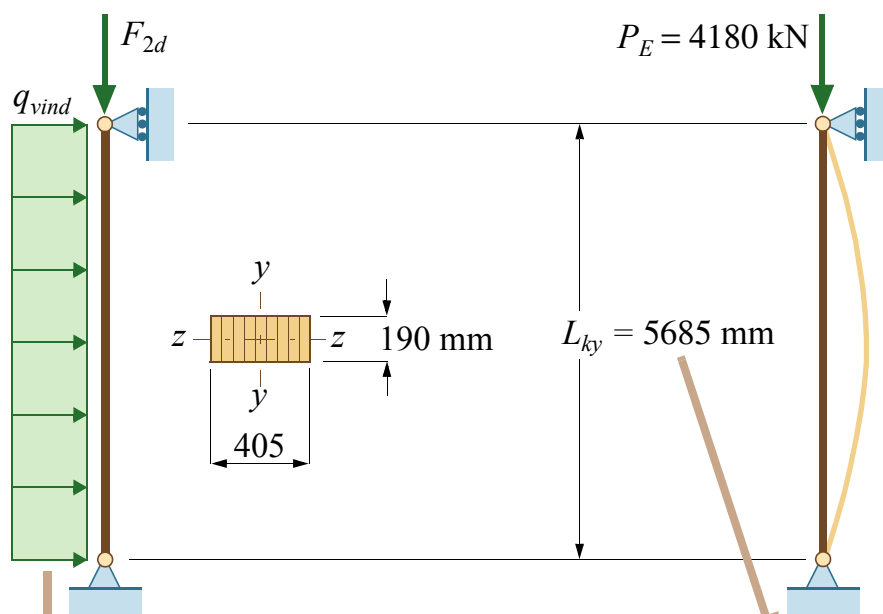
$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} = \frac{5,6}{0,38 \cdot 19} = 0,78 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kommentar

Er ikke bjelkens underkant støttet sideveis bør en nok regne med $L_{kz} = 6900 \text{ mm}$, og vi ser på motstående side at vi må legge på to lameller, slik at søyleverrsnittets høyde blir $h = 765 \text{ mm}$, for å tilfredsstille standardens krav.



Formfaktorer for vind mot langvegg
(tegnet i målestokk)



$$i_y = 0,289 \times 405 = 117 \longrightarrow \lambda_y = 49$$

dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 0,75 \text{ kN/m}^2$

lastbredde = 6 m

$$q_{trykk,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 6 = 0,75 \cdot (0,7 + 0,3) \cdot 6 = 4,5 \text{ kN/m}$$

$$q_{vind,d} = 1,5 \cdot \psi_0 \cdot q_{trykk,k} = 1,5 \cdot 0,6 \cdot 4,5 = 4,1 \text{ kN/m}$$

(snø er antatt å være dominerende last)

$$M_{y,d} = \frac{qL^2}{8} = \frac{4,1 \cdot 5,685^2}{8} = 16,6 \text{ kNm}$$

5.5 Kontroll av yttersøylen

Bruddgrensetilstand

Yttersøylen er fastholdt (av veggen) mot knekking ut av planet, dvs. om svak akse. Nå dreier det seg med andre ord om knekking om sterk (y -) akse, og det vil neppe være stor uenighet om å sette knekk lengden lik lengden av selve søylen, dvs. $L_{ky} = 5685$ mm (se kommentar på neste side).

Dimensjonerende last

Belastningen her er egenlast (med lastfaktor 1,2), snø (med lastfaktor 1,5) og vind med lastfaktor $1,5 \times \psi_{0,2}$ hvor $\psi_{0,2} = 0,6$, se ligning (3-2) (eksempel 3). Vi har her, litt vilkårlig, valgt snø som dominerende variabel last. På motstående side er vist formfaktorene for vind mot langvegg og indre undertrykk (se punktene 7.2.2 og 7.2.3 i NS-EN 1991-1-4). Med tanke på den vertikale lasten ser vi bort fra den beskjedne oppadrettede kraften fra vinden. For kombinasjonen egenlast og snø har vi fra eksempel 3 at største oppleggskraft i bjelkens endeopplegg, som blir dimensjonerende bruddlast på søylen, opptrer for full snø i ett felt og halv snø i det andre feltet, og er (se eksempel 3):

$$F_{2d} = 235 \text{ kN}$$

Vi antar også her at lasten virker sentrisk på søylen.

Knekklast og slankhet

På motstående side er vist søylens EULER-last og slankhet (λ_y) om y -aksen.

Knekkfaktoren $k_{c,y}$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{49}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 0,74$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(0,74 - 0,3) + 0,74^2] = 0,80$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,80 + \sqrt{0,80^2 - 0,74^2}} = 0,91$$

Kontroll - kun snø (korttidslast)

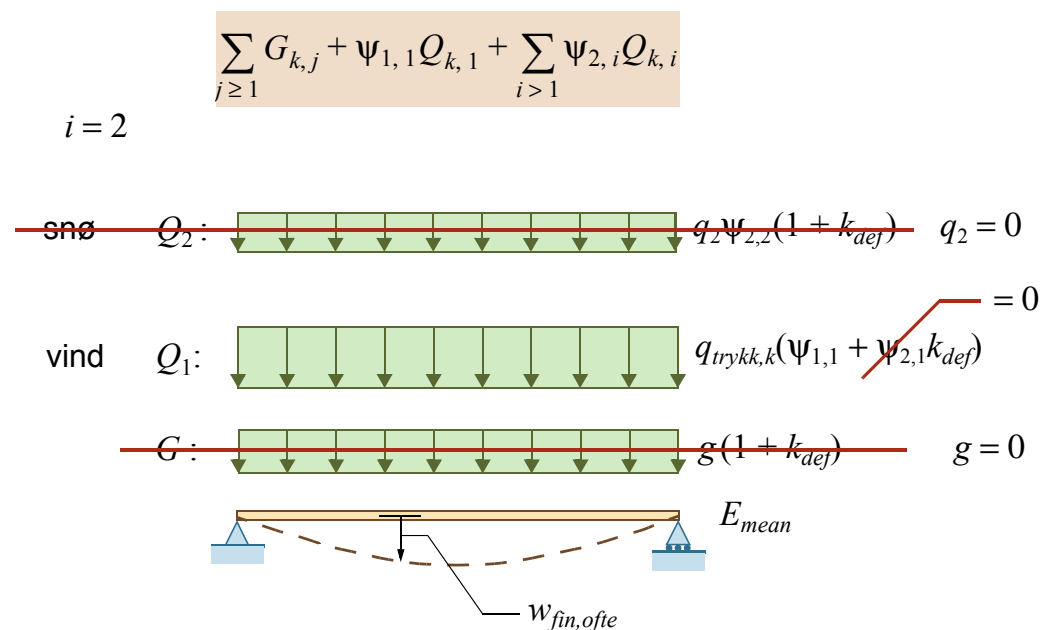
$$\text{Ren aksialbelastning: } F_{2d} = 235 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{235000}{190 \cdot 405} = 3,1 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{mod} = 0,9 \Rightarrow f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2 \quad (k_{mod} \text{ i.h.t. korttidslast})$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} = \frac{3,1}{0,91 \cdot 19} = 0,18 < 1,0 \quad \text{OK}$$

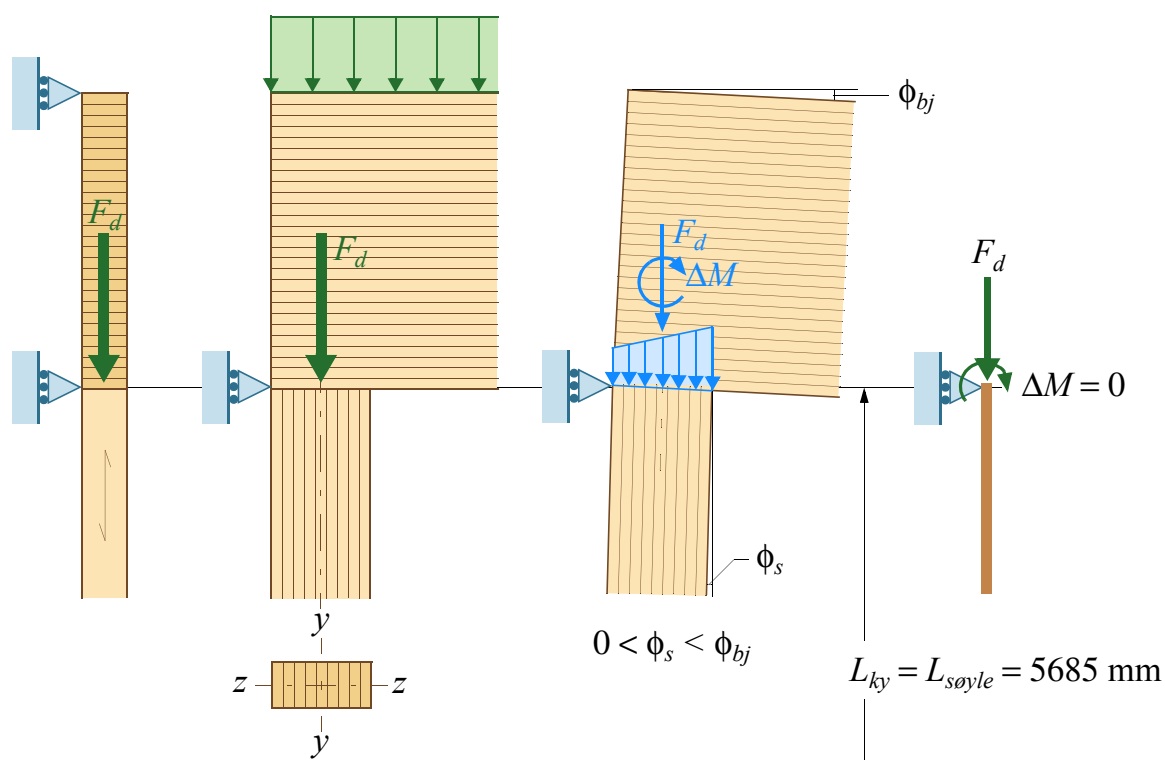
Kontroll - snø (dominerende last) og vind (øyeblikkslast)

Kombinert aksialt trykk (fra snø, dvs. F_{2d}) og bøyning (fra vind, dvs. $M_{y,d}$).



Ofte forekommende lastkombinasjon (se figur 1.3)

Knekking av vegg søylen om sterk (y -) akse:



Det antas at søylen er leddlagret i fotpunktet

$$\text{Bøyesspenning: } \sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{6 \cdot 16,6 \cdot 10^6}{190 \cdot 405^2} = 3,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Aksialspenning: } \sigma_{c,0,d} = 3,1 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{mod} = 1,1 \Rightarrow f_{c,0,d} = 24,5 \frac{1,1}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_{mod} \text{ i.h.t. øyeblikkslast})$$

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,1}{1,15} = 29 \text{ N/mm}^2$$

Kontrollen er nå ligning (5-2), med $\sigma_{m,z,d} = 0$, dvs.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{3,1}{0,91 \cdot 23} + \frac{3,2}{29} = 0,15 + 0,11 = 0,26 < 1 \quad \text{OK}$$

Det er godt mulig at vind som dominerende variabel last er ugunstigere - aksialspenningen vil reduseres noe ved at snølasten reduseres, med faktoren $\psi_0 = 0,7$, mens bøyesspenningen på grunn av vind vil øke, med faktoren $1/\psi_0 = 1/0,7 = 1,43$. Summen av utnyttelsene vil imidlertid fortsatt ligge langt under 1,0.

Bruksgrensetilstanden

Det er kun vind som vil forårsake utbøyning av søylen i ytterveggen, og igjen er det mest naturlig å benytte ofte forekommende lastkombinasjon, se motstående side. Fra tabell 2 i introduksjonen har vi at for vind er $\psi_1 = 0,2$ og $\psi_2 = 0$. Vi må altså bestemme største nedbøyning til en fritt opplagt limtrebjelke (GL30c) med tverrsnitt 190×405 mm og lengde $L = 5,7$ m påkjent av en jevnt fordelt last

$$p_{fin,ofte} = 0,2 \cdot 4,5 = 0,9 \text{ kN/m}$$

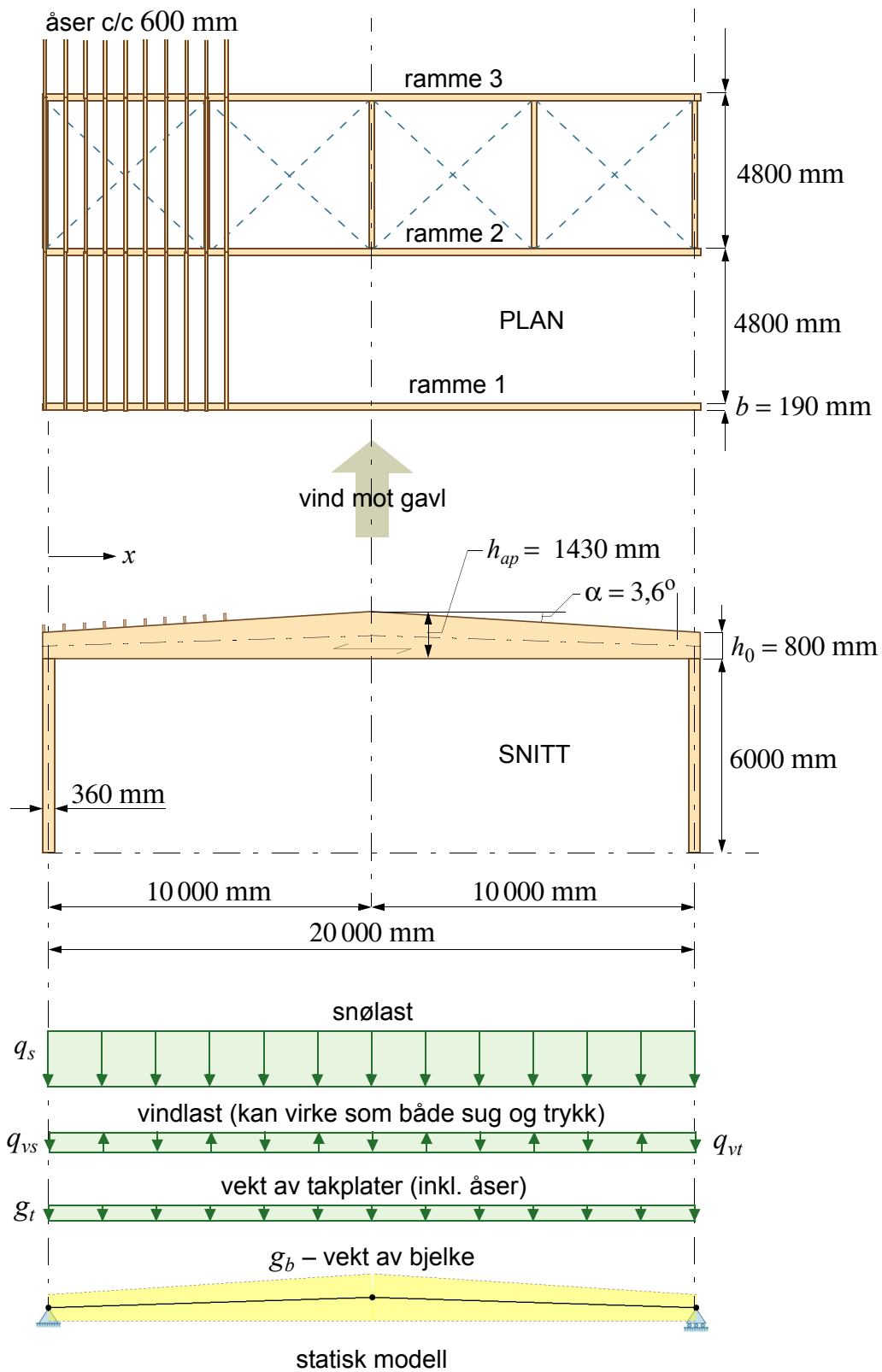
En programstyrt beregning gir $w = 1$ mm. Den karakteristiske lastkombinasjonen gir $w = 5$ mm, så utbøyning er definitivt ikke noe problem (det kunne vi strengt tatt ha sagt uten nevneverdig regning).

Kommentar

Mens den antatte dimensjon for midtsøylen (190×675 mm) er i grenseland, og hvor en sannsynligvis bør øke tverrsnittshøyden med en lamell (kanskje to), har yttersøylen, med dimensjon 190×405 mm en god del å gå på, også med hensyn på flatetrykket mellom bjelke og søyle.

For ytter- eller vegg søylen er det helt sikkert rom for å benytte en lamell mindre ($h = 360$ mm) og kanskje to ($h = 315$ mm). Dette bør selvsagt undersøkes.

På motstående side er det forsøkt vist vegg søylens kneklengde (for knekking om sterk akse). Bjelken forutsettes å være fastholdt i begge horisontale retninger, og en sterkt overdrevet deformasjonsfigur med antatt spenningsfordeling viser to forhold som går i hver sin retning. Belastningen på søylen er sannsynligvis litt eksentrisk og forårsaker et moment (ΔM), men samtidig vil søylen få en viss "innspenning" mot bjelken. Antar vi at disse effektene utligner hverandre ender vi opp med en fritt opplagt søyle med $L_{ky} =$ søylelengden.



Figur 6.1 Saltaksbjelke

Saltaksbjelke

6.1 Oppgaven

Saltaksbjelken vist i figur 6.1 er en av flere like takbjelker i en uisolert lagerhall. Bjelkene ligger med senteravstand 4800 mm i hallens lengderetning. Helningen på taket er 3,6 grader. Selve taket er et uisolert, ikke avstivende stålplatetak på åser. Et eget avstivingsystem i felt nummer 2 er antydnet i figur 6.1.

Oppgaven er å kontrollere den viste bjelken i både brudd- og bruksgrensetilstand.

6.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 2

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Lastbredde: 4800 mm

All last på taket, som overføres til saltaksbjelken via åsene, regnes som fordelt last.

Bjelkens dimensjoner, se figur 6.1: 190×800/1430/800 mm– helning 3,6 grader.

6.3 Laster

Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast bjelke beregnes automatisk av programmet, siden den varierer i bjelkens lengderetning.

Egenlast uisolerte stålplater, inkl. åser (Byggforskserien 471.031):

$$0,20 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,2 \cdot 4,8 = 0,96 \text{ kN/m}$$

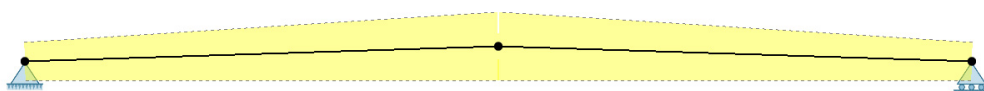
Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkref-
ter. Vind på tvers av bjelkene, dvs. mot gavl, gir en ytre vindkraft
(sug/trykk) som er jevnt fordelt over hele bjelkens lengde, mens vind
mot langvegg (dvs. langsetter bjelkene) gir en varierende vindlast
langs bjelken som totalt sett er lavere enn den som vind mot gavl gir.
Størst oppadrettet vindsug får en bjelke i sone H (se figur 7.6 og tabell
7.2 i NS-EN 1991-1-4) hvor formfaktoren er $c_e = -0,7$. Denne kombine-
res med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$.

MERK: På grunn av liten takvinkel har vi (litt konservativt) regnet som
om taket er flatt.

Størst nedadrettet vindtrykk får bjelken i sone I hvor formfaktoren er
 $c_e = 0,2$. Denne kombineres med et innvendig undertrykk med form-
faktor $c_i = -0,3$.

For en bruddlastkombinasjon som omfatter både snø (som domi-
nerende) og vind som variabel last vil en regne med $k_{mod} = 1,1$ (klima-
klasse 2 og øyeblikkslast), mens k_{mod} for lastkombinasjonen med bare
snø er 0,9, dvs. over 20% lavere. Vindtrykket, $1,5\psi_{0,2}q_{trykk,k} = 1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,9 =$
 $2,6$ kN/m er derimot bare ca. 13% av snølasten som er $1,5 \cdot 13,4 = 20,1$
kN/m.



statisk modell – horisontal underkant

For at underkanten skal bli horisontal må midtpunktet – som ligger
på systemlinjen – løftes opp i forhold til oppleggene. Denne modellen
vil, for en vertikal last, få en liten horisontal forskyvning av
glidelageret. Den er helt ubetydelig, og øvrige resultater er bare mar-
ginalt forskjellige fra de en horisontal systemlinje vil gi.

Hver bjelkehalvdel modelleres med 100 rette bjelkeelementer, hvert
med konstant tverrsnittshøyde lik høyden i elementets midtpunkt; det
gir en meget god tilnærming av den varierende bjelkehøyden.

Snølast på mark: $s_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 3,5 \cdot 4,8 = 13,4 \text{ kN/m}$$

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 1,2 \text{ kN/m}^2$

Vindbelastningen beregner vi for vind mot gavnl på samme måte som for eksempel 3, se motstående side. Det gir følgende vindlaster, som henholdsvis oppadrettet (sug),

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 4,8 = 1,2 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 4,8 = -5,2 \text{ kN/m}$$

og nedadrettet (trykk),

$$q_{trykk,k} = q_p(c_e + c_i) \cdot 4,8 = 1,2 \cdot (0,2 + 0,3) \cdot 4,8 = 2,9 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner

For bruddgrensetilstanden gjelder samme resonnement som for bjelken i eksempel 3, se motstående side, og dimensjonerende last for selve bjelken er egenlast og snø, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot g_k + 1,5 \cdot 13,4 = 1,2 \cdot g_k + 20,1 \text{ kN/m} \quad (6-1)$$

Med tanke på bjelkens bruddkapasitet kan vi se bort fra kombinasjonen snø og vind, se motstående side.

Løftekrefter ved oppleggene må, som i eksempel 3, vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{løft} = 1,0g_k + 1,5q_{sug,k} = 1,0 \cdot g_k - 1,5 \cdot 5,2 = 1,0 \cdot g_k - 7,8 \text{ kN/m} \quad (6-2)$$

For bruksgrensetilstanden er det her rimelig å kontrollere nedbøyningen for *tilnærmet permanent kombinasjon*, dvs. for

$$p_{perm} = g_k + \Psi_{2,1}q_{s,k} = g_k + 0,2 \cdot 13,4 = g_k + 2,7 \text{ kN/m} \quad (6-3)$$

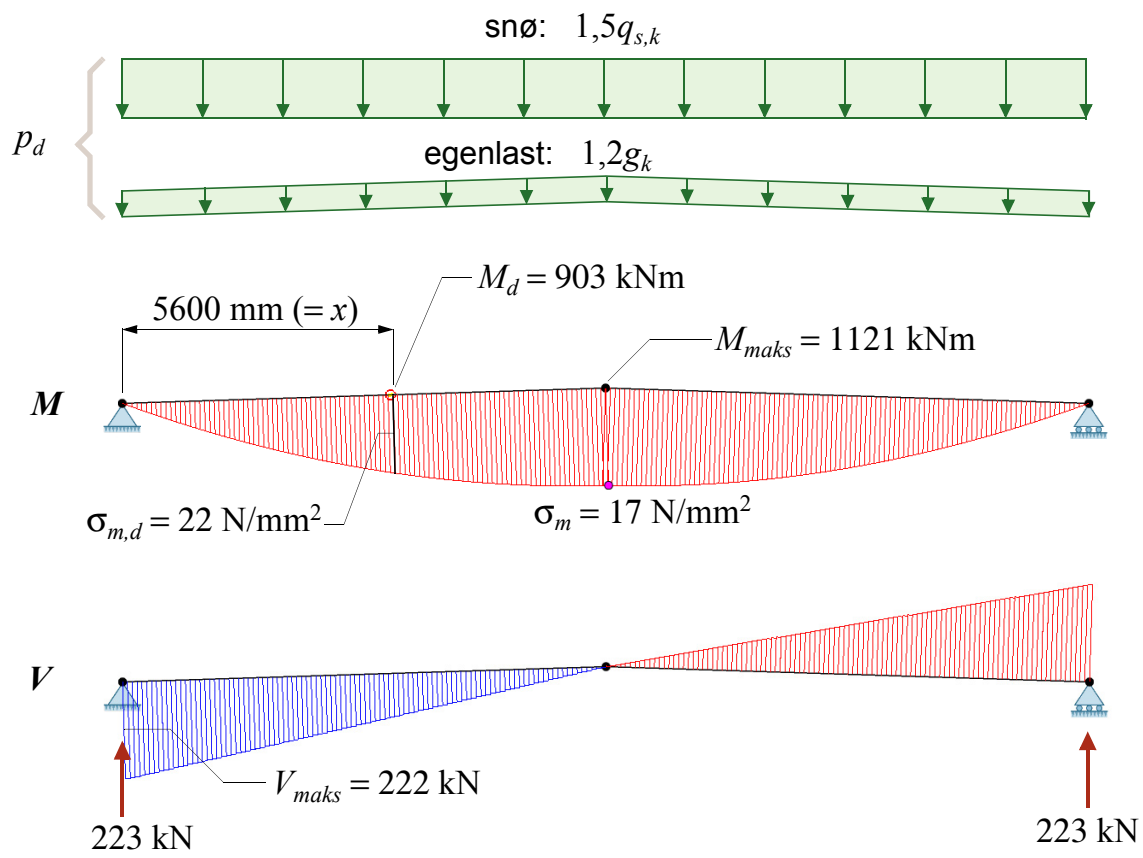
6.4 Statistiske beregninger

For den programstyrte beregningen modelleres bjelken ved hjelp av to komponenter, hver med linært varierende høyde, fra h_0 ved oppleggene til h_{ap} på midten, og slik at den sammensatte bjelken har horisontal underkant, se motstående side.

Moment- og skjærkraftforløpet i bjelken er som for en vanlig fritt opplagt bjelke (med svakt varierende egenlast på grunn av varierende bjelkehøyde), og for bruddgrensetilstanden finner vi følgende maksimale verdier:

$$M_{maks} = 1121 \text{ kNm (på midten)} \quad \text{og} \quad V_{maks} = 222 \text{ kN (ved oppleggene)}$$

Nå er det er ikke det største momentet som er av interesse, men den største (nominelle) bøyespenningen, dvs. den største verdien av forholdet mellom bøyemomentet (M) og motstandsmomentet (W). For dimensjonerende bruddgrenselast finner vi snittkraftdiagrammene vist på neste side. Størst nominell



bøyesspenning ($\sigma_{m,d}$) har vi i et punkt ca. 5,6 m fra opplegget, og bøyesspenningen her er ca. 25% større enn på midten.

For denne modellen, som har horisontal underkant, vil vi også få en beskjeden aksialkraft (som vi ser bort fra).

Om vi forenkler problemet litt, og sier at bjelkens egenlast kan representeres av en *jevnt fordelt* last (basert på en midlere bjelkehøyde $h_m = (h_0 + h_{ap})/2 = 1115$ mm) som er $0,19 \cdot 1,115 \cdot 430 \cdot 9,82 = 895$ N/m = 0,9 kN/m, blir $g_k = 0,9 + 0,96 = 1,86$ kN/m, og $p_d = 1,2 \cdot 1,86 + 20,1 = 22,3$ kNm. Det gir

$$M_{maks} = \frac{22,3 \cdot 20^2}{8} = 1115 \text{ kNm} \quad \text{og} \quad V_{maks} = \frac{22,3 \cdot 20}{2} = 223 \text{ kN}$$

For praktiske formål er dette det samme som vi har beregnet med programmet. For antakelsen om kun jevnt fordelt last kan vi enkelt beregne punktet i bjelken som har den største (nominelle) bøyesspenningen, uttrykt ved avstanden x fra venstre opplegg, se f.eks. ref. [3]:

$$x = \frac{L h_0}{2 h_{ap}} = \frac{20000 \cdot 800}{2 \cdot 1430} = 5594 \approx 5600 \text{ mm}$$

som er overensstemmende med hva programmet fant. I dette snittet er tverrsnittshøyden h og motstandsmomentet W :

$$h = h_0 + \frac{h_{ap} - h_0}{0,5 \cdot L} x = 800 + \frac{630}{10} 5,6 = 1153 \text{ mm} \quad W = \frac{b h^2}{6} = 42,1 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

Moment og nominell bøyesspenning i snittet er:

$$M = 223 \cdot 5,6 - \frac{22,3 \cdot 5,6^2}{2} = 899 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{m,d} = \frac{899 \cdot 10^6}{42,1 \cdot 10^6} = 21 \text{ N/mm}^2$$

Det er i god overensstemmelse med resultatene fra programmet.

6.5 Bruddgrensekontroll

For saltaksbjelker foreskriver **EK5-1** to kontroller med hensyn til bøyesspenninger, en for den største nominelle spenningen og en for den nominelle bøyesspenningen på midten, en kontroll med hensyn til tverrstrekkspenninger i "mønet" (dvs. på midten), samt en kontroll av største skjærspenning. I tillegg må det vurderes om vipping representerer et problem, og *flatetrykket* ved oppleggene må kontrolleres. Eventuelle løftekrefter ved oppleggene må også bestemmes.

For kombinasjonen klimaklasse 2 og korttidslast gir tabell 7:

$$k_{mod} = 0,9$$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

Den nominelle bøyespenningen i feltet ($\sigma_{m,d}$) er beregnet som om den virker i fiberretningen. Ved den skrå kanten vil imidlertid spenningen virke parallelt med kanten, og dermed danner den en vinkel (α) med fibrene. Dette må det kompenseres for og standarden gjør dette ved å forlange at

$$\sigma_{m,d} \leq k_{m,\alpha} f_{m,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{m,d}}{k_{m,\alpha} f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.38)}$$

hvor faktoren $k_{m,\alpha}$ er definert ved

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5f_{v,d}} \tan \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \tan^2 \alpha\right)^2}} \quad \text{EK5-1: ligning (6.40)}$$

når spenningen langs skråkanten er *trykk*.

Bøyespenningen ved "mønet" skal bestemmes som

$$\sigma_{m,ap,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} \quad \text{EK5-1: ligning (6.42)}$$

$$\text{hvor } k_l = 1 + 1,4 \tan \alpha + 5,4 \tan^2 \alpha \quad \text{EK5-1: ligning (6.43) med } r = \infty$$

Kravet er at

$$\sigma_{m,ap,d} \leq f_{m,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{m,ap,d}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.41) med } k_r = 1$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,5 \frac{0,9}{1,15} = 0,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll av bøyespenning i feltet – $\sigma_{m,d} = 22 \text{ N/mm}^2$

Se motstående side.

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{23}{1,5 \cdot 2,7} \tan 3,6\right)^2 + \left(\frac{23}{2,0} \tan^2 3,6\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,13 + 0,002}} = 0,94$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{m,\alpha} f_{m,d}} = \frac{22}{0,94 \cdot 23} = 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av bøyespenningen ved mønet – $\sigma_{m,ap,d}$ – se motstående side

$$k_l = 1 + 1,4 \tan \alpha + 5,4 \tan^2 \alpha = 1 + 1,4 \cdot \tan 3,6 + 5,4 \cdot (\tan 3,6)^2 = 1 + 0,09 + 0,02 = 1,11$$

$$\sigma_{m,ap,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} = 1,11 \frac{6 \cdot 1121 \cdot 10^6}{190 \cdot 1430^2} = 19 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{m,ap,d}}{f_{m,d}} = \frac{19}{23} = 0,83 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av tverrestrekkspenning ved mønet – $\sigma_{t,90,d}$

Denne spenningen beregnes som

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{ap}}{bh_{ap}^2} \quad \text{EK5-1: ligning (6.54)}$$

hvor

$$k_p = (0,2 \tan \alpha) = 0,2 \cdot \tan 3,6 = 0,0126 \quad \text{EK5-1: ligning (6.56), med } r = \infty$$

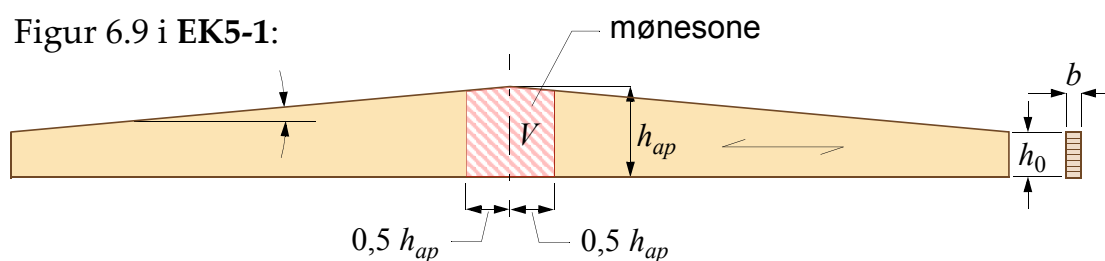
Her bør en merke seg at siden lasten fra taket overføres til saltaksbjelken via åser, kan vi ikke benytte ligning (6.55).

Dimensjonerende tverrestrekkspenning blir:

$$\sigma_{t,90,d} = 0,0126 \frac{6 \cdot 1121 \cdot 10^6}{190 \cdot 1430^2} = 0,22 \text{ N/mm}^2$$

Denne spenningen skal tilfredsstill

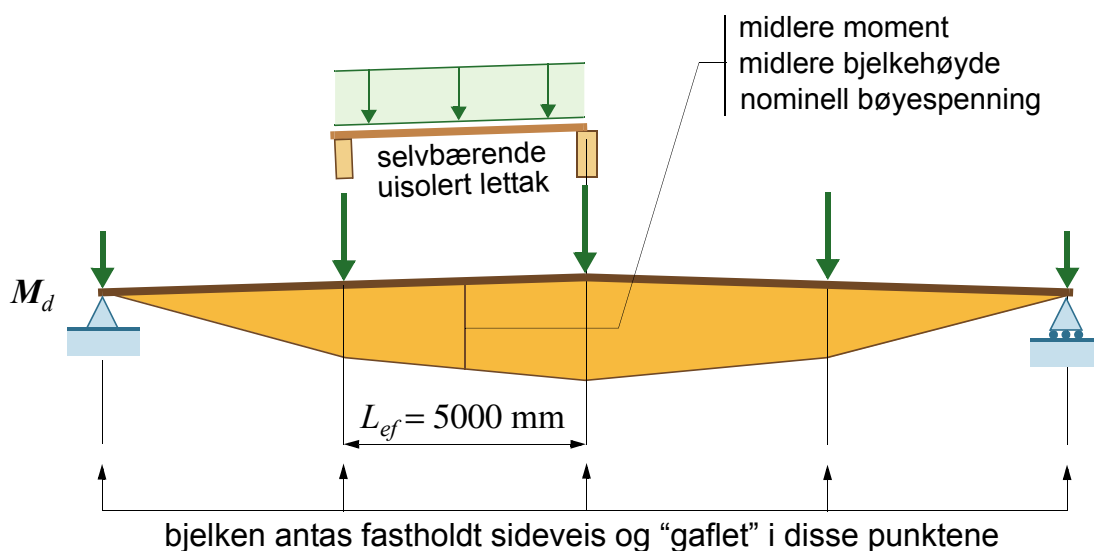
Figur 6.9 i EK5-1:



$$V = b \cdot h_{ap} \cdot h_{ap} = 0,19 \cdot 1,430^2 = 0,39 \text{ m}^3 \quad V_0 = 0,01 \text{ m}^3$$

$$k_{vol} = (V_0/V)^{0,2} = (0,01/0,39)^{0,2} = 0,48 \quad \text{EK5-1: ligning (6.51)}$$

VIPPING ved alternativ bæring:



I figuren ovenfor representerer de 5 punktlaster så godt som all last på saltaksbjelken (egenlasten av bjelken kommer i tillegg). Forutsatt at de fem bjelkene ("åsene") som bærer lettakselementene også "gafler" saltaksbjelken, er det sannsynligvis den (fjerde-) delen av saltaksbjelken som grenser inn mot mønet som er mest utsatt for vipping. Med midlere verdier og en antatt vippelengde (L_{ef}) på 5 m (som vel er udiskutabel) finner vi enkelt $\sigma_{m,crit}$ fra ligning (6.32), $\lambda_{rel,m}$ fra ligning (6.30) og k_{crit} fra ligning (6.34).

Spørsmålet er om vi skal kontrollere etter ligning (6.33), dvs. etter

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{eller etter en modifisert versjon:} \quad \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} \leq 1,0$$

Dette sier ikke standarden noe om, og vi finner begge kontrollene brukt i litteraturen. Vi mener det kan argumenteres for begge, men best for den siste, og det er vår anbefaling å ta med faktoren $k_{m,\alpha}$ i kontrollen.

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.50)}$$

hvor fordelingsfaktoren k_{dis} settes lik 1,4, mens volumfaktoren beregnes som vist på motstående side. Kontrollen gir

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} = \frac{0,22}{1,4 \cdot 0,48 \cdot 0,4} = 0,82 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Dimensjonerende skjærspenning – uten reduksjon av skjærkraften:

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h_0} = \frac{3 \cdot 222000}{2 \cdot 0,8 \cdot 190 \cdot 800} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Vi har med andre ord at

$$\tau_d = f_{v,d} \quad \text{OK}$$

selv for en konservativ skjærkraft (som ikke er redusert i henhold til figur 3.3).

Vippingskontroll

Det forutsettes at bjelken fastholdes sideveis og mot rotasjon om egen akse, både ved oppleggene og ved mønet (av en mønsås av limtre). Med en slik forutsetning vil åsene hindre bjelken i å vippe, så det trenger vi ikke å kontrollere.

På motstående side har vi vurdert en alternativ måte å bære lastene fra takflaten på, nemlig ved å legge lettaks-elementer med ca. 5 m spennvidde i fallretningen, opplagt på kraftige bjelker eller åser (der hvor vi har antydnet transversaler i avstivingssystemet). Saltaksbjelkene vil dermed få belastningen som fem punktlaster, hvorav to direkte i oppleggspunktene. Ved en slik løsning må en vurdere vipping. Vi har tatt med dette for å problematisere litt over vipping i forbindelese med skråskjæring.

Trykk normalt fibre (EK5-1, pkt. 6.1.5)

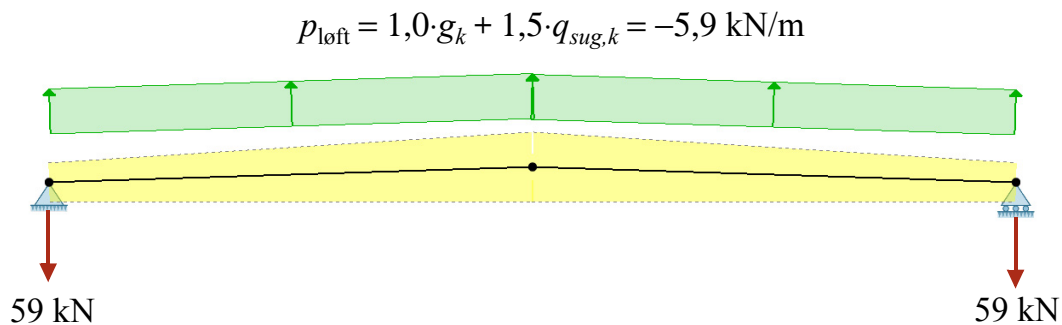
Dimensjonerende opplagerkraft og spenning normalt fibre:

$$F_{c,90,d} = 223 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{223 \cdot 10^3}{190 \cdot (360 + 30)} = \frac{223000}{190 \cdot 390} = 3,0 \text{ N/mm}^2$$

Med en tverrsnittshøyde for søylen lik 360 mm kan vi sette $k_{c,90} = 1,75$ og kontrollen i ligning (6.3) i EK5-1 gir:

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{3,0}{1,75 \cdot 2,0} = 0,86 < 1 \quad \text{OK}$$



Tilnærmet permanent lastkombinasjon

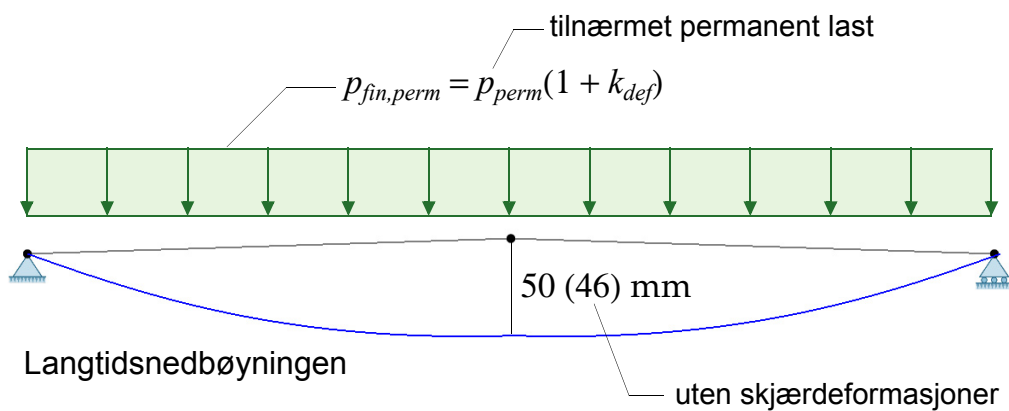
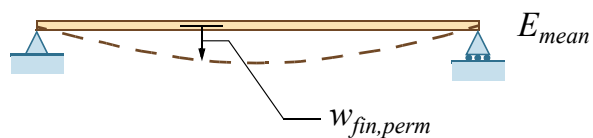
$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$i = 2$

vind Q_2 : $q_2 \Psi_{2,2} (1 + k_{def})$ = 0 for vind

snø Q_1 : $q_1 \Psi_{2,1} (1 + k_{def})$ = 0,2 for snø

G : $g (1 + k_{def})$



Det holder med andre ord i henhold til EK5-1 og vi behøver derfor ikke å ta i bruk den norske bestemmelsen her.

Løftekrefter

Bjelken må festes på en slik måte at løftekreftene, 59 kN, vist på motstående side kan overføres til søylene (som forutsettes å kunne overføre kreftene til fundamentene). Løftekreftene er beregnet for vind på snøfritt tak.

6.6 Bruksgrensekontroll

Her bør det være tilstrekkelig å kontrollere at langtidsnedbøyningene, på grunn av *tilnærmet permanent* last, er innenfor akseptable grenser. Med henvisning til figur på motstående side og ligning (6-3), finner vi den søkte nedbøyning ved å beregne forskyvningene for en jevnt fordel last

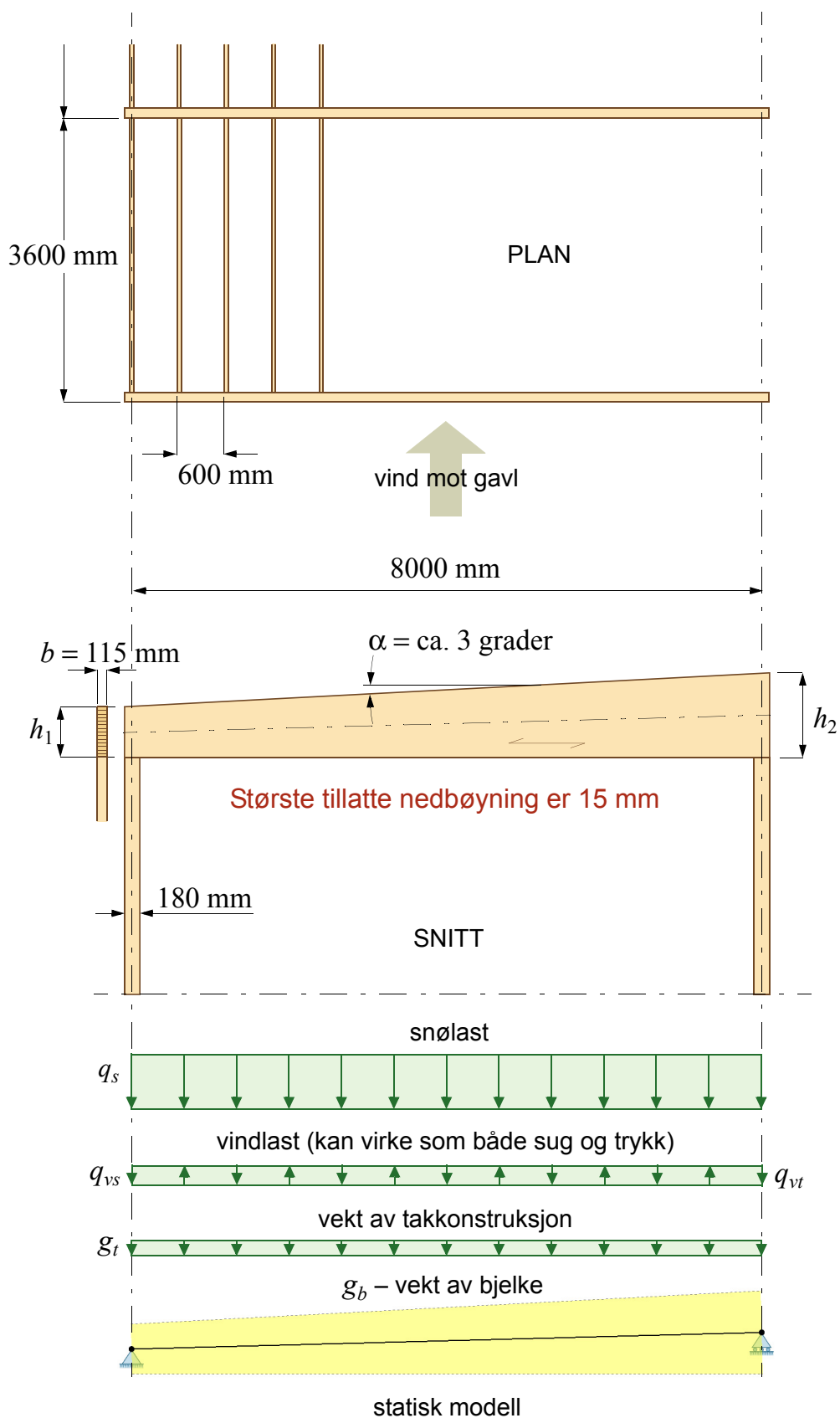
$$p_{fin,perm} = (g_k + \Psi_{2,1}q_{s,k})(1 + k_{def}) = (g_k + 0,2 \cdot 13,4) \cdot 1,8 \approx 8,2 \text{ kN/m}$$

Her er k_{def} satt lik 0,8 som er standardens verdi for klimaklasse 2.

Denne lasten gir en største langtidsnedbøyning lik 50 mm. Det tilsvarer $L/400$ som er godt innenfor det som kan aksepteres.

Kommentar

Takbjelken tilfredsstill alle standardens krav. Med hensyn til både bøye- og skjærpåkjenning er bjelken fullt utnyttet, mens den har litt å gå på hva angår både tverrstrekk og nedbøyning.



Figur 7.1 Pultraksbjelke

Pulttaksbjelke

7.1 Oppgaven

Pulttaksbjelken vist i figur 7.1 er en av flere like takbjelker i en enebolig (funkis-
hus). Bjelkene, som er fritt opplagt på limtresøyler, ligger med senteravstand 3600
mm i husets lengderetning. Helningen på taket skal være ca. 3 grader. Takkon-
struksjonen, som er et isolert tretak med lett tekking, bygges som en stiv skive på
sekundærbjelker som ligger c/c 600 mm. Bjelkebredden er bestemt til 115 mm, og
for nedbøyningen er det satt en grense på 15 mm.

Oppgaven er å bestemme bjelkehøyder som tilfredsstiller kravene i både brudd-
og bruksgrensetilstand.

7.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Lastbredde: 3600 mm

Vi starter med følgende bjelkehøyder:

$$h_1 = 630 \text{ mm} \quad \text{og} \quad h_2 = 1050 \text{ mm}$$

som gir en takhelning på 3,0 grader. Bjelkebredden er 115 mm.

7.3 Laster

Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast bjelke beregnes automatisk av programmet, siden den varierer i
bjelkens lengderetning.

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkref-ter. Vind på tvers av bjelkene, dvs. mot gavl, gir en ytre vindkraft (sug/trykk) som er jevnt fordelt over hele bjelkens lengde, mens vind mot langvegg (dvs. langsetter bjelkene) gir en varierende vindlast langs bjelken som totalt sett er lavere enn den som vind mot gavl gir. Størst oppadrettet vindsug får en bjelke i sone H (se figur 7.6 og tabell 7.2 i NS-EN 1991-1-4) hvor formfaktoren er $c_e = -0,7$. Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$.

MERK: På grunn av liten takvinkel har vi (litt konservativt) regnet som om taket er flatt.

Størst nedadrettet vindtrykk får bjelken i sone I hvor formfaktoren er $c_e = 0,2$. Denne kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor $c_i = -0,3$.

For en bruddlastkombinasjon som omfatter både snø (som dominerende) og vind som variabel last vil en regne med $k_{mod} = 1,1$ (klimaklasse 1 og øyeblikkslast), mens k_{mod} for lastkombinasjonen med bare snø er 0,9, dvs. over 20% lavere. Vindtrykket, $1,5\psi_{0,2}q_{trykk,k} = 1,5 \cdot 0,6 \cdot 1,8 = 1,6$ kN/m er derimot bare ca. 11% av snølasten som er $1,5 \cdot 10,1 = 15,2$ kN/m.

Egenlast avstivende isolert tre-tak med lett tekking (Byggforskserien 471.031):

$$0,70 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{i,k} = 0,7 \cdot 3,6 = 2,5 \text{ kN/m}$$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark: $s_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 3,5 \cdot 3,6 = 10,1 \text{ kN/m}$$

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 1,0 \text{ kN/m}^2$

Vindbelastningen beregner vi for vind mot gavl på samme måte som for eksempel 3, se motstående side. Det gir følgende vindlaster, som henholdsvis oppadrettet (sug),

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 3,6 = 1,0 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 3,6 = -3,2 \text{ kN/m}$$

og nedadrettet (trykk),

$$q_{trykk,k} = q_p(c_e + c_i) \cdot 3,6 = 1,0 \cdot (0,2 + 0,3) \cdot 3,6 = 1,8 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner

For *bruddgrensetilstanden* gjelder samme resonnement som for bjelken i eksempel 3, se motstående side, og dimensjonerende last for selve bjelken er egenlast og snø, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot g_k + 1,5 \cdot 10,1 = 1,2 \cdot g_k + 15,2 \text{ kN/m} \quad (7-1)$$

Med tanke på bjelkens bruddkapasitet kan vi se bort fra kombinasjonen snø og vind, se motstående side.

Løftekrefter ved oppleggene må, som i eksempel 3, vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{løft} = 1,0g_k + 1,5q_{sug,k} = 1,0 \cdot g_k - 1,5 \cdot 3,2 = 1,0 \cdot g_k - 4,8 \text{ kN/m} \quad (7-2)$$

Det er her foreskrevet et ganske strengt nedbøyningskrav. 15 mm vil si ca. $L/530$ som er strengere enn en normalt ville forlange ut fra estetiske vurderinger.

Kravet er knyttet til mulige skader på sekundære konstruksjoner dersom nedbøyningene blir større enn den spesifiserte grensen. Vi velger derfor å legge den *karakteristiske lastkombinasjonen*, dvs.

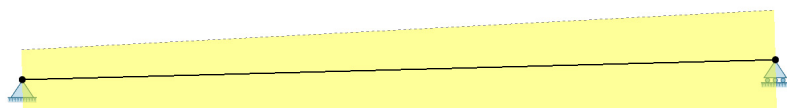
$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

til grunn for nedbøyningsberegningene. Det gir lasten

$$p_{kar} = g_k + q_{s,k} + \Psi_{0,2} q_{trykk,k} \text{ kN/m} \quad (7-3)$$

For vind er, ifølge tabell 2, $\Psi_0 = 0,6$.

Det er her grunn til å anta at det vil være nedbøyningskravet som blir dimensjonerende, og vi starter derfor med bruksgrensetilstanden.

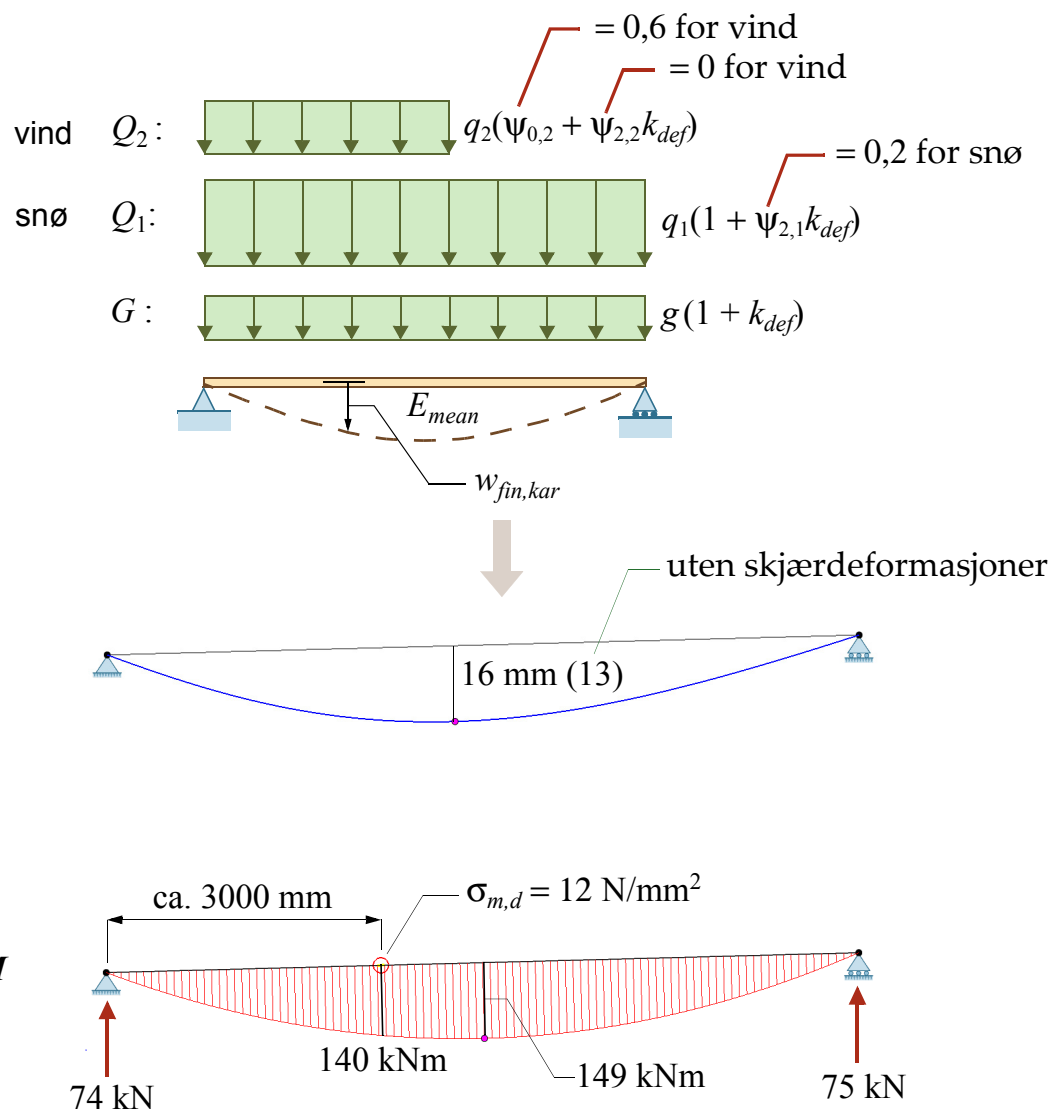


statisk modell – horisontal underkant

Bjelken modelleres med 100 rette bjelkeelementer, hvert med konstant tverrsnittshøyde lik høyden i elementets midtpunkt; det gir en meget god tilnærming av den varierende bjelkehøyden.

Karakteristisk lastkombinasjon

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$



7.4 Bruksgrensekontroll

Som for saltaksbjelken har vi valgt en statisk modell hvor bjelkens underside er horisontal; dette gir en bjelkemodell som, når den følger systemlinjen, blir stående litt på skrå. Denne skråstillingen har liten praktisk betydning.

Med referanse til eksempel 1 og figur 1.2 er på motstående side vist hvilken last som vil gi langtidsnedbøyningen ($w_{fin,k}$) for den *karakteristiske* lastkombinasjonen. For klimaklasse 1 er deformasjonsfaktoren $k_{def} = 0,6$, og kombinasjonsfaktorene (ψ) er vist på motstående figur. Nedbøyningen skal altså beregnes for lasten

$$p_{fin, kar} = (1 + k_{def})g_k + (1 + \psi_{2,1}k_{def})q_{s,k} + \psi_{0,2}q_{trykk,k} = 1,6g_k + 1,12q_{s,k} + 0,6q_{trykk,k}$$

Ved å ta hensyn til skjærdeformasjoner finner vi at største nedbøyning for denne lasten er, se motstående side,

$$w_{fin, kar} = 16 \text{ mm} \quad (13 \text{ mm uten skjærdeformasjoner)} \quad \text{OK}$$

Tilsvarende tall for ofte forekommende lastkombinasjon er 10 mm (m/skjær).

Den beregnede verdien er i underkant av 16 mm (15,7 for å være nøyaktig), og vi mener at i praksis må dette kunne aksepteres, ikke minst på bakgrunn av valg av den strengeste lastkombinasjonen.

7.5 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast gir tabell 7: $k_{mod} = 0,9$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende spenninger

Ved å utføre en statisk beregning for den dimensjonerende lasten p_d (egenlast + snø) finner vi at største nominelle bøyespenning er

$$\sigma_{m,d} = 12 \text{ N/mm}^2$$

og opptrer ca. 3000 mm fra opplegget med lavest tverrsnittshøyde, mens det største momentet opptrer på midten, se figur på motstående side.

Dimensjonerende skjærkraft, ved opplegget med lavest tverrsnittshøyde, er

$$V_d = 74 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h_1} = \frac{3 \cdot 74000}{2 \cdot 0,8 \cdot 115 \cdot 630} = 1,9 \text{ N/mm}^2$$

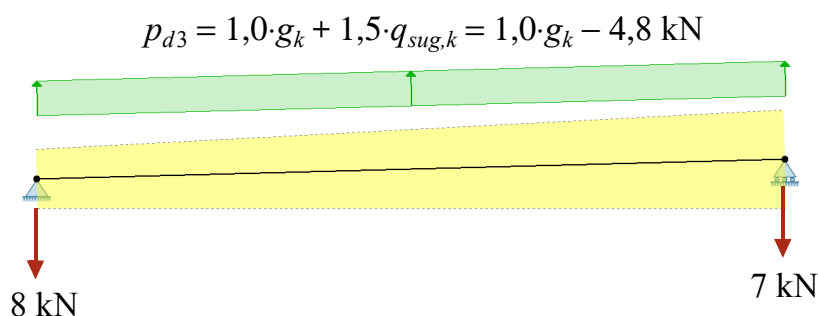
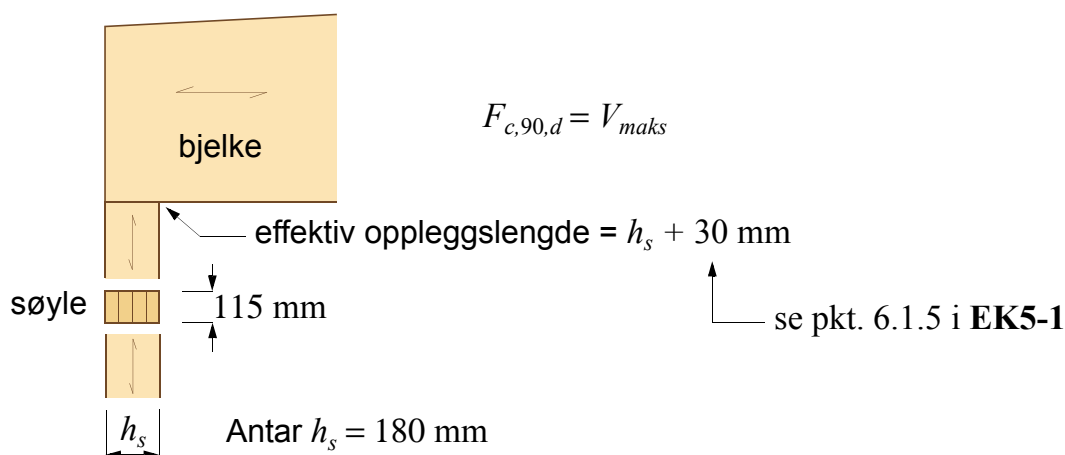
Den nominelle bøyespenningen ($\sigma_{m,d}$) er beregnet som om den virker i fiberretningen. Ved den skrå kanten vil imidlertid spenningen virke parallelt med kanten, og dermed danner den en vinkel (α) med fibrene. Dette må det kompenseres for og standarden gjør dette ved å forlange at

$$\sigma_{m,d} \leq k_{m,\alpha} f_{m,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{m,d}}{k_{m,\alpha} f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.38)}$$

hvor faktoren $k_{m,\alpha}$ er definert ved

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5f_{v,d}} \tan \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \tan^2 \alpha\right)^2}} \quad \text{EK5-1: ligning (6.40)}$$

når spenningen langs skråkanten er *trykk*.



Kontroll av bøyespenning i feltet – $\sigma_{m,d} = 12 \text{ N/mm}^2$

Se motstående side.

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{23}{1,5 \cdot 2,7} \tan 3\right)^2 + \left(\frac{23}{2,0} \tan^2 3\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,089 + 0,001}} = 0,96$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}} = \frac{12}{0,96 \cdot 23} = 0,54 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Dimensjonerende skjærspenning

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,9}{2,7} = 0,7 < 1,0 \quad \text{OK}$$

selv for en konservativ skjærkraft (som ikke er redusert i henhold til figur 3.3).

Vippingskontroll

Takbjelken må anses som fullstendig fastholdt mot vipping.

Trykk normalt fibre (EK5-1, pkt. 6.1.5)

Antar søyledimensjon $115 \times 180 \text{ mm}$. Med dimensjonerende opplagerkraft $F_{c,90,d}$ lik 74 kN gir dette en dimensjonerende spenning normalt fiberretningen:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{74000}{115 \cdot (180 + 30)} = 3,1 \text{ N/mm}^2$$

Med en tverrsnittshøyde for søylen lik 180 mm kan vi sette $k_{c,90} = 1,75$ og kontrollen i ligning (6.3) i EK5-1 gir:

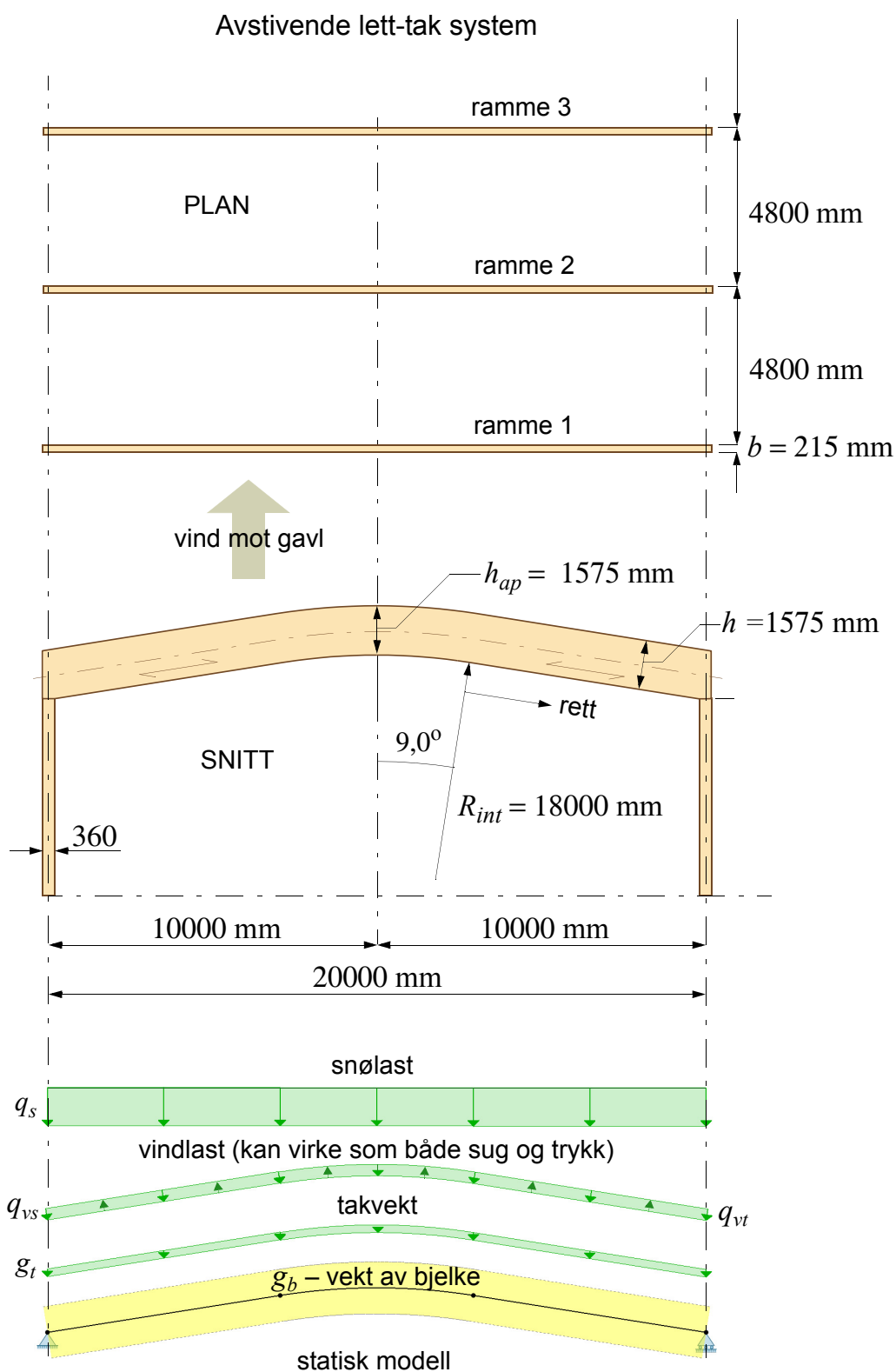
$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{3,1}{1,75 \cdot 2,0} = 0,89 < 1,0 \quad \text{OK for søyledimensjon } 115 \times 180 \text{ mm}$$

Løftekrefter

På motstående side er vist de beskjedne løftekreftene som vind mot snøfritt tak forårsaker. Forbindelsen mellom bjelke og søyle må kunne overføre disse kreftene.

Kommentar

Som ventet er det et relativt strengt nedbøyningskrav som blir dimensjonerende. For de dimensjoner som kreves for å tilfredsstillere nedbøyningskravet, nemlig $h_1 = 630 \text{ mm}$ og $h_2 = 1050 \text{ mm}$, tilfredsstiller bjelken bruddgrensekravene med god margin.



Figur 8.1 Plankrum bjelke

Plankrum bjelke

8.1 Oppgaven

Figur 8.1 viser en av flere like takbjelker i svømmehall som bærer en kontinuerlig, avstivende takskive. Bjelkene, som er fritt opplagt på limtresøyler, ligger med senteravstand 4800 mm i hallens lengderetning.

Oppgaven er å kontrollere den plankrumme bjelken i både brudd- og bruksgrensetilstand

8.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Bjelkedimensjon: 215×1575 mm

Lastbredde: 4800 mm

8.3 Laster

Karakteristiske laster på en bjelke:

Egenlast bjelke beregnes automatisk av programmet.

Egenlast avstivende isolert lett-tak (Byggforskserien 471.031):

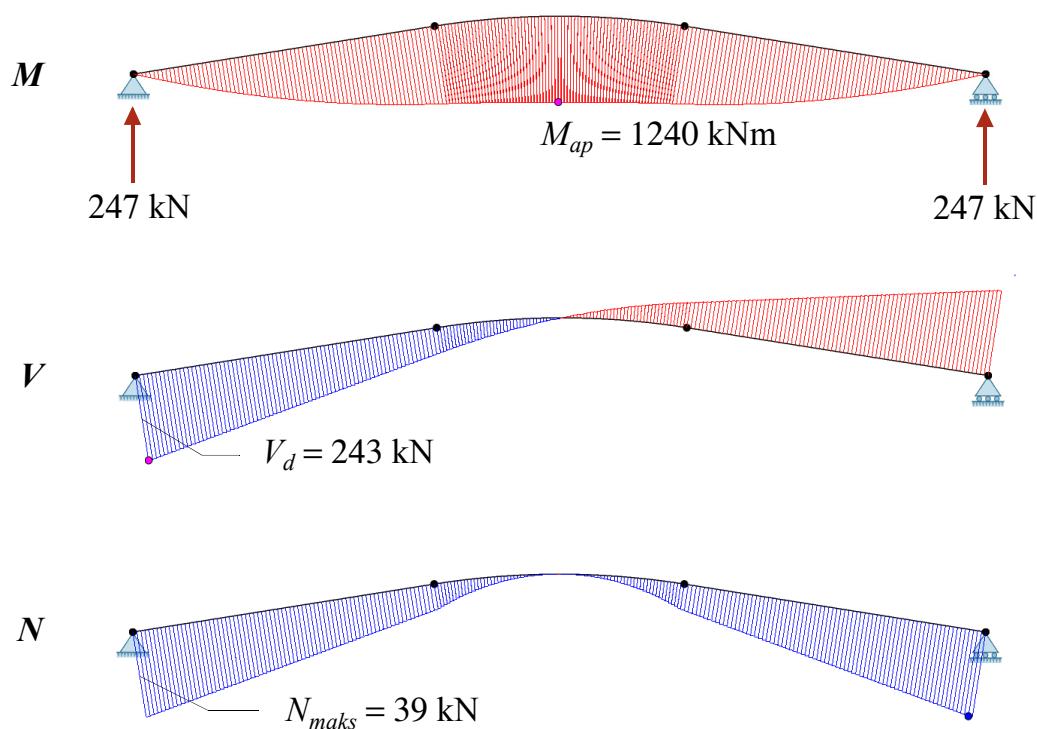
$$0,50 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,5 \cdot 4,8 = 2,4 \text{ kN/m}$$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark: $s_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$:

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 3,5 \cdot 4,8 = 13,4 \text{ kN/m}$$

Utvendige formfaktorer for saltak benyttes, se figur 7.8 og tabellene 7.4a og 7.4b i NS-EN 1991-1-4. Uansett vindretning er så godt som alle utvendige formfaktorer negative, dvs. bare oppadrettede vindkrefter (sug). Størst, jevnt fordelt vindsug får en bjelke i sone H for vind mot gavl ($\theta = 90^\circ$) hvor formfaktoren er $c_e = -0,7$. Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$.



Statiske beregninger for dimensjonerende bruddlast

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 1,0 \text{ kN/m}^2$

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter.

Resultierende oppadrettet vindlast blir:

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 6 = 1,0 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 4,8 = -4,3 \text{ kN/m}$$

Nedadrettet vindtrykk er så lite at det er helt uinteressant i kombinasjon med snø; dette på grunn av en vesentlig større k_{mod} når vind er med sammenlignet med snø alene (1,1 mot 0,9).

Lastkombinasjoner

For *bruddgrensetilstanden* kan vi, som forklart ovenfor, se bort fra kombinasjonen snø og vind, og dimensjonerende last for selve bjelken er egenlast og snø, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot g_k + 1,5 \cdot 13,4 = 1,2 \cdot g_k + 20,1 \text{ kN/m} \quad (8-1)$$

Løftkrefter ved oppleggene må, som i eksempel 3, vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{\text{løft}} = 1,0g_k + 1,5q_{sug,k} = 1,0 \cdot g_k - 1,5 \cdot 4,3 = 1,0 \cdot g_k - 6,5 \text{ kN/m} \quad (8-2)$$

Her virker egenlasten i "gunstig" retning, derfor lastfaktor lik 1,0.

Av de tre lastkombinasjonene som er definert for bruksgrensetilstanden er det her mest naturlig å basere kontrollen på *ofte forekommende kombinasjon*, med last fra egenvekt og snø:

$$p_{\text{ofte}} = g_k + \Psi_{1,1}q_{s,k}$$

8.4 Statistiske beregninger

De viktigste resultatene fra en programstyrt statistisk beregning for dimensjonerende bruddlast er vist på motstående side.

En enkel manuell kontroll får vi ved å betrakte bjelken som horisontal og belastet med

$$p_d = 1,2(0,215 \cdot 1,575 \cdot 430 \cdot 9,82 \cdot 10^{-3} + 2,4) + 20,1 = 24,7 \text{ kN/m}$$

som jevnt fordelt last. Det gir

$$M_d = M_{\text{maks}} = \frac{p_d L^2}{8} = \frac{24,7 \cdot 20^2}{8} = 1235 \text{ kNm}$$

$$V_d = V_{\text{maks}} = \frac{p_d L}{2} = \frac{24,7 \cdot 20}{2} = 247 \text{ kN}$$

Det verifiserer resultatene fra programmet. Den beskjedne aksialkraften som beregningene med programmet gir ser vi bort fra (som uten betydning).

Kommentar- og figurside

I mønesonen ("apex zone"), dvs. bjelkens toppunkt, skal bøyespenningen tilfredsstillende kravet

$$\sigma_{m,ap,d} \leq k_r f_{m,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{m,ap,d}}{k_r f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.41)}$$

hvor

$$k_r = 0,76 + 0,001 \left(\frac{r_{in}}{t} \right) \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.49)}$$

lamelltykkelsen $t = 45$ mm

Bøyespenningen i mønesonen skal beregnes som

$$\sigma_{m,ap,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} \quad \text{EK5-1: ligning (6.42)}$$

hvor (når $\alpha_{ap} = 0$ som her)

$$k_l = 1 + 0,35 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + 0,6 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 \quad \text{EK5-1: ligning (6.43)}$$

Tverrstrekkspenningen ved mønet beregnes som

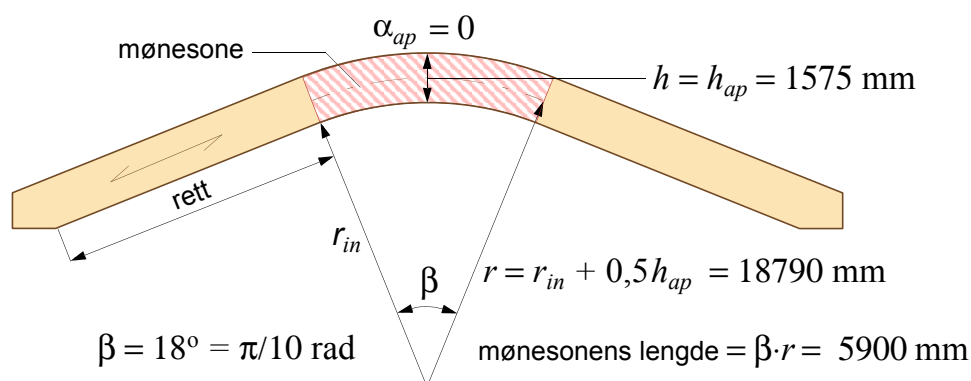
$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{ap}}{bh_{ap}^2} - 0,6 \frac{p_d}{b} \quad \text{EK5-1: ligning (6.55)}$$

hvor

$$k_p = 0,25 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) \quad \text{EK5-1: ligning (6.56), med } \alpha_{ap} = 0$$

og

$$p_d = 1,2 \cdot g_{t,k} + 1,5 \cdot q_{s,k} = 1,2 \cdot 2,4 + 1,5 \cdot 13,4 = 23 \text{ kN/m} = 23 \text{ N/mm}$$



$$\text{mønesonens volum: } V = 0,215 \cdot 1,575 \cdot 5,9 = 2,0 \text{ m}^3 \quad \text{og} \quad V_0 = 0,01 \text{ m}^3$$

$$k_{vol} = (V_0/V)^{0,2} = (0,01/2)^{0,2} = 0,35 \quad \text{EK5-1: ligning (6.51)}$$

8.5 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 2 og korttidslast gir tabell 8: $k_{mod} = 0,9$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

$$f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,5 \frac{0,9}{1,15} = 0,39 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll av bøyespenningen ved mønet – $\sigma_{m,ap,d}$ – se motstående side

$$r = r_{in} + h_{ap}/2 = 18788 \text{ mm} \quad \text{og} \quad r_{in} = 18000 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad h_{ap} / r = 0,084$$

$$k_l = 1 + 0,35 \cdot 0,084 + 0,6(0,084)^2 = 1 + 0,03 + 0,00 = 1,03$$

$$k_r = \min \{ 0,75 + 0,001(18000 / 45), 1,0 \} = 1,0$$

$$\sigma_{m,ap,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2} = 1,03 \frac{6 \cdot 1240 \cdot 10^6}{215 \cdot 1575^2} = 14 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,ap,d}}{k_r f_{m,d}} = \frac{14}{1,0 \cdot 23} = 0,61 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av tverrestrekspenning ved mønet – $\sigma_{t,90,d}$ – se motstående side

$$k_p = 0,25 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) = 0,25 \frac{1575}{18788} = 0,021$$

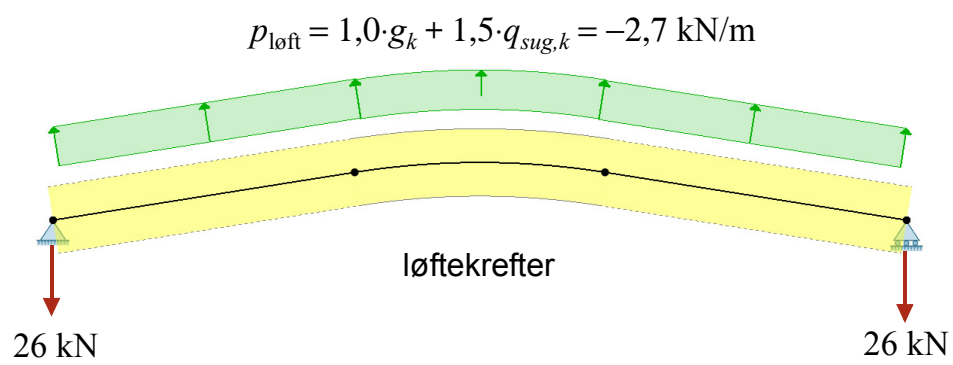
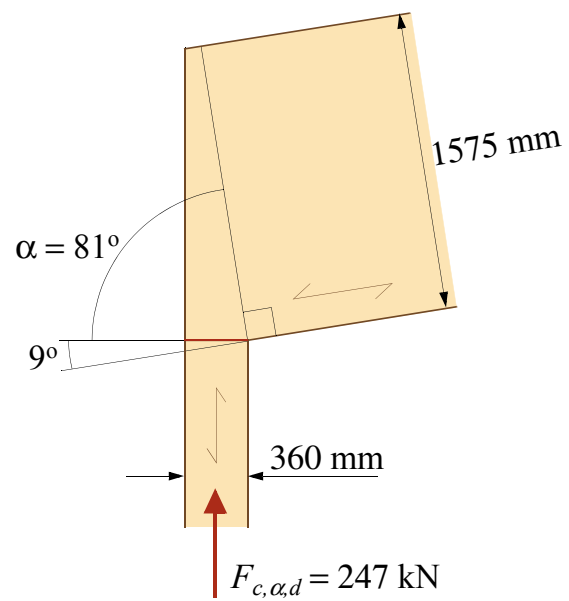
$$\begin{aligned} \sigma_{t,90,d} &= k_p \frac{6M_{ap}}{bh_{ap}^2} - 0,6 \frac{P_d}{b} \\ &= 0,021 \frac{6 \cdot 1240 \cdot 10^6}{215 \cdot 1575^2} - 0,6 \frac{21,3}{215} = 0,29 - 0,06 = 0,23 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Denne spenningen skal tilfredsstill

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.50)}$$

hvor fordelingsfaktoren k_{dis} settes lik 1,4, mens volumfaktoren beregnes som vist på motstående side. Kontrollen gir

Trykk på skrå flate:



$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis}k_{vol}f_{t,90,d}} = \frac{0,23}{1,4 \cdot 0,35 \cdot 0,39} = 1,2 \quad \text{ikke OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Dimensjonerende skjærspenning – uten reduksjon av skjærkraften:

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h_0} = \frac{3 \cdot 243000}{2 \cdot 0,8 \cdot 215 \cdot 1575} = 1,3 \text{ N/mm}^2$$

som gir

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,3}{2,7} = 0,48 < 1,0 \quad \text{OK}$$

selv for en konservativ skjærkraft (som ikke er redusert).

Vippekontroll

Takbjelken anses å være fullstendig fastholdt mot vipping.

Trykk på skrå flate (EK5-1, pkt. 6.2.2)

Dimensjonerende spenning på skrå flate:

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A} = \frac{247000}{215 \cdot 360} = 3,2 \text{ N/mm}^2$$

Kravet er at

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq f_{c,\alpha,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.16)}$$

hvor

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90}f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{19}{\frac{19}{1,75 \cdot 2} 0,976 + 0,02} = \frac{19}{5,3} = 3,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{3,2}{3,6} = 0,89 < 1,0 \quad \text{OK}$$

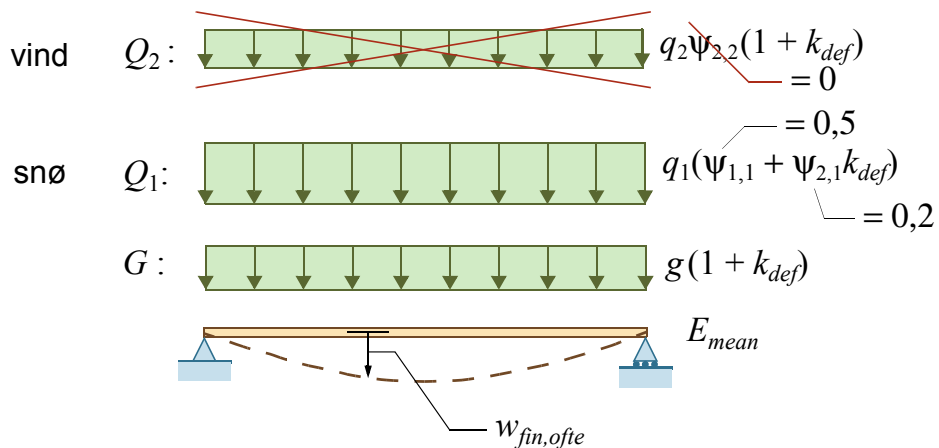
Faktoren $k_{c,90}$ er samme faktor som benyttes ved trykk *normalt* fiberretningen (se standardens pkt. 6.1.5). Sannsynligvis kunne vi også ha benyttet oss av et noe større effektivt areal, men det er ikke nødvendig for å tilfredsstille kravet.

Løftekrefter

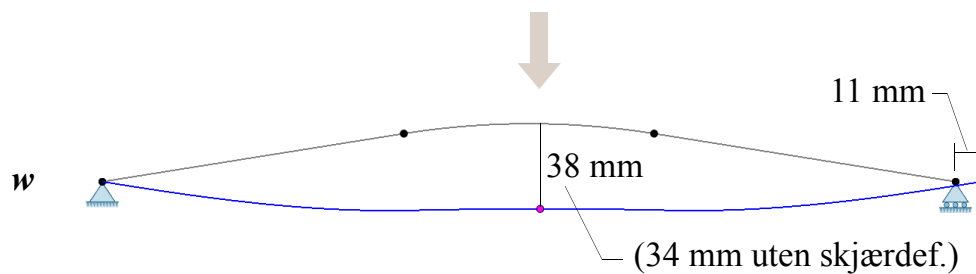
Bjelken må festes på en slik måte at løftekreftene, 26 kN, vist på motstående side kan overføres til søylene (som forutsettes å kunne overføre kreftene til fundamentene). Løftekreftene er beregnet for vind på snøfritt tak.

Ofte forekommende lastkombinasjon:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$



ofte forekommende lastkombinasjon



8.6 Bruksgrensekontroll

Med referanse til eksempel 1 og figur 1.2 er det på motstående side vist hvilken last som vil gi langtidsnedbøyningen ($w_{fin,ofte}$) for den ofte forekommende lastkombinasjonen. For klimaklasse 1 er deformasjonsfaktoren $k_{def} = 0,6$, og kombinasjonsfaktorene (ψ) er vist på motstående figur. Nedbøyningen skal altså beregnes for lasten

$$p_{fin,ofte} = (1 + k_{def})g_k + (\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def})q_{s,k} = 1,6g_k + 0,62q_{s,k}$$

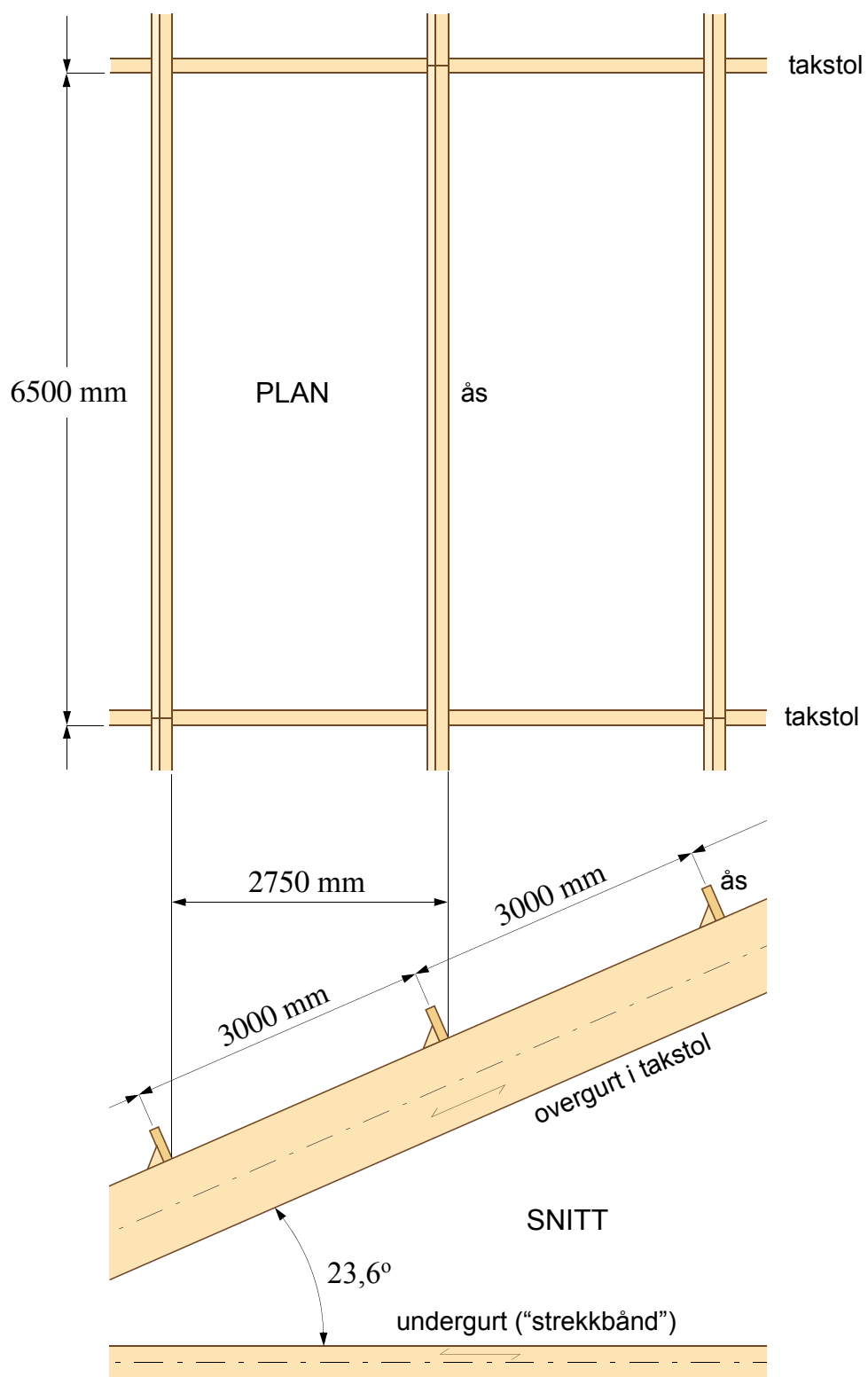
Resultatet av forskyvningsberegningene er vist på motstående side. Største nedbøyning, 38 mm, tilsvarer ca. $L/525$ som er godt innenfor normale krav. Største horisontalforskyvning, 11 mm, bør heller ikke volde problemer; for en søylehøyde på 6 m betyr dette en skjevstilling på ca. $H/550$ om alt tas på en side, eller ca. $H/1100$ om forskyvningen fordeler seg med en halvpart på hver side.

De tilsvarende forskyvninger om vi hadde benyttet *karakteristisk* lastkombinasjon, men fortsatt uten vind, er 55 mm ($L/360$) og 17 mm ($H/350$).

Kommentar

Med unntak av litt for store strekkspenninger normalt på fiberretningen i mønesonen, tilfredsstillter den valgte bjelken alle krav, noen med god margin. Bjelken bør forsterkes i mønesonen for å hindre tverrstrekkbrudd. Med forsterkning bør en vurdere å undersøke om en bjelke med en eller kanskje to lameller mindre, eller en bjelke med litt mindre bredde, ville representere en tilfredsstillende og mer økonomisk løsning.

Alternativet til forsterkning er selvsagt større høyde eller større bredde, men begge de løsningene vil sannsynligvis koste mer enn forsterkning, enten med selvborende skruer, eller pålimte kryssfiner-plater. Forsterkning er behandlet i eksemplene 17 og 18.



Figur 9.1 Åser

9.1 Oppgaven

Figur 9.1 viser sekundærbærende åser, med senteravstand 3000 mm (målt langs takflaten), for bæring av tak i en mindre idrettshall. Åsene legges som kontinuerlige bjelker over to felt, hvor feltbredden er 6500 mm. Åsene understøttes av saltakstoler (eksempel 10) med takvinkel 23,6 grader. Selve takkonstruksjonen er et isolert stålplatetak.

Oppgaven er å dimensjonere åsene.

9.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Åsene skjøtes "butt i butt" over opplegget på saltakstolens overgurt som antas å ha en bredde på 140 mm.

Lastbredden er 3000 mm målt langs takflaten, 2750 mm målt langs horisontalprojeksjonen.

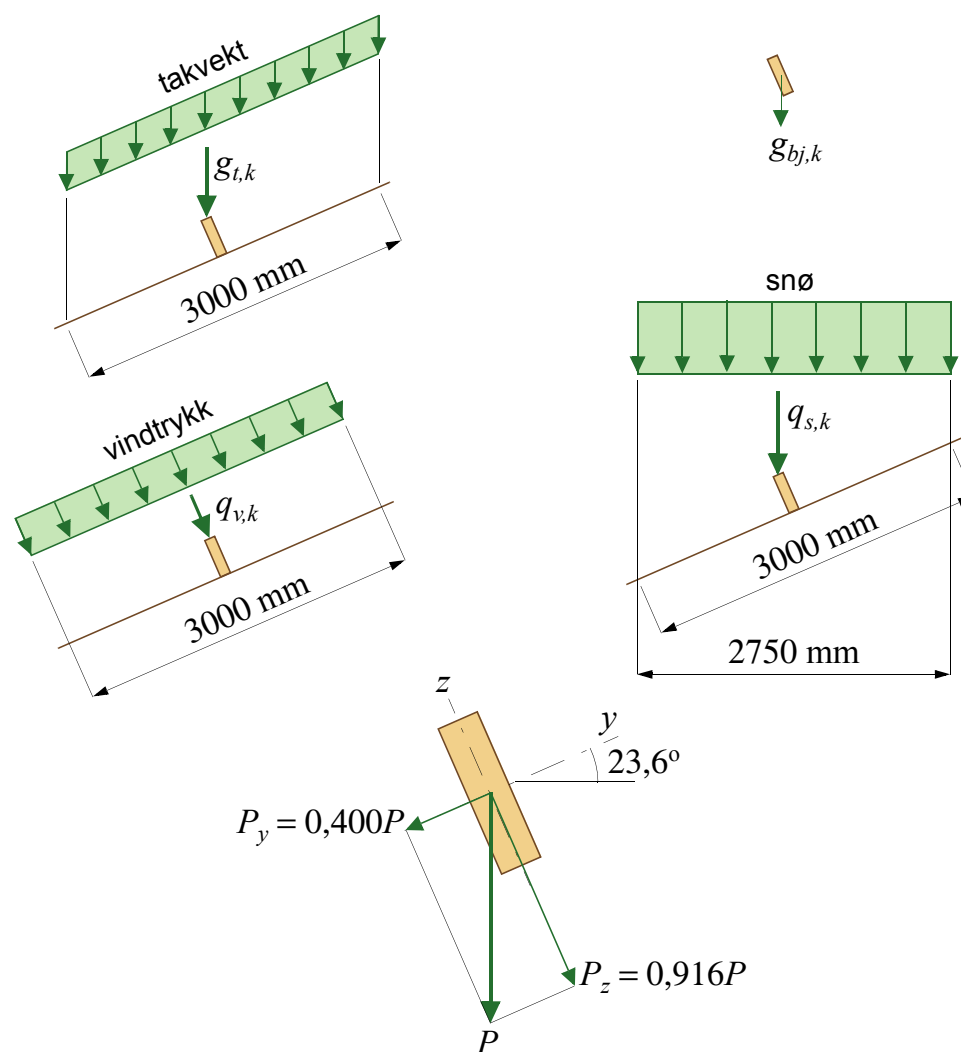
Antar åsdimensjon: 115×360 mm.

9.3 Laster

Karakteristiske laster på en ås:

Egenlast bjelke (tyngdelast): $g_{bj,k} = 0,115 \cdot 0,360 \cdot 0,43 \cdot 9,82 = 0,2 \text{ kN/m}$

Egenlast isolert stålplatetak (Byggforskserien 471.031):



Lastene virker som vist ovenfor, og de angriper i punktet hvor takplaten(e) er festet til åsen. Mens egenlast og snø gir last om begge hovedaksene til åsen, gir vindtrykket last bare i z -retningen (gir bøyning bare om sterk y -akse). Hvorvidt vi får bøyning om to akser avhenger av hvordan takplaten(e) er festet (spesielt ved mønet). Vi regner konservativt og antar bøyning om begge hovedaksene, men vi flytter lastenes angrepspunkt til åsens senterlinje (neglisjerer torsjonsmomentet som ikke har særlig betydning, forutsatt at åsene er godt sikret mot rotasjon om egen akse over oppleggene).

$\psi_0 = 0,6$ for vind, mens $\psi_0 = 0,7$ for snø (se tabell 2 i introduksjonen)

$$0,40 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow \text{tyngdelast: } g_{t,k} = 0,40 \cdot 3,0 = 1,2 \text{ kN/m}$$

$$\text{Total egenlast er: } g_k = g_{bj,k} + g_{t,k} = 0,2 + 1,2 = 1,4 \text{ kN/m}$$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark: $s_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$:

$$\text{tyngdelast: } q_{s,k} = 0,8 \cdot 1,5 \cdot 2,75 = 3,3 \text{ kN/m}$$

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 1,5 \text{ kN/m}^2$

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter.

Utvendige formfaktorer for saltak benyttes, se figur 7.8 og tabellene 7.4a og 7.4b i NS-EN 1991-1-4. Vind mot gavl ($\theta = 90^\circ$) gir bare negative, dvs. oppadrettede krefter, mens vind mot langvegg ($\theta = 0^\circ$) gir trykk med formfaktoren $c_e = 0,3$ i sone H. Dette kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor $c_i = -0,3$. Resulterende vindkraft er et normalrette trykk:

$$q_{v,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 3,0 = 1,5 \cdot (0,3 + 0,3) \cdot 3,0 = 2,7 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner

Bruddgrensetilstand

Selv om vi får en vesentlig gunstigere k_{mod} ved å ta med last fra vind, er vindkraften her såpass stor i forhold til lasten fra snø, at vi nok bør se på lastkombinasjoner med både snø og vind ($p_{1,d}$), og med snø alene ($p_{2,d}$). Den første gir, for bøyning om sterk (y -)akse (last langs z -aksen):

$$p_{1sz,d} = (1,2g_k + 1,5q_{s,k}) \cdot 0,916 + 1,5\psi_0q_{v,k} = 6,1 + 2,4 = 8,5 \text{ kN/m} \quad (9-1)$$

Vi har her regnet med snø som dominerende variabel last. Med vind som dominerende variabel last får vi

$$p_{1vz,d} = (1,2g_k + 1,5\psi_0q_{s,k}) \cdot 0,916 + 1,5q_{v,k} = 4,7 + 4,1 = 8,8 \text{ kN/m} \quad (9-2)$$

Tilsvarende laster i y -retning (gir bøyning om svak z -akse) er, for snø som dominerende last,

$$p_{1sy,d} = (1,2g_k + 1,5q_{s,k}) \cdot 0,4 = 2,7 \text{ kN/m} \quad (9-3)$$

og med vind som dominerende last,

$$p_{1vy,d} = (1,2g_k + 1,5\psi_0q_{s,k}) \cdot 0,400 = 2,1 \text{ kN/m} \quad (9-4)$$

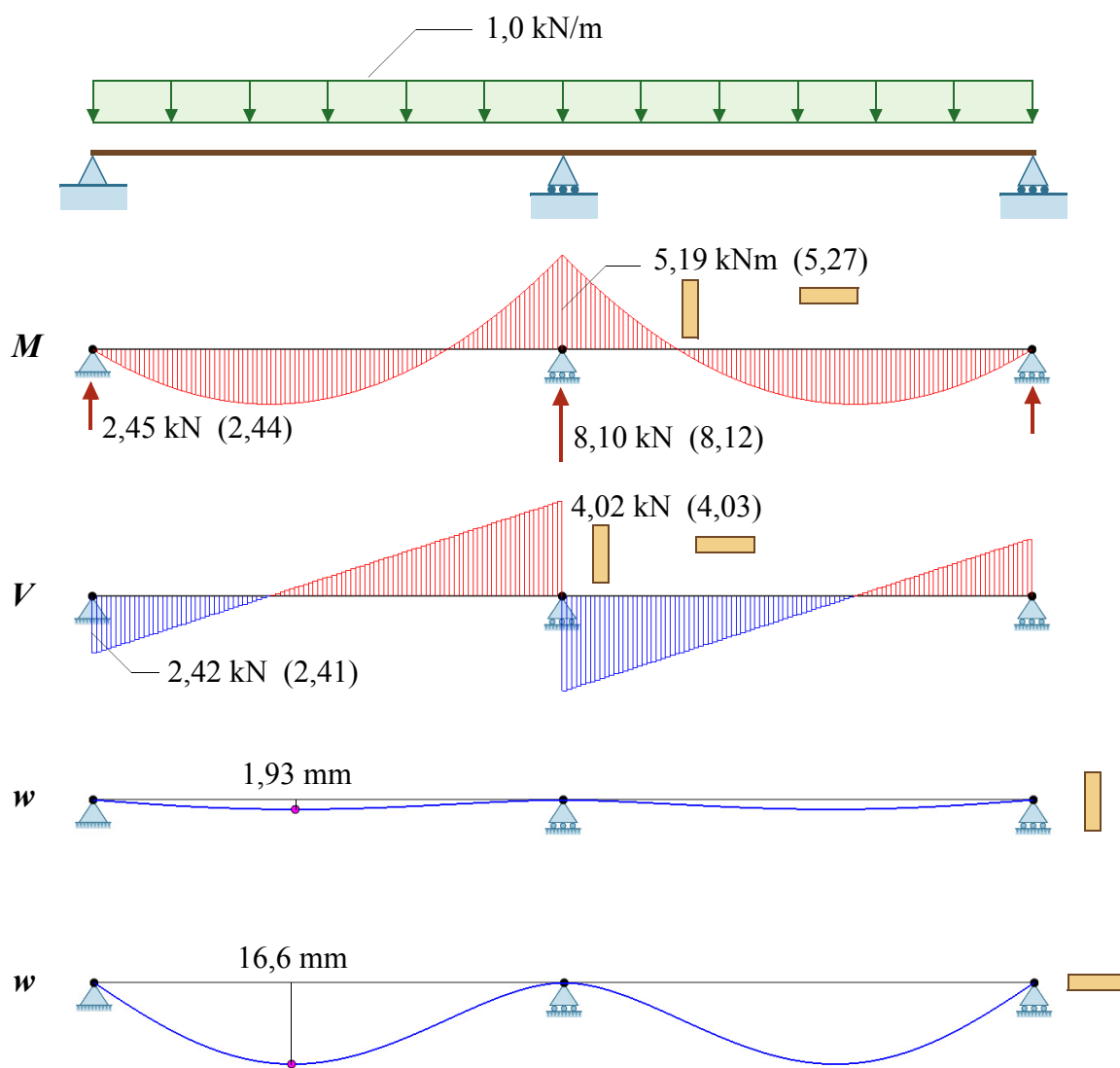
Lastkombinasjon med bare egenlast og snø gir:

$$p_{2z,d} = (1,2g_k + 1,5q_{s,k}) \cdot 0,916 = 6,1 \text{ kN/m} \quad (9-5)$$

og

$$p_{2y,d} = (1,2g_k + 1,5q_{s,k}) \cdot 0,400 = 2,7 \text{ kN/m} \quad (9-6)$$

Forankring av åsen på grunn av mulige løftekrefter kommer vi tilbake til i et eget avsnitt.



Figur 9.2 Statistiske beregninger (inkl. skjærdeformasjoner)
Tallene i parentes gjelder for bøyning om svak akse

$$k_h = \min \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{600}{h}\right)^{0,1} = 1,05 \quad (h = 360) \\ 1,1 \end{array} \right.$$

$$k_h = \min \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{600}{h}\right)^{0,1} = 1,1 \quad (h = 115) \\ 1,1 \end{array} \right.$$

Bruksgrensetilstand

Vi har her vurdert det som tilstrekkelig å kontrollere langtidsnedbøyningen forårsaket av den tilnærmet permanente lastkombinasjon, dvs. for lasten

$$p_{perm} = (g_k + \psi_2 q_{s,k})(1 + k_{def}) \quad (\psi_2 = 0 \text{ for vind}) \quad (9-7)$$

9.4 Statistiske beregninger

For en to-feltsbjelke med konstant stivhet og påkjent av en jevnt fordelt enhetslast ($q = 1 \text{ kN/m}$) og som har to like lange felt ($L = 6,5 \text{ m}$), har vi enkle formler for moment og skjærkraft når vi ser bort fra skjærdeformasjonene. Største moment og skjærkraft opptrer over midtstøtten og er:

$$M_{maks} = \frac{qL^2}{8} = \frac{1 \cdot 6,5^2}{8} = 5,28 \text{ kNm} \quad \text{og} \quad V_{maks} = \frac{5qL}{8} = \frac{5 \cdot 1 \cdot 6,5}{8} = 4,06 \text{ kN}$$

På motstående side er vist resultatene fra en programstyrt beregning som tar hensyn til skjærdeformasjonene. Som vi ser spiller ikke skjærdeformasjonene noen stor rolle her, spesielt ikke når vi betrakter bøyning om svak (z -) akse. Det lille avviket i skjærkraften skyldes at programmet representerer en fordelt last som en serie av konsentrerte laster.

9.5 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 1 og øyeblikkslast (vind) gir tabell 8: $k_{mod} = 1,1$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,05 \cdot 1,1}{1,15} = 30 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,05) \text{ for bøyning om } y\text{-aksen}$$

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,1 \cdot 1,1}{1,15} = 32 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,1) \text{ for bøyning om } z\text{-aksen}$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{1,1}{1,15} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{1,1}{1,15} = 3,3 \text{ N/mm}^2$$

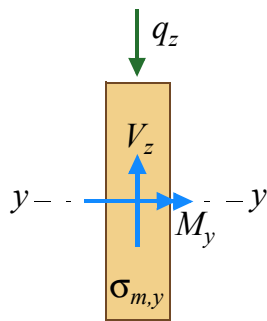
For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast (snø) gir tabell 8: $k_{mod} = 0,9$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

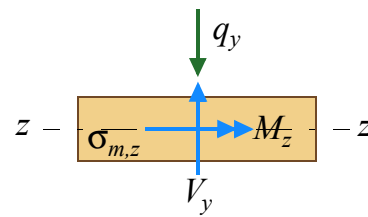
$$f_{m,d} = 30 \frac{1,05 \cdot 0,9}{1,15} = 25 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,05) \text{ for bøyning om } y\text{-aksen}$$

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,1 \cdot 0,9}{1,15} = 26 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,1) \text{ for bøyning om } z\text{-aksen}$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$



$$\sigma_{m,y} = \frac{M_y}{W_y}$$



$$\sigma_{m,z} = \frac{M_z}{W_z}$$

$$W_y = \frac{bh^2}{6} = \frac{115 \cdot 360^2}{6} = 2,48 \cdot 10^6 \quad W_z = \frac{b^2h}{6} = \frac{115^2 \cdot 360}{6} = 0,794 \cdot 10^6$$

Bøyning om to akser (punkt 6.1.6 i EK5-1):

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning 6.11}$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning 6.12}$$

$k_m = 0,7$ for rektangulære tverrsnitt

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} \Rightarrow \tau_{z,d} = \frac{3 \cdot 34200}{2 \cdot 0,8 \cdot 115 \cdot 360} = 1,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll av bøyespenninger - se motstående side, og figur 9.2

A - Egenlast, snø og vind – snø dominerende

$$M_y = 5,19 \cdot p_{1sz,d} = 5,19 \cdot 8,5 = 44,1 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{44,1}{2,48} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$M_z = 5,27 \cdot p_{1sy,d} = 5,27 \cdot 2,7 = 14,2 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,z,d} = \frac{14,2}{0,794} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll 6.11: } \frac{18}{30} + 0,7 \frac{18}{32} = 0,60 + 0,39 = 0,99 < 1,0 \quad \text{OK}$$

$$\text{Kontroll 6.12: } \frac{18}{32} + 0,7 \frac{18}{30} = 0,56 + 0,42 = 0,98 < 1,0 \quad \text{OK}$$

B - Egenlast, snø og vind – vind dominerende

$$M_y = 5,19 \cdot p_{1vz,d} = 5,19 \cdot 8,8 = 45,7 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{45,7}{2,48} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$M_z = 5,27 \cdot p_{1vy,d} = 5,27 \cdot 2,1 = 11,1 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,z,d} = \frac{11,1}{0,794} = 14 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll 6.11: } \frac{18}{30} + 0,7 \frac{14}{32} = 0,60 + 0,31 = 0,91 < 1,0 \quad \text{OK}$$

$$\text{Kontroll 6.12: } \frac{14}{32} + 0,7 \frac{18}{30} = 0,44 + 0,42 = 0,86 < 1,0 \quad \text{OK}$$

C - Bare egenlast og snø

$$M_y = 5,19 p_{2z,d} = 5,19 \cdot 6,1 = 31,7 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{31,7}{2,48} = 13 \text{ N/mm}^2$$

$$M_z = 5,27 p_{2y,d} = 5,27 \cdot 2,7 = 14,2 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,z,d} = \frac{14,2}{0,794} = 18 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll 6.11: } \frac{13}{25} + 0,7 \frac{18}{26} = 0,52 + 0,48 = 1,0 \quad \text{OK}$$

$$\text{Kontroll 6.12: } \frac{18}{26} + 0,7 \frac{13}{25} = 0,69 + 0,36 = 1,1 \quad \text{ikke OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Dimensjonerende skjærspenning – uten reduksjon av skjærkraften:

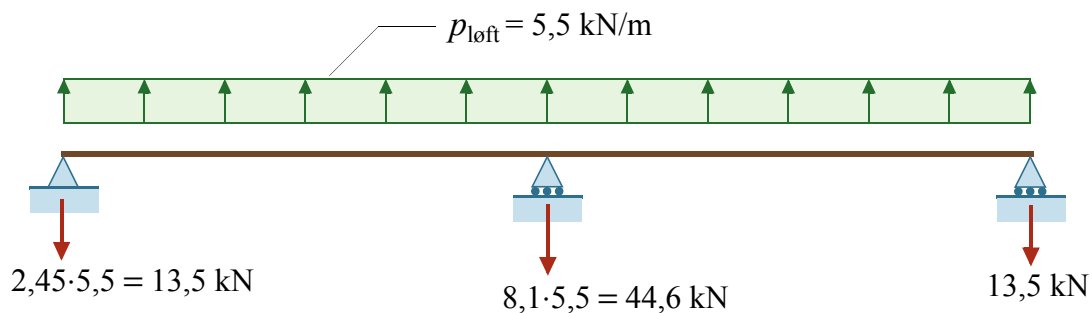
A - Egenlast, snø og vind – snø dominerende

$$V_{z,d} = 4,02 p_{1sz,d} = 4,02 \cdot 8,5 = 34,2 \text{ kN} \Rightarrow \tau_{z,d} = 1,5 \text{ N/mm}^2$$

Det er ikke uten videre klart hvordan en skjærkontroll skal utføres når vi har bøyning om begge hovedaksene. Man kan selvsagt beregne største skjærspenning i hver retning og si at resultanten av disse er den dimensjonerende skjærspenning. Det er strengt tatt riktig bare i ett punkt, og det vil derfor være konservativt å basere kontrollen på denne spenningen. I mangel av en mer representativ skjærspenning baserer vi vår kontroll på denne resultantspenningen - tilfredsstill den kravet er vi på trygg grunn.

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} \quad \text{med } k_{cr} = 0,8$$

Løftekrefter (se figur 9.2):



$$V_{y,d} = 4,03p_{1sy,d} = 4,03 \cdot 2,7 = 9,7 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \tau_{y,d} = 0,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = \sqrt{\tau_{z,d}^2 + \tau_{y,d}^2} = \sqrt{1,5^2 + 0,4^2} = 1,6 \text{ N/mm}^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,6}{3,3} = 0,48 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av tilfellene B og C anses overflødige. Det er påvist at selv med konservative antakelser hva angår både dimensjonerende skjærkrefter og spenninger er skjærkontrollen tilfredsstillt med god margin.

Trykk normalt fibre (EK5-1, pkt. 6.1.5) – se figur 9.2

Dimensjonerende opplagerkraft ved midtopplegg for egenlast, snø og vind (med vind som dominerende last):

$$F_{z,d} = 8,1 \cdot p_{1vz,d} = 8,1 \cdot 8,8 = 71,3 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{z,d}}{A_{ef}} = \frac{71300}{190 \cdot (115 + 2 \cdot 30)} = \frac{71300}{190 \cdot 175} = 2,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,1}{1,75 \cdot 2,4} = 0,50 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Det er åpenbart at standardens krav også er tilfredsstillt for en kombinasjon med bare egenlast og snø. For endeoppleggene er effektivt oppleggsareal halvparten av det effektive arealet ved midtopplegget, mens dimensjonerende opplagerkraft bare er ca. 30% av kraften ved midtopplegget. Det følger av dette at trykk normalt fibre heller ikke er noe problem ved åsens endeopplegg.

Løftekrefter

Om vi, med referanse til figur 7.8 og tabell 7.4b i NS-EN 1991-1-4, antar at størrelsen e er ca. 20 m, kan vi, for vind mot gavl ($\theta = 90^\circ$), anta at en ås som starter på den første takstolen får et vindsug med formfaktoren $c_e = -0,8$ (sone G og H). Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$. Resulterende oppadrettet vindlast på en ås blir:

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 3,0 = 1,5 \cdot (-0,8 - 0,2) \cdot 3,0 = -4,5 \text{ kN/m}$$

For snøfritt tak gir dette en løftekraft per ås som er:

$$p_{løft} = 1,0 \cdot g_k \cdot 0,916 - 1,5 \cdot q_{sug,k} = 1,4 \cdot 0,916 - 1,5 \cdot 4,5 = -5,5 \text{ kN/m}$$

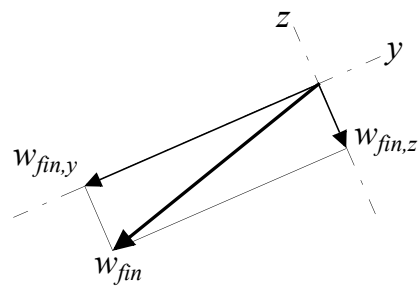
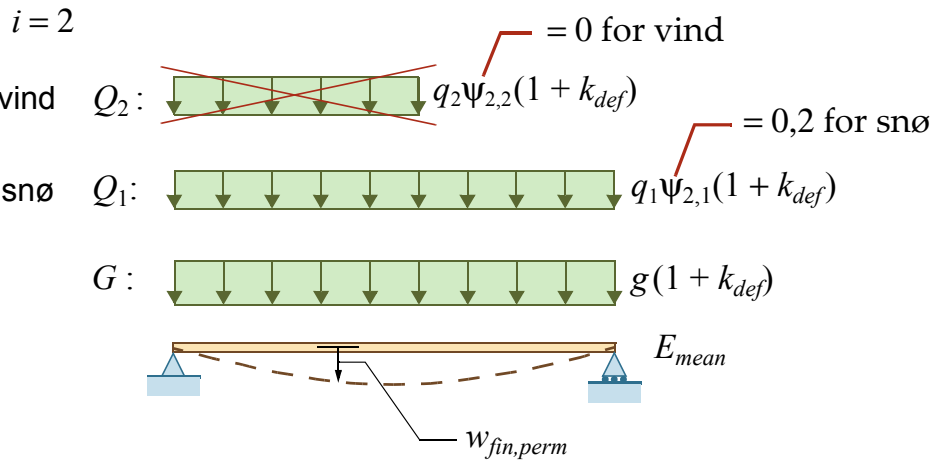
Åsene må festes på en slik måte at løftekreftene vist på motstående side kan overføres til saltakstolens overgurt.

9.6 Bruksgrensekontroll

Her bør det være tilstrekkelig å kontrollere at langtidsnedbøyningene, på grunn av *tilnærmet permanent* last, er innenfor akseptable grenser. Med henvisning til figur på motstående side og ligning (9-7), finner vi nedbøyning langs z -aksen ved å beregne forskyvningene (for bøyning om sterk akse) for en jevnt fordelt last

Tilnærmet permanent lastkombinasjon

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$



$$p_{fin,perm,z} = 0,916(g_k + \psi_{2,1}q_{s,k})(1 + k_{def}) = 0,916(1,4 + 0,2 \cdot 3,3) \cdot 1,6 = 3,0 \text{ kN/m}$$

Her er k_{def} satt lik 0,6 som er standardens verdi for klimaklasse 1.

Fra figur 9.2 finner vi at dette gir en største nedbøyning langs z -aksen som er

$$w_{fin,perm,z} = 1,93 \cdot 3,0 = 6 \text{ mm}$$

Tilsvarende finner vi at nedbøyningen langs y -aksen finnes ved å beregne forskyvningene (for bøyning om svak akse) for en jevnt fordel last

$$p_{fin,perm,y} = 0,40(g_k + \psi_{2,1}q_{s,k})(1 + k_{def}) = 0,40(1,4 + 0,2 \cdot 3,3) \cdot 1,6 = 1,3 \text{ kN/m}$$

Fra figur 9.2 finner vi at dette gir en største nedbøyning langs y -aksen som er

$$w_{fin,perm,y} = 16,6 \cdot 1,3 = 22 \text{ mm}$$

Største utbøyning blir etter dette

$$w_{fin,perm} = \sqrt{6^2 + 22^2} = 23 \text{ mm (tilsvarer ca. } L/260)$$

Selv denne forskyvningen, som ikke tar hensyn til takflatens innvirkning, bør rent visuelt kunne aksepteres. Uansett hvordan takplatene festes til åsene (og til hverandre ved mønet) vil vi helt sikkert få en vesentlig mindre utbøyning langs-etter takflaten enn den vi har beregnet til å bli 22 mm.

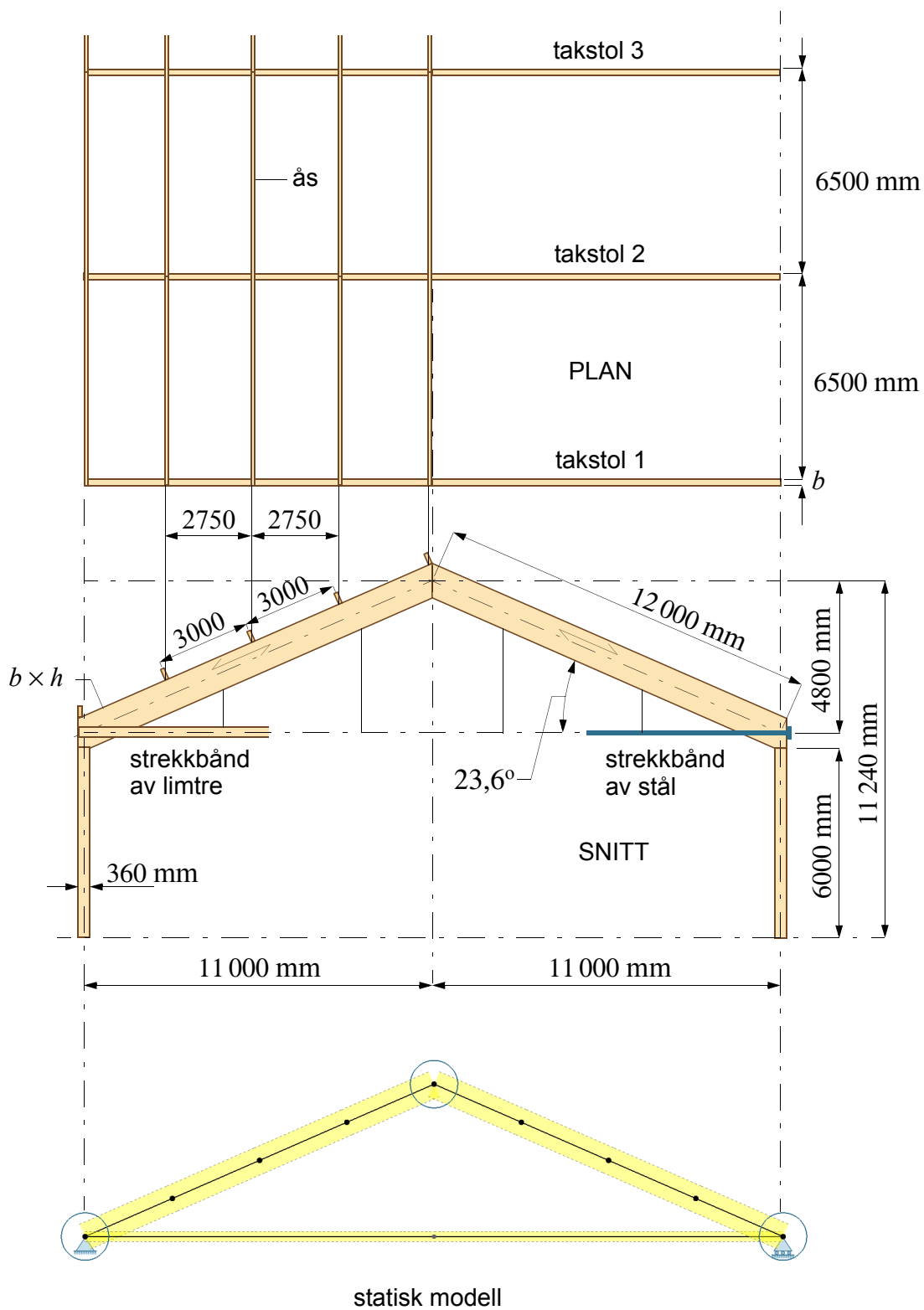
Konklusjon: Bruksgrensetilstanden er **OK**.

Kommentar

Det springende punktet her er hvorvidt åsen utsettes for uhindret bøyning om begge hovedaksene. Bøyning om sterk (y -) akse blir ikke på noen måte hindret, men takkonstruksjonen vil, uansett hvordan den utføres, i noen grad hindre bøyning om svak (z -) akse. Vi har regnet som om bøyningen foregår fritt om begge aksene, og vi har derfor ingen betenkeligheter med å si at den beskjedne overskridelsen av den samlede bøyekapasitet kan aksepteres, og at den antatte åsdimensjon, 115×360 mm, derfor tilfredsstillende alle krav.

Det bør nevnes at dersom en hadde tatt hensyn til en liten reduksjon i støttemomentet (lysåpning og oppleggsbredde), så ville bøyespenningskontrollen som resulterte i 1,1 (og dermed ikke OK) ha gitt 1,0 (og OK) som resultat. Overskridelsen var (som vist) helt marginal. Ønsker en å unngå denne argumentasjonen og velger å øke åsens kapasitet, får en best effekt ved å øke bredden og dermed kapasiteten om svak akse.

En viktig forutsetning for de utførte beregninger er at åsen festes/sikres godt ved oppleggene, både med tanke på løftkreftene fra vind, men spesielt med tanke på å hindre "vridning". Kraftige stålvinkler (på begge sider) eller kubbing bør vurderes.



Figur 10.1 Saltakstol med strekkbånd

Saltakstol med strekkbånd

10.1 Oppgaven

Figur 10.1 viser en saltakstol med strekkbånd for bæring av tak i en mindre idrettshall. Strekkbåndet er primært i limtre, men også stål skal vurderes. Saltakstolene, som er fritt opplagt på søyler, har en innbyrdes avstand, senter til senter, på 6,5 m. Som takkonstruksjon antas et overliggende, isolert stålplatetak med bærende åser i limtre (eksempel 9) med senteravstand 3000 mm (målt langs takflaten). Åsene legges som kontinuerlige bjelker over to felt, og slik at annenhver (butt-) skjøtes over en gitt takstol (se eksempel 9).

Oppgaven er å dimensjonere saltakstolen, dvs. overgurtene (bjelkene) og strekkbåndet.

10.2 Forutsetninger og antakelser

Alt limtre er GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Lastbredden er i utgangspunktet 6500 mm, men siden lastene påføres overgurtene som punktlaster via åsene, er det åsenes opplagerkrefter som bestemmer lastene.

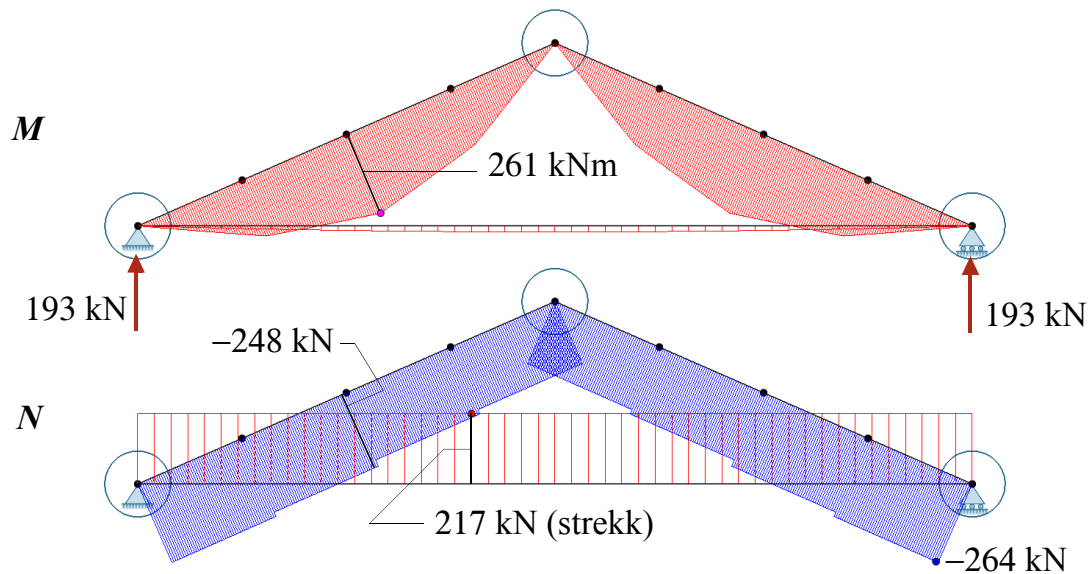
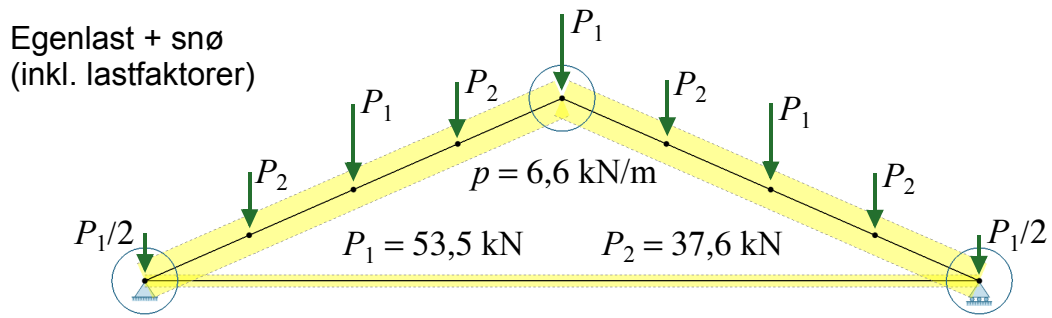
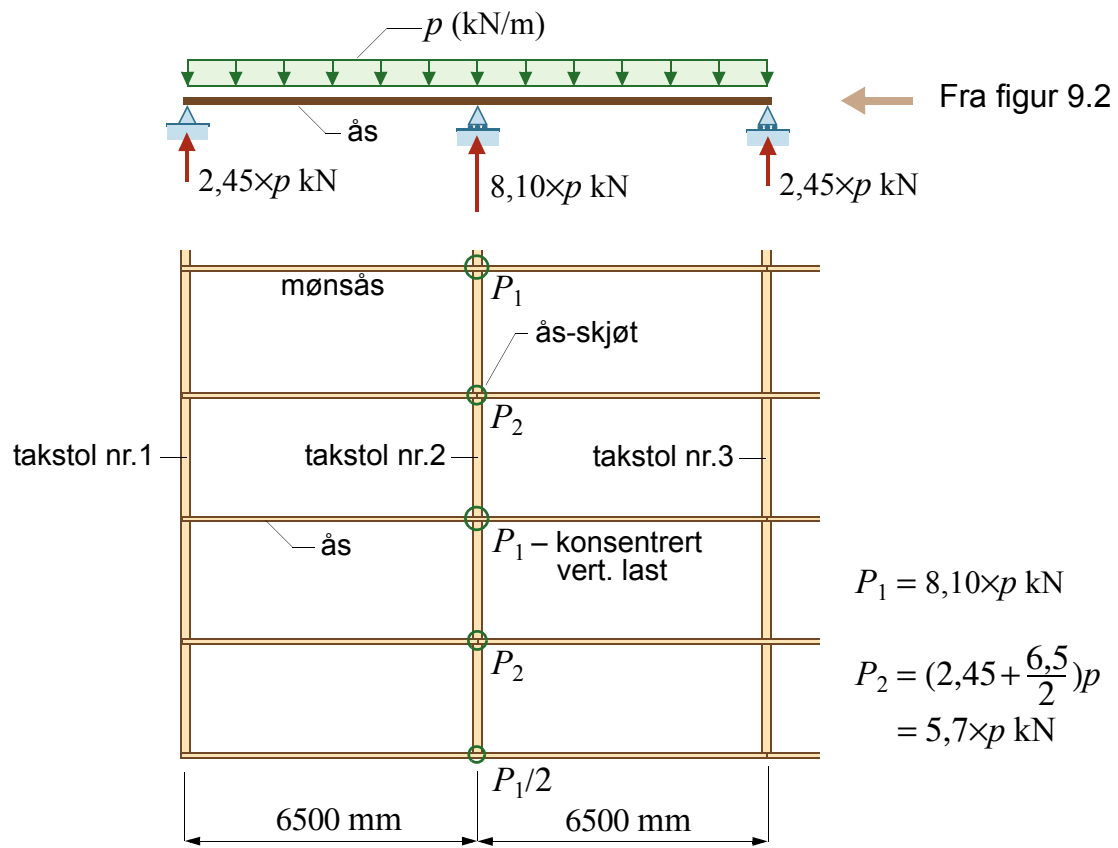
Antar følgende dimensjoner ($b \times h$):

Overgurten: 140×855 mm

Strekkbånd: Limtre: 2 stk. 90×315 mm Stål: 2 stk. Ø24 mm

Søyler: 140×360 mm

Eksemplet legger hovedvekten på strekkbånd av limtre – stål vil bli vurdert til slutt.



10.3 Laster

Lastene påføres overgurten via åsene, og lastene på en ås er som angitt i eksempel 9, dvs.

Egenlast isolert stålplatetak: $0,40 \text{ kN/m}^2 +$ vekten av åsen ($0,2/3,0 \text{ kN/m}^2$)

Snølast på mark: $s_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 1,5 \text{ kN/m}^2$

Bruddgrensetilstand

I eksempel 9 fant vi at egenlast + snø var mer ugunstig enn egenlast + snø + vind, dette på grunn av stor forskjell i k_{mod} for de to kombinasjonen. Det er stort sett samme forhold mellom snø og vind her som i eksempel 9, og vi går derfor ut fra at det er kombinasjonene egenlast og snø som blir avgjørende også her. Dette er ikke en endelig konklusjon - vi vil også gjøre en kontroll med snø og vind samtidig.

På motstående side er vist hvordan en jevnt fordelt last p på en ås over to felt fordeler seg på oppleggene (saltakstolene). For kombinasjonen egenlast + snø er, med referanse til avsnitt 9.3,

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot 1,4 + 1,5 \cdot 3,3 = 1,68 + 4,95 = 6,6 \text{ kN/m}$$

Det forutsettes at annenhver ås (butt-) skjøtes på samme takstol. Med denne forutsetning er den mest påkjente saltakstolen (nr. 2 fra gavlen) vist på motstående side. Med de viste punktlastene pluss egenvekten av selve takstolen (multiplisert med 1,2) får vi de viste diagrammene for bøyemoment og aksialkraft.

Bruksgrensetilstand

Her er det rimelig å kontrollere langtidsnedbøyningen forårsaket av den ofte forekommende lastkombinasjon, dvs. for lasten

$$p_{ofte} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k} + \psi_{2,2}q_{trykk,k} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k} \text{ kN/m} \quad (\psi_2 = 0 \text{ for vind}) \quad (10-1)$$

10.4 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast (snø) gir tabell 8: $k_{mod} = 0,9$

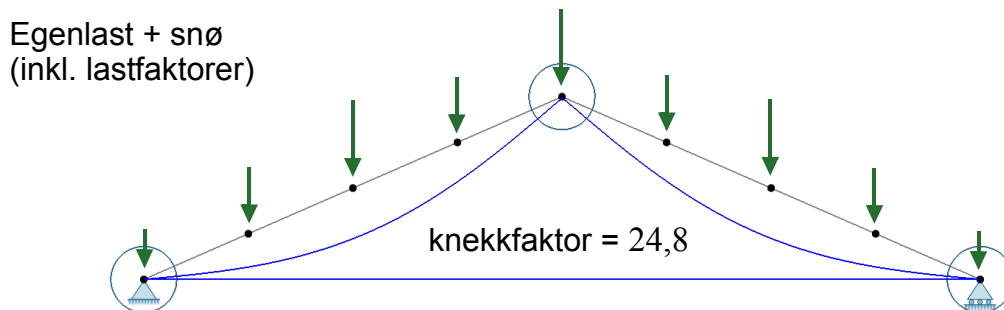
Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0); \quad h = 855 \text{ mm for bjelken}$$

$$f_{t,0,d} = 19,5 \frac{1,07 \cdot 0,9}{1,15} = 16 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = \left(\frac{600}{315}\right)^{0,1} = 1,07) \text{ for strekkbåndet}$$

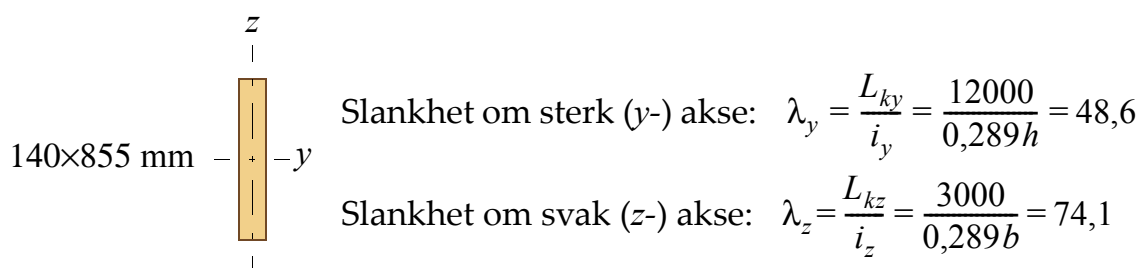
$$f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$



Knekking i planet (om y -aksen) - 1. knekkform : $L_{ky} = L = \frac{11,0}{\cos(23,6)} = 12,0$ m

Knekking ut av plant (om z -aksen): $L_{kz} = \text{avstand mellom åsene} = 3,0$ m



Med henvisning til eksempel 5 og avsnitt 6.3.2 i EK5-1 har vi:

Knekking om svak (z -) akse:

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{74,1}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 1,12$$

$$k_z = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2] = 0,5[1 + 0,1(1,12 - 0,3) + 1,12^2] = 1,17$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{1,17 + \sqrt{1,17^2 - 1,12^2}} = 0,66$$

Knekking om sterk (y -) akse:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{48,6}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 0,74$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(0,74 - 0,3) + 0,74^2] = 0,80$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,80 + \sqrt{0,80^2 - 0,74^2}} = 0,91$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll av saltakstolens overgurter

A – Kombinert bøyning og aksialkraft - se motstående side og snittkraftdiagrammene

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{261 \cdot 10^6}{(bh^2)/6} = \frac{6 \cdot 261 \cdot 10^6}{140 \cdot (855)^2} = 15 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{248000}{140 \cdot 855} = 2,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{2,1}{0,91 \cdot 19} + \frac{15}{23} + 0 = 0,12 + 0,65 = 0,77 < 1,0 \quad \text{OK}$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.24)}$$

$$\frac{2,1}{0,66 \cdot 19} + 0,7 \frac{15}{23} + 0 = 0,17 + 0,46 = 0,63 < 1,0 \quad \text{OK}$$

B – Vipping med aksial trykkraft

Vi antar (konservativt): $L_{ef} = 3000 \text{ mm}$ (avstanden mellom åsene). Siden lasten påføres av åsen, som hindrer bjelken i å forskyve seg ut av planet, er det ikke aktuelt å øke vippelengden med $2h$.

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78b^2}{hL_{ef}} E_{0,05} = \frac{0,78 \cdot 140^2 \cdot 10800}{855 \cdot 3000} = 64 \text{ N/mm}^2 \quad \text{EK5-1: lign. 6.32}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30}{64}} = 0,68 \quad \text{EK5-1: ligning (6.30)}$$

$$\lambda_{rel,m} < 0,75 \Rightarrow k_{crit} = 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.34)}$$

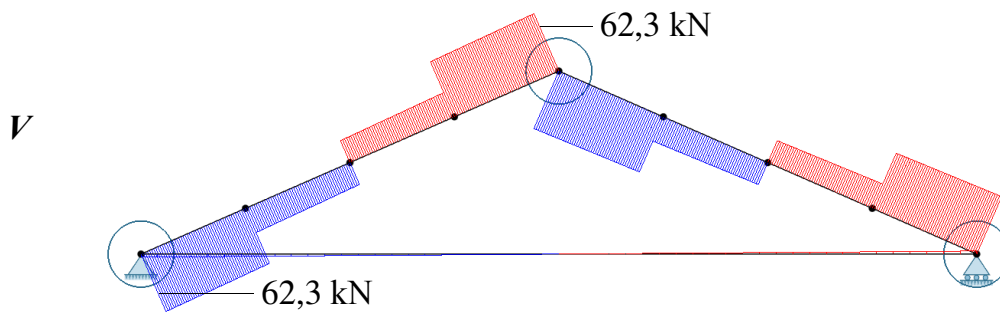
og kontrollen i standardens ligning 6.35 er overflødig.

C – Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

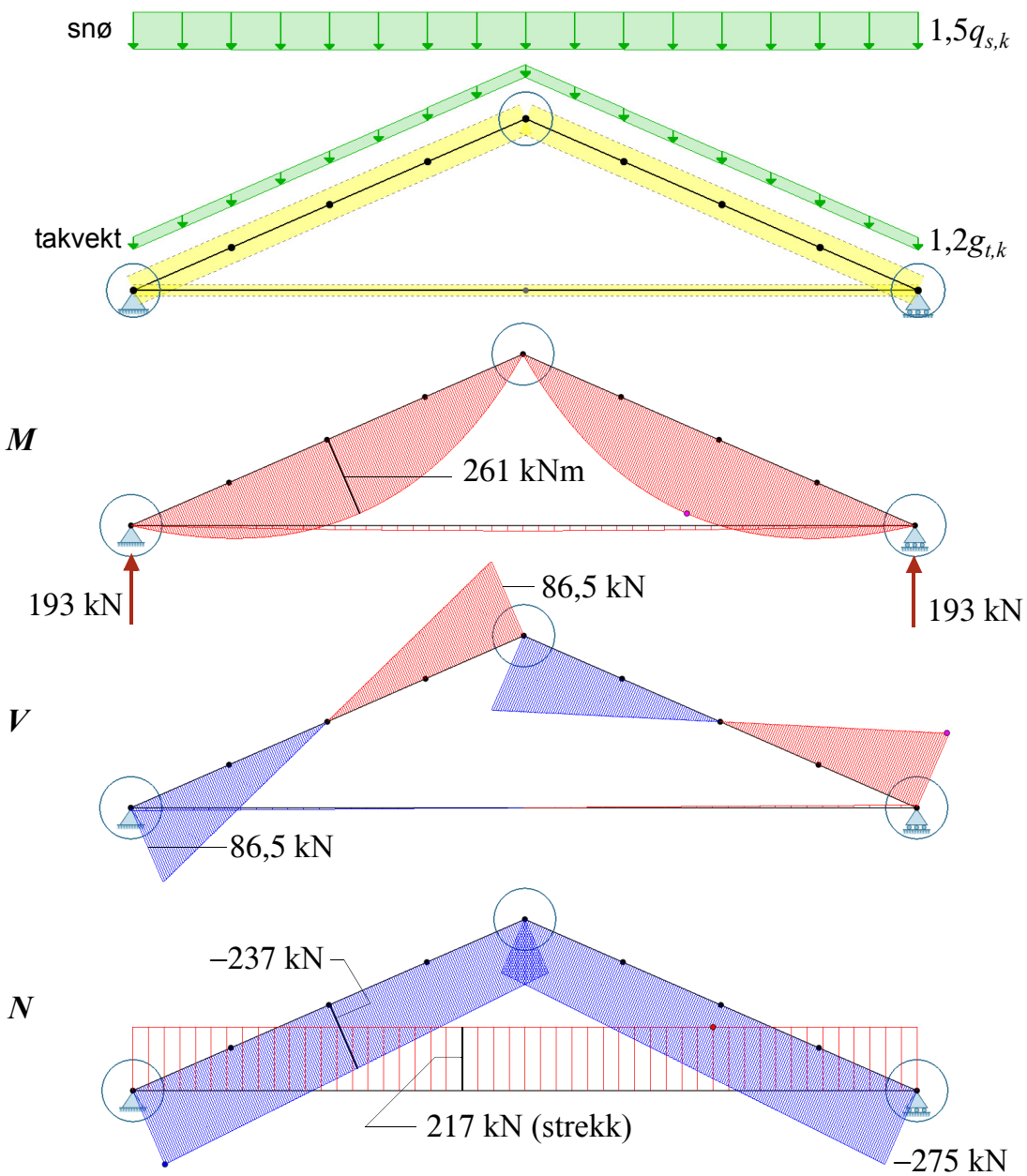
Skjærkraftdiagrammet for den antatt dimensjonerende lastkombinasjon er vist på neste side, og med $V_d = V_{maks} = 62,3 \text{ kN}$ har vi at

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 62300}{2 \cdot 0,8 \cdot 140 \cdot 855} = 0,98 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og}$$

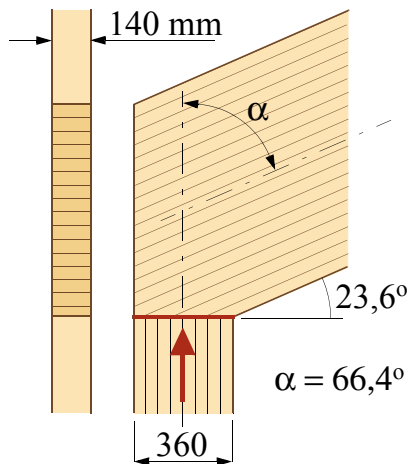
$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,98}{2,7} = 0,36 < 1,0 \quad \text{OK}$$



Alternativ lastmodell: egenlast + full snølast, begge som fordelte laster, og med lastbredde lik 6850 mm



D – Trykk på skrå flate (EK5-1, pkt. 6.2.2)



Dimensjonerende spenning på skrå flate:

$$\sigma_{c, \alpha, d} = \frac{F_{c, \alpha, d}}{A} = \frac{193000}{140 \cdot 360} = 3,8 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende fasthet – EK5-1: ligning (6.16)

$$f_{c, \alpha, d} = \frac{f_{c, 0, d}}{\frac{f_{c, 0, d}}{k_{c, 90} f_{c, 90, d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{19}{\frac{19}{1,75 \cdot 2,0} 0,84 + 0,16} = \frac{19}{4,72} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c, \alpha, d}}{f_{c, \alpha, d}} = \frac{3,8}{4,0} = 0,95 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av strekkbåndet – 2 stk. 90×315 mm (GL30c)

Dimensjonerende strekkspenning (antar at forbindelsen reduserer tverrsnittet med 20%) :

$$\sigma_{t, 0, d} = \frac{N_{t, d}}{A_{net}} = \frac{N_{t, d}}{0,8 \cdot A} = \frac{217000}{0,8 \cdot (2 \cdot 90 \cdot 315)} = 4,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{t, 0, d}}{f_{t, 0, d}} = \frac{4,8}{16} = 0,30 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Alternativ beregning med jevnt fordelte laster

Hva om vi lar lastene fra taket bli påført saltakstolen som fordelte laster? Vi betrakter lastkombinasjonen med egenlast og snø. For å få tilnærmet samme totalbelastning (samme opplagerkrefter) som modellen med konsentrerte laster gir, finner vi at vi må justere opp lastbredden fra 6500 mm til 6850. Det gir følgende last:

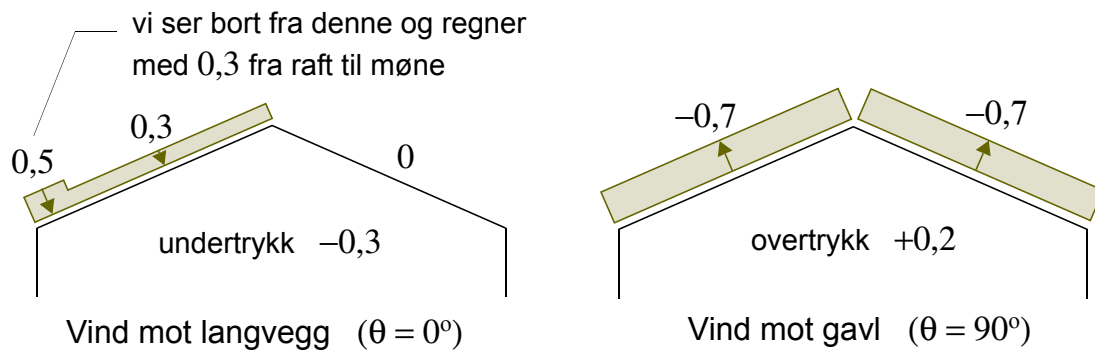
$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} \quad \text{hvor}$$

$$g_k = g_{t,k} + g_{bj,k} \quad \text{hvor } g_{t,k} = 0,47 \cdot 6,85 = 3,2 \text{ kN/m, og}$$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 1,5 \cdot 6,85 = 8,2 \text{ kN/m}$$

På motstående side er vist snittkraftdiagrammene som denne lastmodellen gir.

En sammenligning av de to modellene viser at det er liten eller ingen forskjell for bøyemoment og aksialkraft. Som ventet er det derimot en viss forskjell i skjærkreftene, men det vil være en relativt enkel sak å justere skjærkreftene for modellen med fordelt last (ved å si at skjærkraften inn mot bjelkens opplegg er konstant og lik skjærkraften midt mellom de to siste åsene).

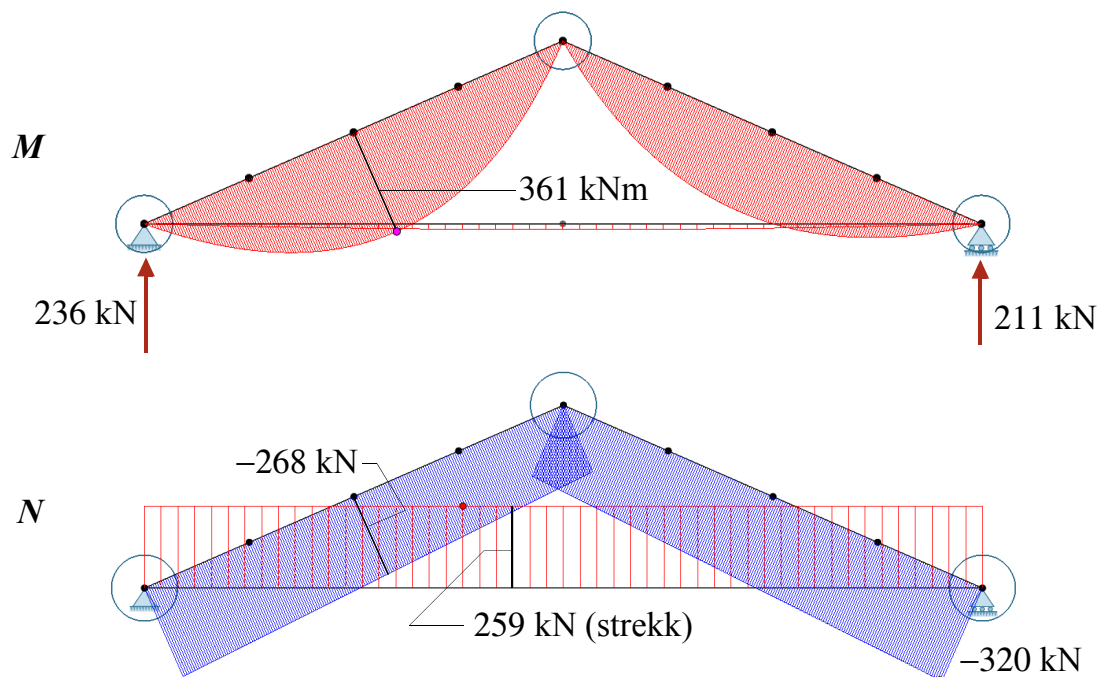


Formfaktorer ved vindbelastning

Kombinasjonsfaktoren ψ_0 :

For vind: $\psi_0 = 0,6$

For snø: $\psi_0 = 0,7$



Egenlast + snø (dominerende) + vindtrykk,
påført som fordelt last med lastbredde 6850 mm

Vi merker oss at om vi hadde benyttet en lastbredde lik 6500 mm (som nok mange ville ha gjort), ville vi ha underestimert snittkreftene (med mellom 4 og 5%). Økningen av lastbredden skyldes primært at noen av åsene er kontinuerlige.

Lastkombinasjon med både snø og vindtrykk

På motstående side er vist formfaktorene for vind. Med tanke på overgurtens bruddkapasitet er det vindtrykket til venstre som bør kontrolleres sammen med snø. Om vi litt forenklet regner et jevnt fordelt vindtrykk, med antatt samlet formfaktor lik 0,60, får vi et jevnt fordelt vindtrykk på venstre overgurt som er

$$q_{v,trykk,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 6,85 = 1,5 \cdot (0,3 + 0,3) \cdot 6,85 = 6,2 \text{ kN/m}$$

Med snø som dominerende last blir lastkombinasjonen:

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} + 1,5\psi_0q_{v,trykk,k}$$

Med vind som dominerende last blir lastkombinasjonen:

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{v,trykk,k} + 1,5\psi_0q_{s,k}$$

Det er nesten ingen forskjell mellom disse, og med snø som dominerende last vil en forenklet beregning, hvor vi påfører lasten som fordelte laster (med lastbredde 6,85 m), gi snittkraftdiagrammene vist på motstående side. Dette gir følgende dimensjonerende spenninger:

$$M_{y,d} = 361 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{361 \cdot 10^6}{(bh^2)/6} = \frac{6 \cdot 361 \cdot 10^6}{140 \cdot 855^2} = 21 \text{ N/mm}^2$$

$$N_d = 268 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{268000}{140 \cdot 855} = 2,2 \text{ N/mm}^2$$

Når vind tas med blir $k_{mod} = 1,1$ og

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 1,1}{1,15} = 29 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og} \quad f_{c,0,d} = 24,5 \frac{1,1}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2$$

Den interessante kontrollen er

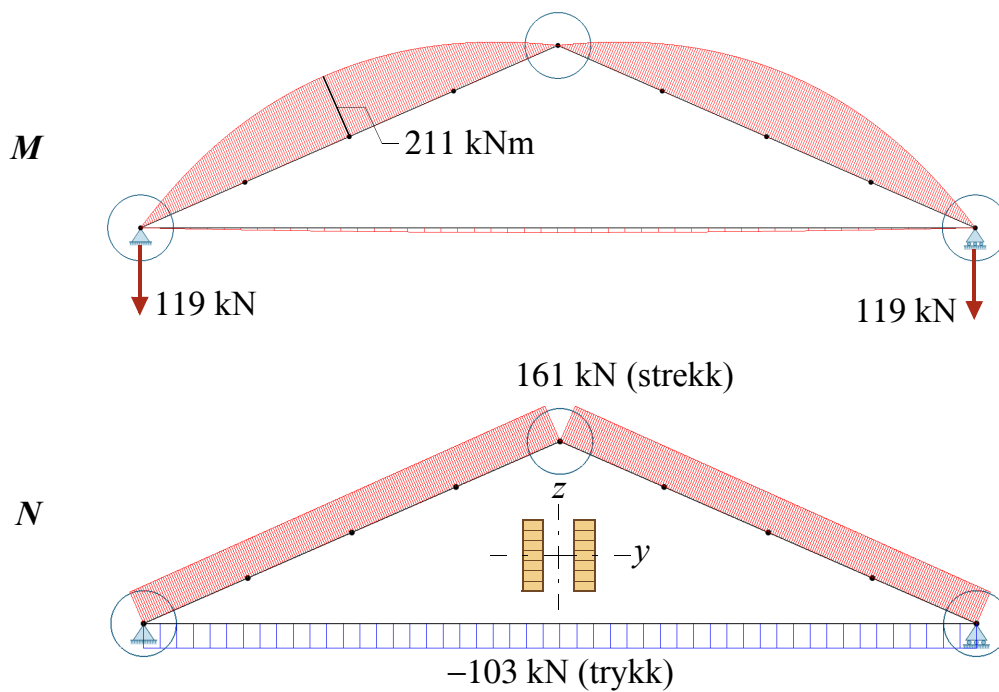
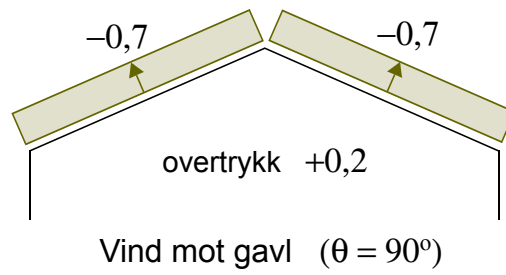
$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y}f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{2,2}{0,91 \cdot 23} + \frac{21}{29} + 0 = 0,11 + 0,72 = 0,83 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Tilsvarende kontroll uten vind ga faktisk noe lavere utnyttelsesgrad.

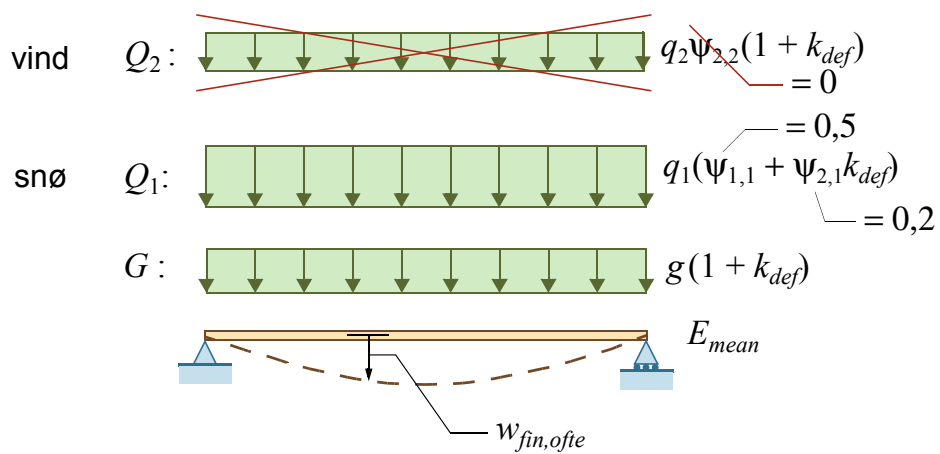
Den mest kritiske kontrollen vi fant for egenlast og snø, var flatetrykket ved opplegget. Tilsvarende kontroll nå, med en opplagerkraft lik 236 kN blir:

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A} = \frac{236000}{140 \cdot 360} = 4,7 \text{ N/mm}^2$$



Ofte forekommende lastkombinasjon:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$



$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{1,1}{1,15} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{23}{\frac{23}{1,75 \cdot 2,4} 0,84 + 0,16} = \frac{23}{4,76} = 4,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{4,7}{4,8} = 0,98 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Lastkombinasjon med bare vindsug - løftekrefter

Vind mot gavl gir et jevnt sug over hele taket. På en enkelt takstol blir dette en kraft som, om vi regner med en forenklet (fordelt) lastmodell med en lastbredde på 6,85 m, er

$$q_{v,sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 6,85 = 1,5 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 6,85 = -9,2 \text{ kN/m}$$

Kombinert med egenlast gir dette lastkombinasjonen

$$p_{\text{loft}} = 1,0g_k + 1,5q_{v,sug,k} = g_k - 1,5 \cdot 9,2 \quad (\text{merk lastfaktor 1,0 for egenlast})$$

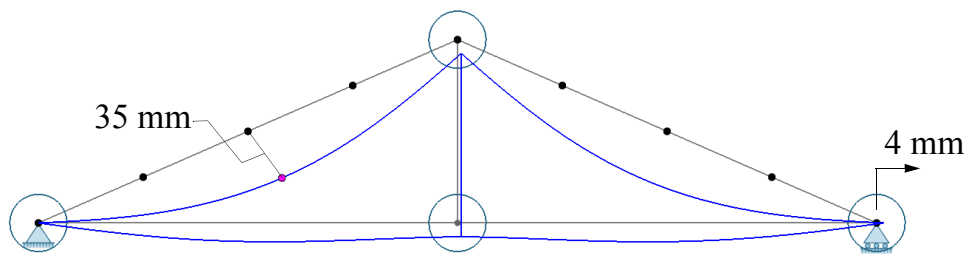
På motstående side er vist moment- og aksialkraftdiagram for denne lastkombinasjonen, som også gir betydelige løftekrefter – 119 kN må forankres mellom overgurt og søyle.

Det mest kritiske er imidlertid en betydelig trykkraft – 103 kN – i strekkbåndet. En ikkelinear spenningsanalyse av det plane problemet viser at spenningene i strekkbåndet er akseptable, selv uten avstivning. Nå vil det imidlertid helt sikkert bli montert minst en vertikal mellom overgurt og strekkbånd for å redusere nedhenget av strekkbåndet. Uten noen vertikal mellom overgurt og strekkbånd vil nemlig strekkbåndet få en (øyeblikkelig) nedbøyning på midten på ca. 150 mm, bare på grunn av egenvekten. En slik avstivning vil redusere kneklengden, for knekking om sterk (y-) akse betraktelig, og knekking i planet vil ikke være et problem.

For knekking ut av planet (om svak z-akse) har derimot strekkbåndet, i form av to uavhengige limtrekomponenter, svært liten knekkingsmotstand. Selve tverrsnittet kan forsterkes betraktelig ved å sørge for god skjærforbindelse mellom de to komponentene med jevne mellomrom, enten ved hjelp av skruer eller ved liming. Dette alene vil neppe være tilstrekkelig. Har bygget veggsøyler i gavlene bør man etablere en eller flere langsgående horisontale avstivningsstaver som ligger oppå strekkbåndene, og som festes til disse og til veggsøylene. En slik stav vil kunne halvere kneklengden til strekkbåndet ut av planet; to staver kan redusere kneklengden ytterligere.

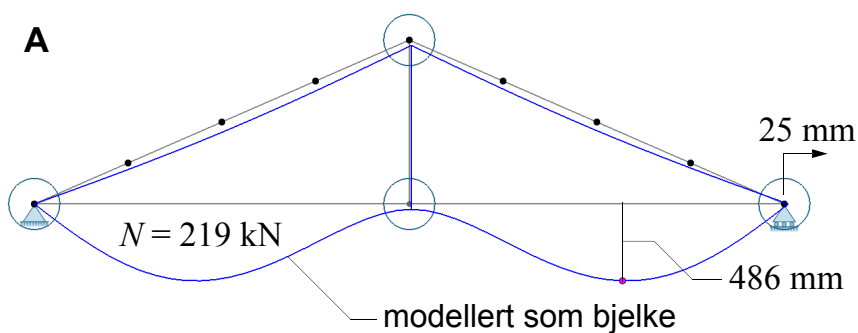
10.5 Bruksgrensekontroll

Vi legger den ofte forekommende lastkombinasjonen til grunn for beregningene av nedbøyningene. På motstående side vist hvilke laster som vil gi langtidsnedbøyningen ($w_{fin,ofte}$) for den valgte lastkombinasjonen. For klimaklasse 1



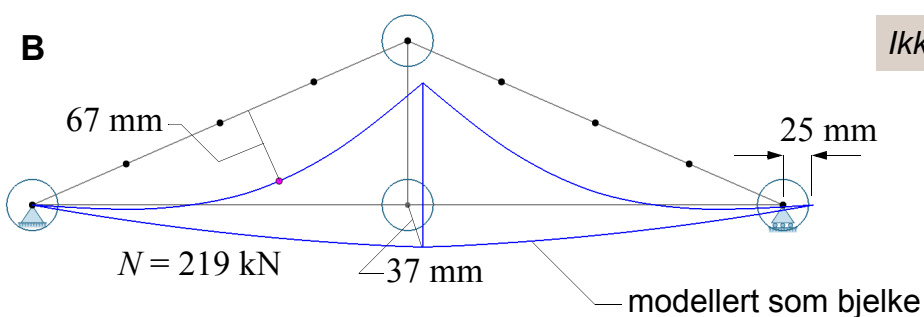
Forskyvninger for ofte forekommende lastkombinasjon – strekkbånd av limtre

Strekkbånd av firkantstål (30×30 mm):



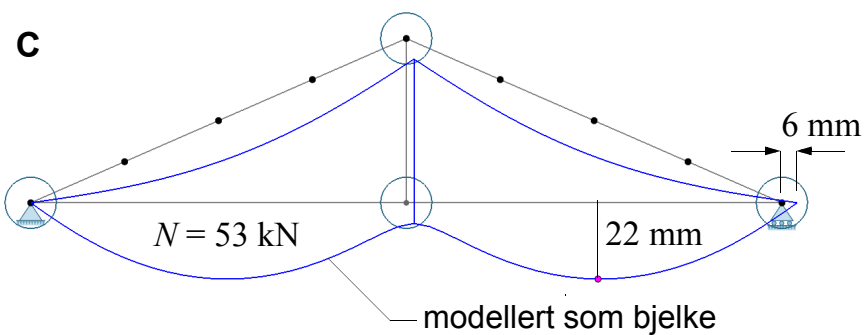
Lineær analyse

Last:
egenlast $\times 1,2$
+
snø $\times 1,5$



Ikkelineær analyse

Last:
egenlast $\times 1,2$
+
snø $\times 1,5$



Ikkelineær analyse

Last:
egenlast $\times 1,0$

MERK: Hver figur har sin egen målestokk.

er deformasjonsfaktoren $k_{def} = 0,6$, og kombinasjonsfaktorene (ψ) er vist på motstående figur. Nedbøyningen skal altså beregnes for lasten

$$p_{fin,ofte} = (1 + k_{def})g_k + (\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def})q_{s,k} = 1,6g_k + 0,62q_{s,k}$$

$q_{s,k}$ er karakteristisk snølast på hele taket.

For den modell vi har benyttet så langt er det strekkbåndet som opplever de store, og uakseptable nedbøyningene. For å kontrollere disse nedbøyningene modifiserer vi derfor modellen med en vertikal stav som festes i mønet og midt på strekkbåndet. Denne staven har så godt som ingen betydning for kraftforløpet i saltakstolen, men den reduserer nedbøyningen av strekkbåndet vesentlig.

Resultatet er vist på motstående side. En nedbøyning på 35 mm i overgurten tilsvarer ca. $L/340$, som er innenfor akseptabel nedbøyning.

På grunn av aksialkraften i strekkbåndet får det høyre opplegget (hvor vi har et rullelager) en horisontalforskyvning på ca. 4 mm.

Strekkbånd av stål

For denne konstruksjonen og med disse lastene er det helt uaktuelt å benytte et strekkbånd av stål. Et slikt strekkbånd, utført som to rundtstål, har så godt som ingen bøyestivhet og derfor ingen mulighet for å takle store trykkrefter som kan oppstå med vind på snøfritt tak.

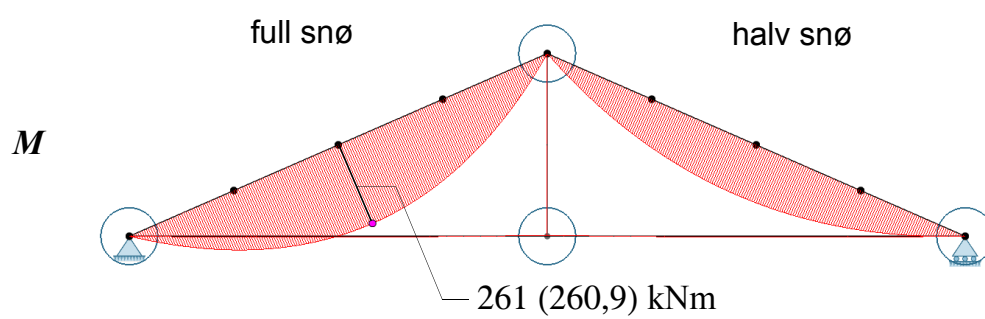
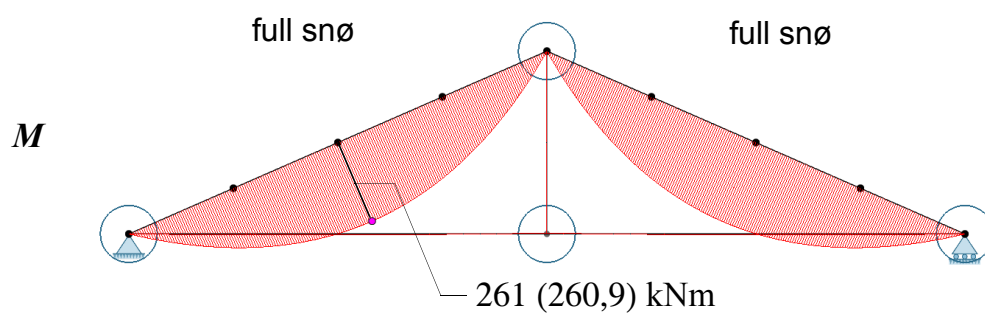
For å vise litt av utfordringene ved å benytte stål sammen med limtre, utfører vi noen beregninger med strekkbånd av stål. For enkelthets skyld benytter vi et enkelt firkantstål med tverrsnitt 30×30 mm (største opptredende spenning er ca. 300 N/mm^2) – i praksis vil en sannsynligvis benytte to rundtstål, en på hver side av overgurtene (på samme måte som med limtrealternativet).

Utfører vi en statisk beregning for lastkombinasjonen (egenlast + snø), finner vi at snittkreftene er så godt som upåvirket av om strekkbåndet er av limtre eller stål. Bruddgrensekontrollene for overgurtene påvirkes derfor ikke av strekkbåndet.

Hva så med bruksgrensetilstanden? Her blir beregningene nå mer kompliserte. Dette har å gjøre med faktoren k_{def} . Den gjelder selvsagt ikke for stål, og som vist i [3] må man nå utføre forskyvningsberegningene i *to* omganger, en for korttidslasten (med E_{mean} for limtrekomponentene) og en for langtidslasten (hvor $E_{mean,fin}$ benyttes for limtrekomponentene); for stål benyttes samme E -modul for begge beregningene.

Siden stål ikke er noe reelt alternativ for denne konstruksjonen tar vi oss ikke bryet med den "korrekte" beregningen av langtidsforskyvningene. På motstående side har vi imidlertid vist resultatet av noen forskyvningsberegninger med strekkbånd av stål. Alle tre beregninger angir øyeblikksforskyvninger for en gitt belastning.

Figur A viser forskyvningene som en *lineær* statisk beregning gir når strekkbåndet modelleres som en bjelke med bøyingsstivhet. Dette er selvsagt en



meget dårlig modell; med en lineær analyse ville en normalt modellere strekkbåndet som en stav som kun har aksialstivhet. Det gir oss imidlertid ingen informasjon om strekkbåndets vertikale forskyvning.

Figur B viser forskyvningene som en *ikkelineær* statisk beregning gir for nøyaktig samme problem som figur A viser resultater fra. Nå får strekkbåndet en betydelig geometrisk stivhet fra strekkraften (219 kN), og vi får et tilsynelatende helt annet forskyvningsbilde enn det som figur A viser. Men her blir vi litt lurt av forskjellen i målestokk. Om vi utfører beregningene bak figur A med strekkbåndet som rent aksialelement, vil vi få en forskyvning av overgurtene som ligger rimelig nært figur B.

Figur C viser forskyvningene som egenlasten alene gir etter en ikkelineær statisk beregning. Her er ikke aksialkraften i strekkbåndet stor nok til å rette ut strekkbåndet.

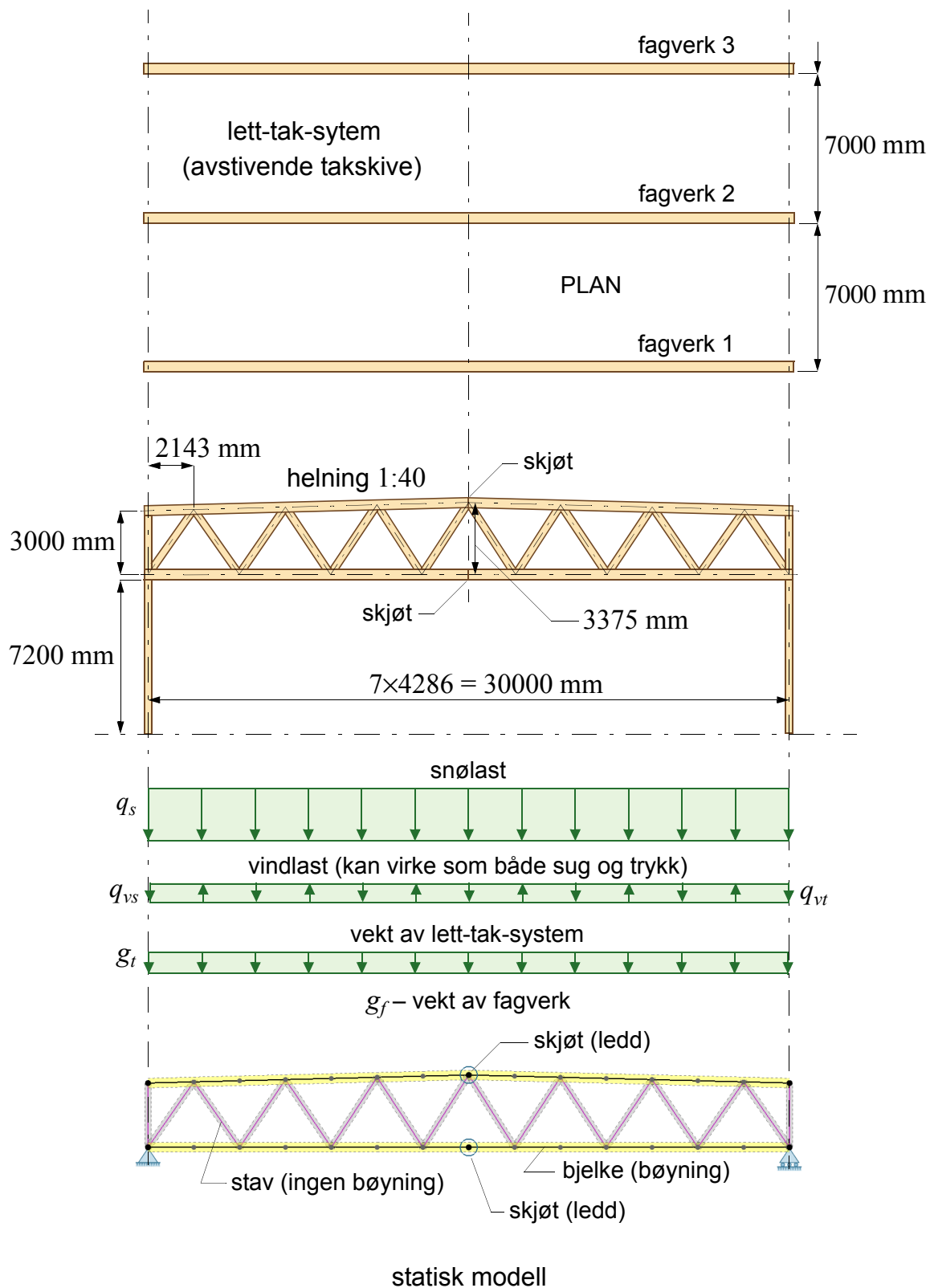
Kommentarer

Vi konkluderer med at den foreslåtte dimensjon for overgurtene – 140×855 mm – tilfredsstillere alle krav. Det er mulig at et tverrsnitt med en lamell mindre, dvs. 140×810 mm også vil tilfredsstillere kravene. For strekkbåndet vil det, på grunn av stor vindlast i forhold til takkonstruksjonens egenlast, kunne oppstå betydelige trykkrefter. Dermed er det bare limtre som er aktuelt. For å oppnå tilstrekkelig kapasitet mot utknekking ut av planet må strekkbåndet støttes også i denne retningen i minst ett (kanskje flere) punkt, i tillegg til at de to komponentene forbindes med jevne mellomrom av solide skjærforbindelser.

Eksemplet viser at en oppnår tilstrekkelig nøyaktighet ved å påføre alle laster som ekvivalente fordelte laster på overgurtene, selv med såpass stor avstand mellom åsene som 3 m. Dette forenkler beregningene, men det er viktig å benytte en lastbredde som tar tilbørlig hensyn til hvordan åsene skjøtes (dvs. om de er fritt opplagte eller kontinuerlige bjelker mellom takstolene).

For ordens skyld bør vi kanskje kommentere valget av snølastfordeling. Snølaststandardene angir to fordelinger for et saltak: 1) full snølast på begge sider og 2) full snølast på en side og halv på den andre. For en konstruksjon som dette, i motsetning til et buetak, spiller det ingen rolle for momentfordelingen på den ene siden hvordan lasten er på den andre siden, se diagrammene på motstående side. Størst aksialkraft vil en imidlertid alltid få for maksimum belastning, det vil si for full snølast på begge sider. Således er aksialkraften i det kritiske midtsnittet for overgurten til venstre på figurene godt og vel 20% større for full last på begge sider, sammenlignet med kombinasjonen full + halv. Dermed gir det seg selv hvilken fordeling som er dimensjonerende.

Det man må tenke på ved skjevlast er skjærkraft-overføringen i mønet.



Figur 11.1 Fagverk med skrå overgurt

Fagverk med skrå overgurt

11.1 Oppgaven

Figur 11.1 viser et fagverk i limtre for bæring av taket i en håndballhall. Fagverket er opplagt på søyler plassert i bakkant av tribune. Som takkonstruksjon antas et lett-tak-system med avstivende skive for stabilisering av bygget på tvers av fagverkene. Overgurten regnes kontinuerlig avstivet for vipning og sideveis knekking, mens undergurten regnes avstivet sideveis i endene og på midten.

Oppgaven er å kontrollere fagverket i både brudd- og bruksgrensetilstand. Forbindelsene kommer vi tilbake til i eksempel 21.

11.2 Forutsetninger og antakelser

Fagverkets geometri og innbyrdes plassering er vist i figur 11.1. Gurtene skjøtes på midten.

Alt limtre er GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Forbindelsene forutsettes utført med innslissede stålplater og ståldybler. Vekten av dette stålet antas å være 120 kg per m^3 limtre (erfaringstall).

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Lastbredde: 7000 mm (lett-taket antas leddet i hver akse).

Antar følgende dimensjoner ($b \times h$):

Over- og undergurt: 480×450 mm

Staver/diagonaler: 480×315 mm

Tverrsnittene bygges opp av limtrebjelker med breddene (i mm):

67,5 + 115 + 115 + 115 + 67,5, og det benyttes fire slisseplater i hver forbindelse.

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter. Vind på tvers av fagverkene, dvs. mot gavl, gir en ytre vindkraft (sug/trykk) som er jevnt fordelt over hele fagverkets lengde, mens vind mot langvegg (dvs. langsetter fagverkene) gir en varierende vindlast langs fagverket som totalt sett er lavere enn den som vind mot gavl gir.

Størst oppadrettet vindsug får et fagverk i sone H (se figur 7.6 og tabell 7.2 i NS-EN 1991-1-4) hvor formfaktoren er $c_e = -0,7$. Denne kombineres med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$.

MERK: På grunn av svært liten takvinkel (1,4 grader) har vi regnet som om taket er flatt.

Størst nedadrettet vindtrykk får bjelken i sone I hvor formfaktoren er $c_e = 0,2$. Denne kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor $c_i = -0,3$.

For en bruddlastkombinasjon som omfatter både snø (som dominerende) og vind som variabel last vil en regne med $k_{mod} = 1,1$ (klimaklasse 1 og øyeblikkslast), mens k_{mod} for lastkombinasjonen med bare snø er 0,9, dvs. over 20% lavere. Vindtrykket, $1,5\psi_{0,2}q_{trykk,k} = 1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,6 = 2,3$ kN/m er derimot bare ca. 5% av snølasten som er $1,5 \cdot 30,8 = 46,2$ kN/m.

Ofte forekommende lastkombinasjon:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

11.3 Laster

Karakteristiske laster på et fagverk:

Egenlast fagverk basert på en antatt densitet lik $430 + 120 = 550 \text{ kg/m}^3$ er beregnet av programmet til å være:

$$g_{f,k} = 3,7 \text{ kN/m}$$

Lett-tak-system inkl. himling og tekniske installasjoner:

$$0,65 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,65 \cdot 7,0 = 4,6 \text{ kN/m}$$

Permanent last blir dermed: $g_k = g_{f,k} + g_{t,k} = 3,7 + 4,6 = 8,3 \text{ kN/m}$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark: $s_k = 5,5 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 5,5 \cdot 7,0 = 30,8 \text{ kN/m}$$

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 0,75 \text{ kN/m}^2$

Vindbelastningen beregner vi for vind mot gavl på samme måte som for eksempel 3, se motstående side. Det gir følgende vindlaster, som henholdsvis oppadrettet (sug),

$$q_{sug,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 7,0 = 0,75 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 7,0 = -4,7 \text{ kN/m}$$

og nedadrettet (trykk),

$$q_{trykk,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 7,0 = 0,75 \cdot (0,2 + 0,3) \cdot 7,0 = 2,6 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner

Bruddgrensetilstand

For bruddgrensetilstanden gjelder samme resonnement som vi har benyttet tidligere, se motstående side, og dimensjonerende last på fagverket er en kombinasjon av egenlast og snø, dvs.

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} = 1,2 \cdot 8,3 + 1,5 \cdot 30,8 = 56,2 \text{ kN/m} \quad (11-1)$$

Med tanke på bjelkens bruddkapasitet kan vi se bort fra kombinasjonen snø og vind, se motstående side.

Løftekrefter ved oppleggene må vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

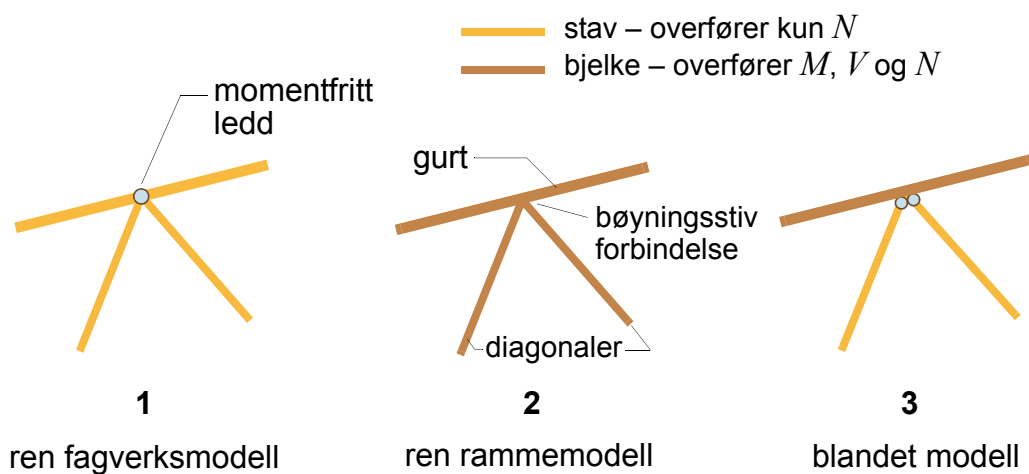
$$p_{løft} = 1,0g_k + 1,5q_{sug,k} = 1,0 \cdot 8,3 - 1,5 \cdot 4,7 = 1,3 \text{ kN/m} \quad (11-2)$$

Siden løftekraften er nedadrettet er ikke løft et problem, og vi vil heller ikke kunne få trykkrefter i undergurtene.

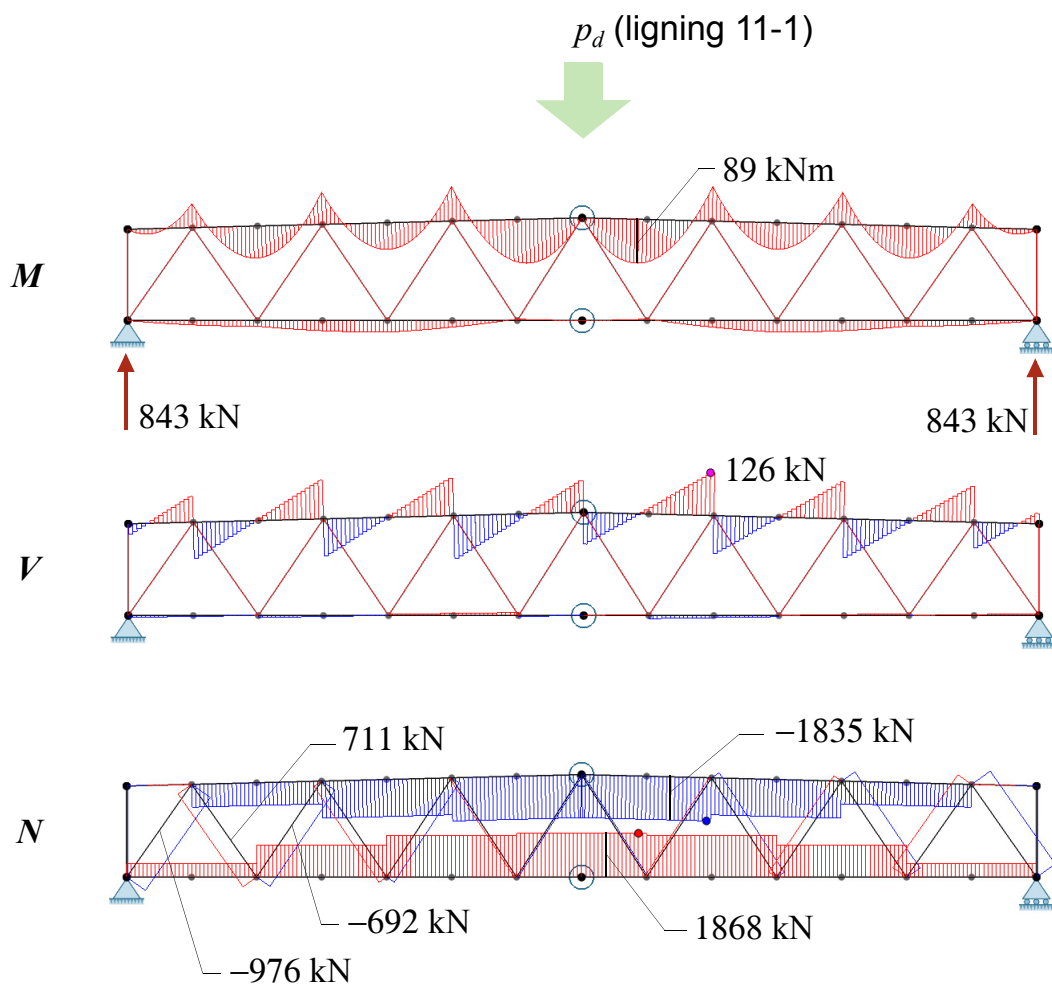
Bruksgrensetilstanden

For bruksgrensetilstanden er det her vurdert som tilstrekkelig å kontrollere nedbøyningen for ofte forekommende kombinasjon, dvs. for

$$p_{ofte} = g_k + \Psi_{1,1}q_{s,k} + \Psi_{2,2}q_{trykk,k} = g_k + \Psi_{1,1}q_{s,k} \text{ kN/m} \quad (\Psi_2 = 0 \text{ for vind}) \quad (11-3)$$



Figur 11.2 Beregningsmodeller for fagverk



Figur 11.3 Statiske beregninger – blandet modell

11.4 Statiske beregninger

For å bestemme de indre kreftene i fagverket har vi egentlig tre mulige beregningsmodeller:

- 1) *Ren fagverksmodell* - alle forbindelser regnes som momentfrie ledd, uavhengig av om noen elementer er kontinuerlige i forbindelsen; i denne modellen deles også gurtene opp i individuelle staver.
- 2) *Ren rammemodell* - alle forbindelser regnes som fullstendig momentstive, både gurter og diagonaler modelleres som bjelker.
- 3) *Blandet modell* - alle vertikaler og diagonaler modelleres som staver leddet (momentfritt forbundet) til gurtene, mens gurtene modelleres som kontinuerlige bjelker, unntatt der de eventuelt skjøtes; skjøten modelleres som momentfritt ledd.

Et vanlig rammeprogram vil kunne håndtere alle tre modellene. Ved hjelp av elastiske kopplingsfjærer kan en ofte også modellere varianter mellom 1 og 2. Det vanlige er imidlertid å benytte en av de tre modellene.

Dersom alle laster innføres som konsentrerte krefter i knutepunktene tillater **EK5-1**, i henhold til punkt 9.2.1(5), at det benyttes en ren fagverksmodell (modell 1), men de indre krefter en slik modell gir må ikke utnytte mer enn 70% av kapasiteten til både komponenter og forbindelser.

Ingen av de tre modellene er ideell, men den blandede modellen (3), som ligger mellom de to andre, anses som den klart beste. Men dersom den enkelte forbindelse mellom gurt og stav består av mer enn en enkelt forbinder vil forbindelsen aldri fungere som et ideelt momentfritt ledd. En bør derfor ikke benytte 100% av forbindelsens beregningsmessige kapasitet – for en typisk forbindelse med innslissede stålplater og dybler kanskje ikke mer enn 90%. Dette som en indirekte måte å ta hensyn til at det er et beskjedent moment i forbindelsen.

For den dimensjonerende lasten p_d i ligning (11-1) er det utført statiske beregninger med en blandet modell. Snittkraft-diagrammene fra denne beregningen er vist i figur 11.3 på motstående side.

11.5 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast (snø) gir tabell 8: $k_{mod} = 0,9$

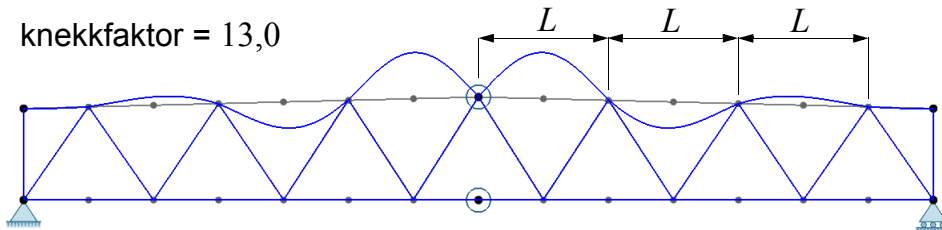
Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,03 \cdot 0,9}{1,15} = 24 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = \left(\frac{600}{450}\right)^{0,1} = 1,03) \quad \text{bøyning}$$

$$f_{t,0,d} = 19,5 \frac{1,02 \cdot 0,9}{1,15} = 16 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = \left(\frac{600}{480}\right)^{0,1} = 1,02) \quad \text{strekk}$$

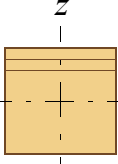
$$f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2$$

Linearisert knekkingsberegning for p_d (egenlast + snø, inkl. lastfaktorer)



Knekking i planet (om y -aksen) - 1. knekkform : $L_{ky} = L = 4286$ mm

Knekking ut av plant (om z -aksen) er forhindret (av takflaten)

480×450 mm  Slankhet om y -akse: $\lambda_y = \frac{L_{ky}}{i_y} = \frac{4286}{0,289h} = 33,0$

Med henvisning til eksempel 5 og avsnitt 6.3.2 i EK5-1 har vi:

Knekking om y -aksen:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{33,0}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 0,50$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(0,50 - 0,3) + 0,50^2] = 0,64$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,64 + \sqrt{0,64^2 - 0,50^2}} = 0,96$$

der $\beta_c = 0,1$ for limtre

$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Kontroll av fagverkets overgurt

Kombinert bøyning og aksialkraft - se figur 11.3 og motstående side

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{89 \cdot 10^6}{(bh^2)/6} = \frac{6 \cdot 89 \cdot 10^6}{480 \cdot 450^2} = 5,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{1835000}{480 \cdot 450} = 8,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{8,5}{0,96 \cdot 19} + \frac{5,5}{24} + 0 = 0,47 + 0,23 = 0,70 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Vipping er her ikke aktuelt.

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Skjærkraftdiagrammet for den antatt dimensjonerende lastkombinasjon er vist på neste side, og med $V_d = V_{maks} = 126 \text{ kN}$ har vi at

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 126000}{2 \cdot 0,8 \cdot 480 \cdot 450} = 1,1 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og}$$

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{1,1}{2,7} = 0,41 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av fagverkets undergurt

Momentene i undergurten er, i nærheten av skjøten, forsvinnende små, så her blir det en ren strekkkontroll av et tverrsnitt som vi antar er redusert med 30% på grunn av innslissede stålplater og dybler.

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{1868000}{0,7 \cdot 480 \cdot 450} = 12 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{12}{16} = 0,75 < 1,0 \quad \text{OK}$$

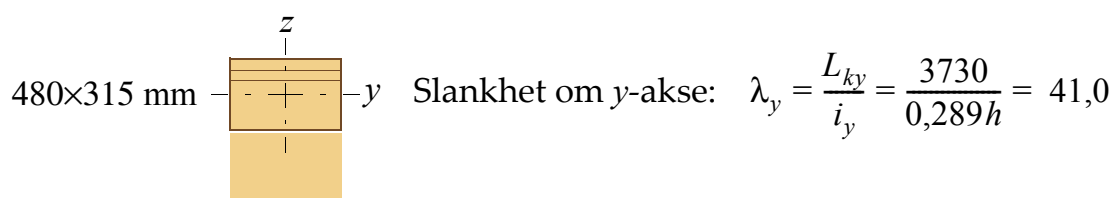
Kontroll av strekkdiagonal

Største strekkraft i en diagonal er (se figur 11.3): 711 kN

Systemlengden til den (ytterste og) mest påkjente trykkdiagonal er:

$$L = \sqrt{2143^2 + 3053^2} = 3730 \text{ mm}$$

For knekking om y -aksen antas $L_{ky} = L = 3730 \text{ mm}$



Med henvisning til eksempel 5 og avsnitt 6.3.2 i **EK5-1** har vi:

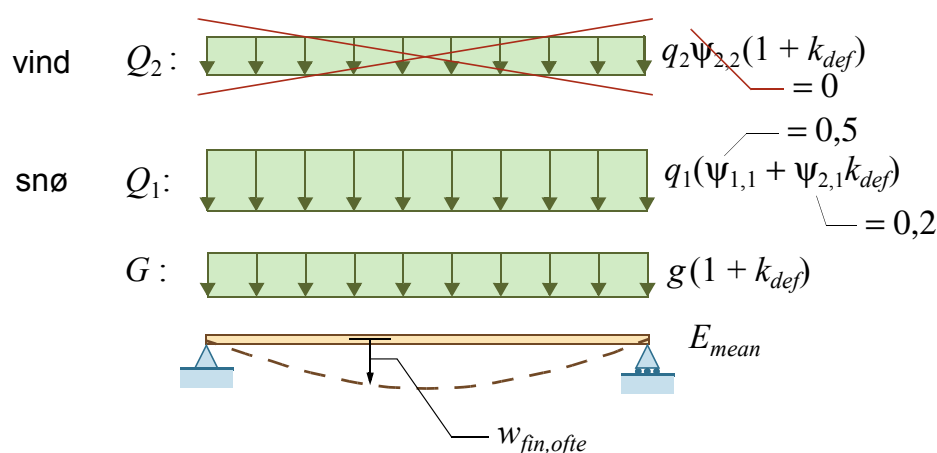
Knekking om y -akse:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{41,0}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 0,62$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(0,62 - 0,3) + 0,62^2] = 0,71$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,71 + \sqrt{0,71^2 - 0,62^2}} = 0,95$$

Ofte forekommende lastkombinasjon: $\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$



Også her er det snakk om en ren strekkkontroll med et effektivt tverrsnitt som antas å være 70% av brutto tverrsnitt.

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{711000}{0,7 \cdot 480 \cdot 315} = 6,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{6,7}{16} = 0,42 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av trykkdiagonal

Største trykkraft i en diagonal er (se figur 11.3): 976 kN

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{976000}{480 \cdot 315} = 6,5 \text{ N/mm}^2$$

Kontrollen utføres som ren søyleknekking om svak akse (se motstående side):

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} = \frac{6,5}{0,95 \cdot 19} = 0,36 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Oppleggskreftene

Fagverket bæres av søyler i hver ende. Oppleggskraften mellom fagverk og søyle bør gå via knutepunktets stålplater og ikke via flatetrykk. Akkurat hvordan kraften overføres avhenger av forbindelsens utførelse; dette kommer vi tilbake til i eksempel 21.

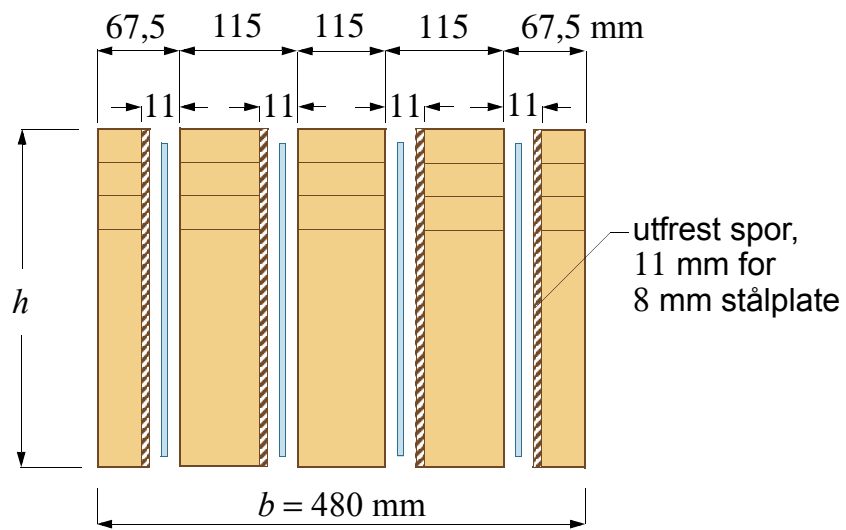
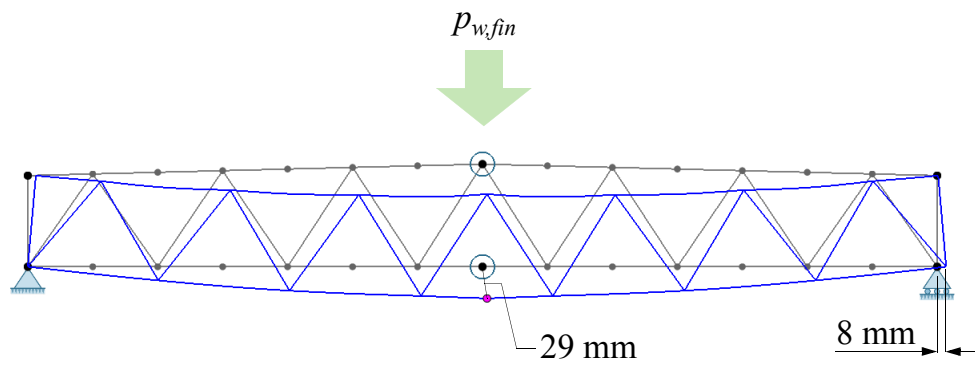
11.6 Bruksgrensekontroll

Vi legger ofte forekommende lastkombinasjon til grunn for beregningene av nedbøyningene. På motstående side er vist hvilke laster som vil gi langtidsnedbøyningen ($w_{fin,ofte}$) for den valgte lastkombinasjonen. For klimaklasse 1 er deformasjonsfaktoren $k_{def} = 0,6$, og kombinasjonsfaktorene (ψ) er vist på motstående figur. Nedbøyningen skal altså beregnes for lasten

$$p_{fin,ofte} = (1 + k_{def})g_k + (\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def})q_{s,k} = 1,6g_k + 0,62q_{s,k}$$

$q_{s,k}$ er karakteristisk snølast på hele taket. Resultatet er vist på neste side. En nedbøyning på 29 mm tilsvarer ca. $L/1000$, som er godt innenfor akseptabel nedbøyning. Horisontalforskyvningen av det høyre opplegget (hvor vi har et rullelager) er ca. 8 mm; heller ikke det er problematisk.

Nedbøyningsberegningene tar ikke hensyn til glidning i forbindelsene, men overslagsberegninger viser at virkningen av slik glidning er beskjeden. I henhold til Limtreboka [1] utgjør denne glidningen neppe mer enn 10 – 20% av forskyvningen som aksialdeformasjonene av komponentene forårsaker, dvs. av de 29 millimetrene vår beregning fant.



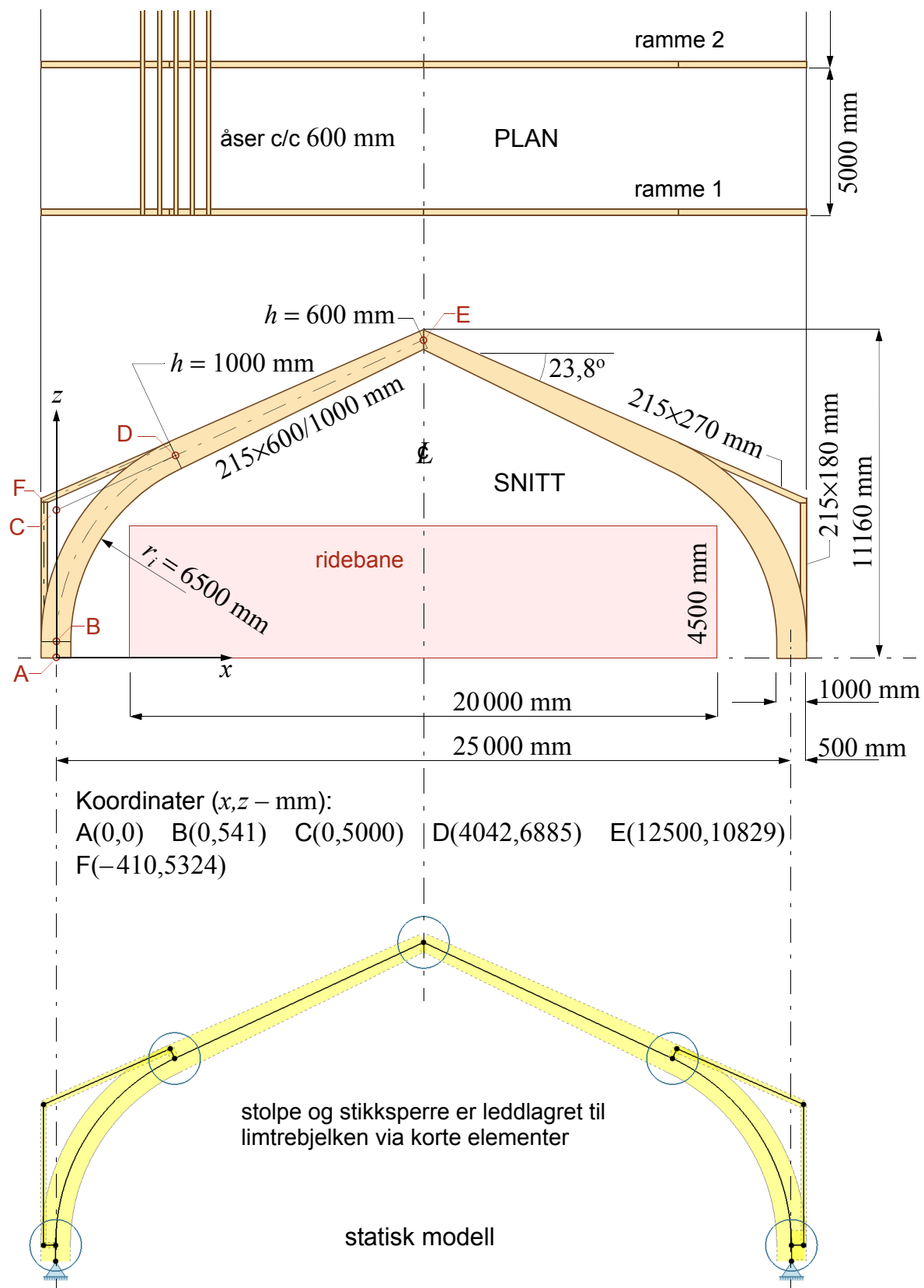
Oppbygging av tverrsnitt

Kommentarer

Beregningene viser at de valgte tverrsnittene tilfredsstillter alle krav med god margin. Det bør nok undersøkes om det er mulig å gå ned litt på tverrsnittsdimensjonene.

På motstående side er det antydnet hvordan tverrsnittene er tenkt produsert av 5 bjelker som blokklines. Det er tatt utgangspunkt i kurante bjelkebredder, nemlig 115 og 140 mm - de to ytterste bjelkene får en ved å splitte en 140 mm bjelke. Med moderne freseutstyr er det nå mer hensiktsmessig å frese ut spor for de 4 innslissede stålplatene *før* bjelkene blokklines. Dette er antydnet i figuren.

I lys av produksjonen er det mest nærliggende å endre tverrsnittshøyden, og her kan det derfor være aktuelt å undersøke om en lamell mindre, i både gurt og diagonaler/vertikaler, vil tilfredsstillte alle krav.



Figur 12.1 Treleddsramme med krumt hjørne

Treleddsramme med krumt hjørne

12.1 Oppgaven

Figur 12.1 viser en treleddsramme for bæring av tak i en ridehall. Som takkonstruksjon antas et isolert tretak med åser og med korrugerte stålplater som teking. Ved yttervegg bygges treleddsrammen ut med stolpe og stikkspærre. Hallens utvendige mål er 26×50 m, og med en innbyrdes avstand på 5,0 m, har hallen 11 like rammer. Det forutsettes at yttervegg- og takkonstruksjon avstiver rammene sideveis.

Oppgaven er å kontrollere den foreslåtte rammen i både brudd- og bruksgrensetilstand. Kontrollen gjelder ikke stolpe og stikkspærre.

12.2 Forutsetninger og antakelser

Rammenes geometri og innbyrdes plassering er vist i figur 12.1.

Alt limtre er GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Lastbredde for taklastene: $5000 \times 1,1 = 5500 \text{ mm}$ - øker senteravstanden med 10% på grunn av delvis kontinuerlige åser. For laster på veggen (stolpen) regnes det med lastbredde lik feltbredden, dvs. 5000 mm.

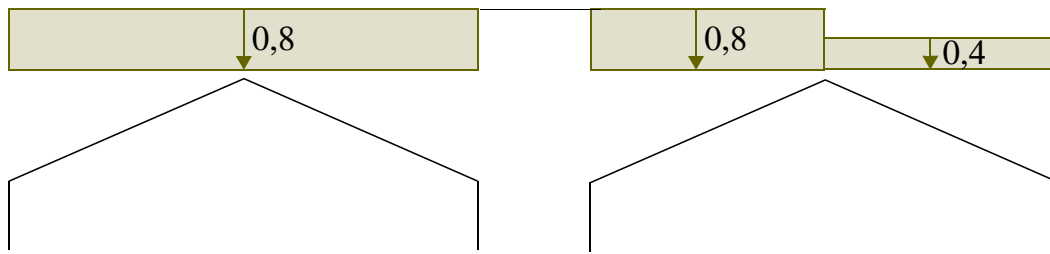
Følgende dimensjoner ($b \times h$) er gitt:

Krum del av rammen: 215×1000 mm

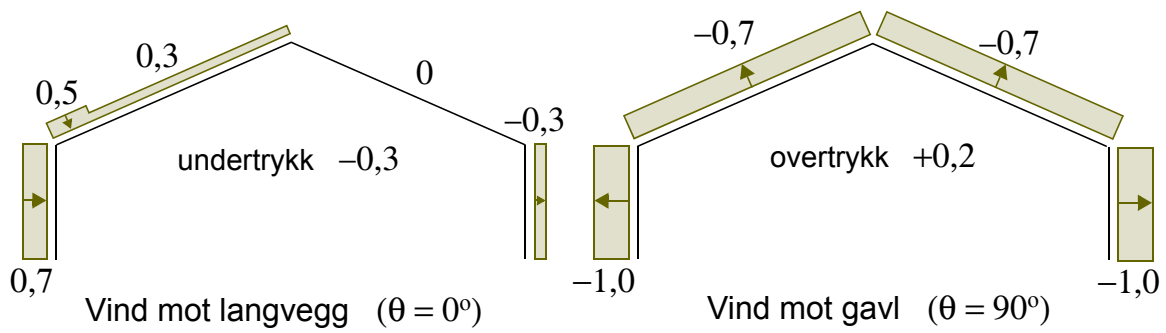
Rett del av rammen: 215×1000 mm nederst og 215×600 mm ved mønet

Stolpe: 215×180 mm

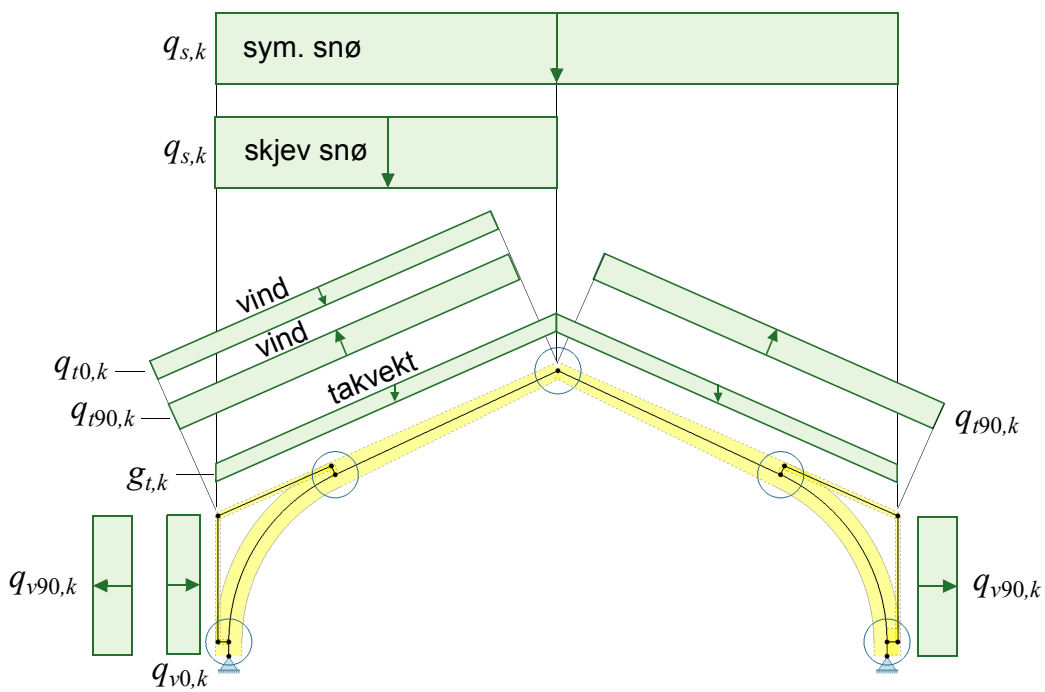
Stikkspærre: 215×270 mm



Formfaktorer ved snølast



Formfaktorer ved vindlast



Indekser: t - tak, v - vegg, 0 - vind mot langvegg og 90 - vind mot gavl

12.3 Laster

Karakteristiske laster på en ramme:

Egenlast ramme, $g_{r,k}$, basert på en densitet lik 430 kg/m^3 , beregnes automatisk av programmet.

Isolert tretak (åser c/c 600 mm) med korrugerte stålplater (Byggforskserien 471.031):

$$0,5 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,5 \cdot 5,5 = 2,8 \text{ kN/m}$$

Permanent last blir dermed: $g_k = g_{r,k} + g_{t,k} = g_{r,k} + 2,8 \text{ kN/m}$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark: $s_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 3,0 \cdot 5,5 = 13,2 \text{ kN/m}$$

MERK: Vi regner med to snølastfordelinger, en med full snølast på begge sider – *symmetrisk snø* – og en med full snølast på en side og halv på den andre – *skjev snø* – se motstående side.

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 1,0 \text{ kN/m}^2$

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter.

Utvendige formfaktorer for saltak benyttes, se figur 7.8 og tabellene 7.4a og 7.4b i NS-EN 1991-1-4.

Vind mot langvegg gir trykk på takets lo-side med formfaktoren $c_e = 0,3$ i sone H, ingenting på takets le-side, trykk på lo-side vegg med formfaktor 0,7 og sug på le-side vegg med formfaktor $-0,3$. Dette kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor $c_i = -0,3$. Resulterende vindkrefter er:

$$\text{Trykk på tak: } q_{t0,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 5,5 = 1,0 \cdot (0,3 + 0,3) \cdot 5,5 = 3,3 \text{ kN/m}$$

$$\text{Trykk på vegg: } q_{v0,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 5,0 = 1,0 \cdot (0,7 + 0,3) \cdot 5,0 = 5,0 \text{ kN/m}$$

$$\text{Sug på vegg: } q_{v0,k} = q_p(c_e + c_i) \cdot 5,0 = 1,0 \cdot (-0,3 + 0,3) \cdot 5,0 = 0$$

Vind mot gavl ($\theta = 90^\circ$) gir bare negative, dvs. oppadrettede krefter på taket. Med formfaktor $c_e = -0,7$, i sone H, kombinert med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$ gir dette følgende *oppadrettede* vindlast:

$$q_{t90,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 5,5 = 1,0 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 5,5 = -5,0 \text{ kN/m}$$

For veggen vil andre felt ligge mellom sone A og B, så her benytter vi en midlere $c_e = -1,0$. Sammen med et indre overtrykk ($c_i = 0,2$) gir det

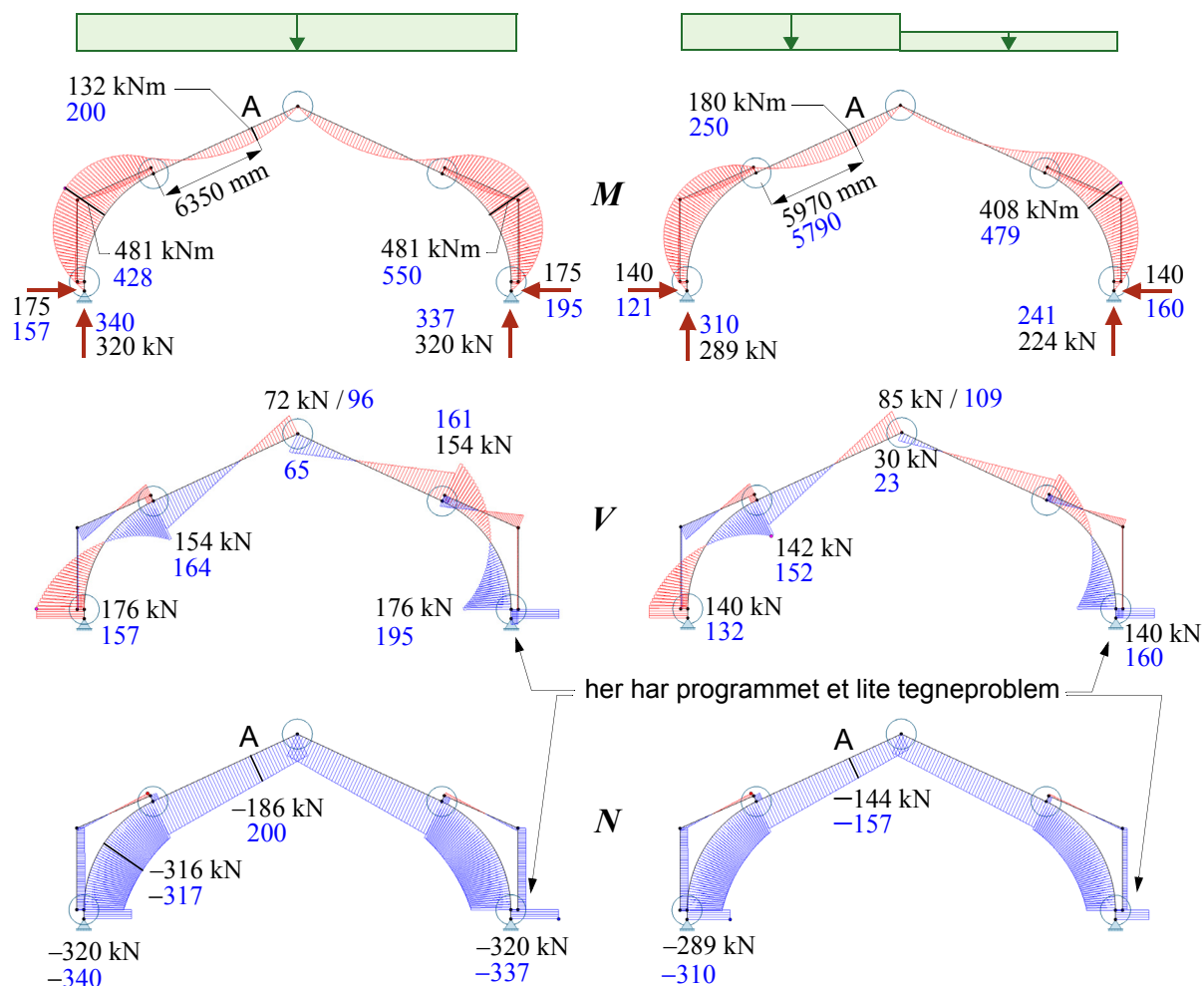
$$q_{v90,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 5,0 = 1,0 \cdot (-1,0 - 0,2) \cdot 5,0 = -6,0 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner

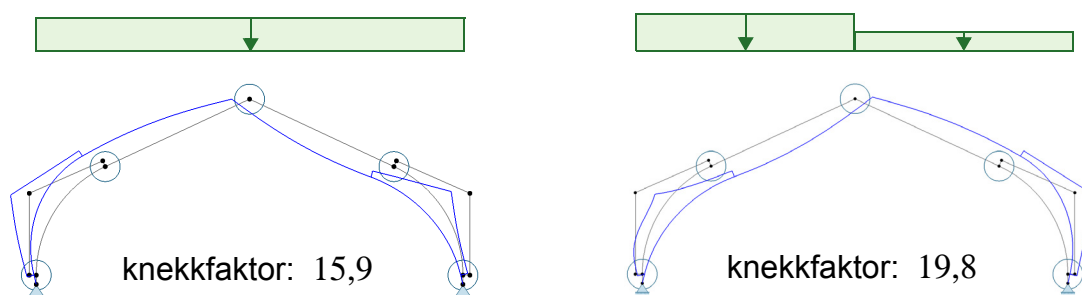
Bruddgrensetilstand

For bruddgrensetilstanden har vi strengt tatt fire mulige lastkombinasjoner:

1) egenlast + symmetrisk snø, 2) egenlast + skjev snø, 3) egenlast + symmetrisk snø



Figur 12.2 Statiske beregninger – egenlast + snø; tall i blått angir momenter/krefter for egenlast + snø (dominerende) + vindtrykk



Figur 12.3 Linearisert knekking (for $E = E_{mean}$)

+ vindtrykk og 4) egenlast + skjev snø + vindtrykk. Når vind tas med regnes snø som dominerende variabel last:

$$p_{d(1,2)} = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} \quad (\text{både symmetrisk og skjev snø}) \quad (12-1)$$

$$p_{d(3,4)} = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} + 1,5\psi_0q_{vind,0,k} \quad (\text{begge snølasttilfellene}) \quad (12-2)$$

Det vi må huske på her er at når vi tar med vind kan vi øke k_{mod} , fra 0,9 til 1,1, dvs. materialfasthetene øker da med ca. 22%.

Løftekrefter ved oppleggene må vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{løft} = 1,0g_k + 1,5q_{t90,k} \quad (12-3)$$

Bruksgrensetilstanden

For bruksgrensetilstanden er det her vurdert som tilstrekkelig å kontrollere nedbøyningen for ofte forekommende kombinasjon, dvs. for

$$P_{ofte} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k} + \psi_{2,2}q_{vind0,k} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k} \quad \text{kN/m} \quad (\psi_2 = 0 \text{ for vind}) \quad (12-4)$$

Begge snølastkombinasjonene bør undersøkes.

12.4 Statistiske beregninger

Beregningsmodellen er vist i figur 12.1. Modelleringen av stolpe og stikkspærre kan opplagt diskuteres. Det viktige er at de modelleres slik at de kan overføre laster fra snø og vind rimelig korrekt. Hvordan de forbindes til rammens hovedkomponenter er av mindre betydning ettersom dette bare vil føre til mindre, lokale uregelmessigheter. Vi har valgt å modellere disse med eksentrisk innfesting mot rammen slik at modellens ytterside er sammenfallende med rammens ytterside.

I figur 12.2 er vist resultater fra statistiske beregninger for de to snølastkombinasjonene uten vind (svarte tall) og med vind (blå tall). I figur 12.3 er vist laveste system-knekkform som en linearisert knekkingsberegning gir for de to lastkombinasjonene med egenlast og snø. Knekkfaktoren angir hvor mye den totale lasten må multipliseres med for at den skal forårsake knekking (instabilitet) i planet.

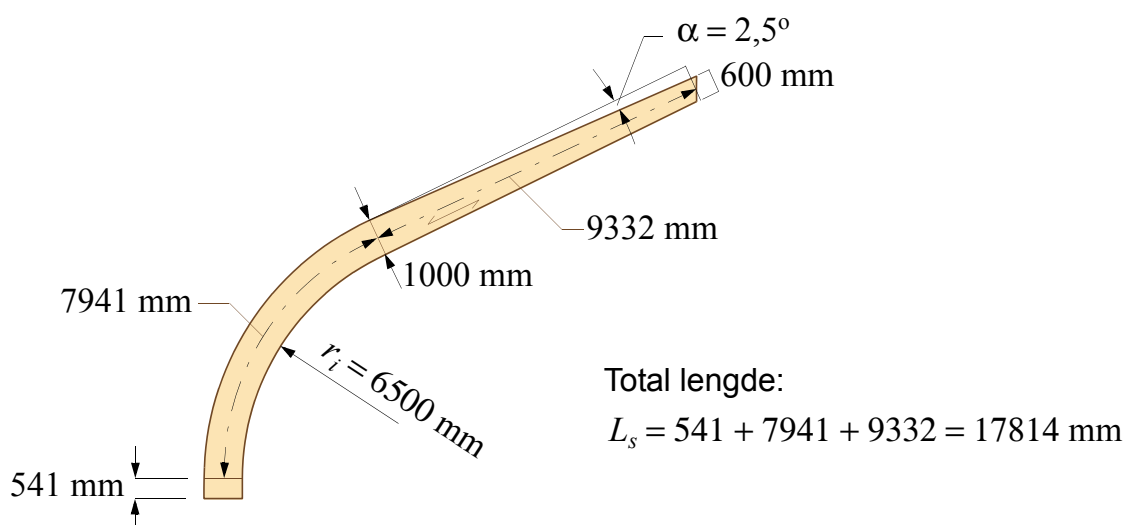
12.5 Bruddgrensekontroll

For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast (snø) gir tabell 8: $k_{mod} = 0,9$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

$$f_{t,0,d} = 19,5 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 15 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$



Knekk lengde, L_{ky} for knekking i planet, dvs. om sterk (y -) akse

For en ramme som dette angir Limtreboka [1] - i avsnitt 10.5.2 - tre måter å bestemme L_{ky} på:

- 1) En verdi som ofte siteres i litteraturen: $L_{ky} = 1,25 \cdot L_s = 22270$ mm
- 2) Den tyske trestandarden, DIN 1052, angir en formel, gjengitt som ligning (10-11) i Limtreboka [1], som anvendt her gir:

$$L_{ky} = 5324 \sqrt{4 + 1,6 \cdot 1 \cdot \frac{2 \cdot 13662}{5324}} \approx 18600 \text{ mm}$$

- 3) Denne metoden benytter en linearisert knekkingsberegning i kombinasjon med EULERS formel til å beregne den søkte knekk lengden.

En knekkingsberegning for full snølast + egenlast gir, for laveste system-knekkform, en knekkfaktor lik 15,9 (se figur 12.3). Samme snølast gir en aksialkraft i snittet med størst moment (i den krumme delen) som er 316 kN (se figur 12.2). Multiplisert med kekkfaktoren gir denne kraften oss et estimat på kritisk last som, innsatt i EULER-formelen, gir knekk lengden (med $E = 13000$ N/mm² og $I = 215 \cdot 1000^3 / 12$ mm⁴):

$$P_{kr} = 15,9 \cdot 316000 = \pi^2 \frac{EI}{L_{ky}^2} \Rightarrow L_{ky} = \left(\pi^2 \frac{EI}{P_{kr}} \right)^{0,5} = 21400 \text{ mm}$$

Samme resonnement for snø på bare en side (som gir størst moment i den rette delen) gir en aksialkraft lik 144 kN (i snittet med størst moment) og en knekkfaktor lik 19,8 (se figurene 12.2 og 12.3). Disse tallene, sammen med I beregnet for en tverrsnittshøyde $h = 752$ mm, gir en knekk lengde lik 18500 mm.

I betraktning av at L_{ky} ikke er en kritisk faktor her - bøyespenningene dominerer vanligvis ved rammer som dette - gir det neppe store utslag om en velger en enkel (og konservativ) løsning, og setter

knekk lengden L_{ky} lik $1,25 \cdot L_s$, dvs. $L_{ky} = 22270$ mm.

$$f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

For $k_{mod} = 1,1$ (vind): $f_{m,d} = 29 \text{ N/mm}^2$, $f_{c,0,d} = 23 \text{ N/mm}^2$ og $f_{v,d} = 3,3 \text{ mm}^2$

Rammen består av to like limtrekomponenter som igjen består av en *rett* og en *krum* del. Disse delene kontrolleres hver for seg.

Kontroll av rett del

Kombinert bøyning og aksialkraft (EK5-1, pkt. 6.3.2 og 6.4.2)

Med åser som ligger med bare 600 mm innbyrdes avstand er den rette delen forhindret fra å knekke ut av planet og fra å vippe. Et raskt overslag viser at bøyepeningene er vesentlig større enn aksialspenningene fra normalkraften, og fra figur 12.2 ser vi at det er lastkombinasjonen med skjev snølast og vind som gir dimensjonerende bøyepening (denne kombinasjonen har 39% større moment enn kombinasjonen uten vind). På grunn av skråskjæringen (på oversiden) finner vi (ved hjelp av programmet) de største aksialspenningene i punktet A (se figur 12.2) hvor vi har $M_A = 250 \text{ kNm}$, $N = -157 \text{ kN}$ og hvor tverrsnittshøyden er $h_A = 752 \text{ mm}$.

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{250 \cdot 10^6}{(bh_A^2)/6} = \frac{6 \cdot 250 \cdot 10^6}{215 \cdot 752^2} = 12,3 \text{ N/mm}^2 \quad (\sigma_{m,z,d} = 0)$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{157000}{215 \cdot 752} = 0,97 \text{ N/mm}^2$$

Den nominelle bøyepening ($\sigma_{m,y,d}$) skal på grunn av skråskjæringen økes med faktoren $1/k_{m,\alpha}$ – se ligning (6.38) i **EK5-1**. For $\alpha = 2,5$ grader og trykk på skråsiden finner vi fra graf i [3] at $k_{m,\alpha} = 0,97$. Den beskjedne trykkspenningen skal også justeres for knekking i planet. På motstående side er det argumentert for en knekk lengde i planet som er lik 1,25 ganger lengden av halve rammedelen. Det gir en knekkfaktor $k_{c,y} = 0,37$ (for en bjelkehøyde lik 752 mm).

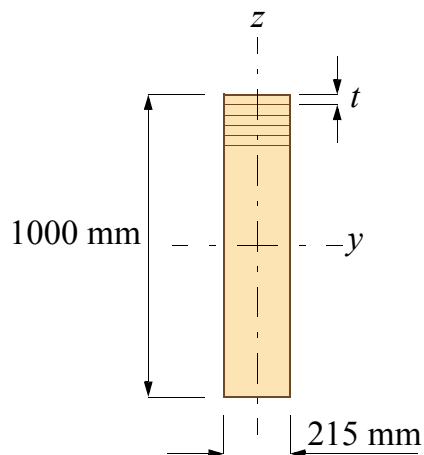
Den rette delen av limtrekomponenten skal tilfredsstillende følgende kontroll, som er en modifisert utgave av standardens ligning (6.23):

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{m,\alpha} f_{m,y,d}} = \frac{0,97}{0,37 \cdot 23} + \frac{12,3}{0,97 \cdot 29} = 0,11 + 0,44 = 0,55 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Fra figur 12.2 har vi at $V_d = 109 \text{ kN}$ (kombinasjon med vind) som gir

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 109000}{2 \cdot 0,8 \cdot 215 \cdot 600} = 1,6 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og}$$



Med såpass stor krumning (dvs. liten krumningsradius) må en gå ned med lamelltykkelsen t til 33 mm. Krumningen gir en reduksjon i bøyefasthet med faktoren k_r :

$$k_r = 0,76 + 0,001 \left(\frac{r_{in}}{t} \right) = 0,76 + \frac{6500}{1000 \cdot 33}$$

$$\Rightarrow k_r = 0,96 \quad \text{EK5-1: ligning (6.49)}$$

På grunn av krumningen vil ikke bøyepeningene variere lineært over tverrsnittshøyden. Standarden øker derfor spenningen med faktoren

$$k_l = 1,0 + 0,35 \frac{h}{r_{mid}} + 0,6 \left(\frac{h}{r_{mid}} \right)^2 = 1,0 + 0,35 \frac{1000}{7000} + 0,6 \left(\frac{1000}{7000} \right)^2 = 1,06$$

Slankheter: $\lambda_y = \frac{L_{ky}}{i_y} = \frac{17800}{0,289h} = 61,6$ og $\lambda_z = \frac{L_{kz}}{i_z} = \frac{7941}{0,289b} = 128$

Knekking om z -aksen (EK5-1 pkt. 6.2.2):

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{128}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 1,94$$

$$k_z = 0,5 [1 + \beta_c (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2] = 0,5 [1 + 0,1 (1,94 - 0,3) + 1,94^2] = 2,46$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{2,46 + \sqrt{2,46^2 - 1,94^2}} = 0,25$$

Tilsvarende tall for knekking om y -aksen er:

$$\lambda_{rel,y} = 1,17 \Rightarrow k_y = 1,23 \Rightarrow k_{c,y} = 0,65$$

Vipping (EK5-1 pkt. 6.3.3):

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78b^2}{hL_{ef}} E_{0,05} = \frac{0,78 \cdot 215^2 \cdot 10800}{1000 \cdot 7941} = 49,0$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30}{49,0}} = 0,78 \Rightarrow k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,78 = 0,98$$

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{1,6}{3,3} = 0,48 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av krum del

Den krumme delen kan i prinsippet knekke både i og ut av planet, og den kan vippe. Vi deler dette opp i to kontroller: 1) bøyning (om sterk akse) og knekking om begge akser, og 2) vipping med aksialkraft. I henhold til figur 12.2 er det lastkombinasjonen med egenlast og symmetrisk snø (uten vind) som blir dimensjonerende. Vi merker oss at ingen av lastkombinasjonene i figur 12.2 gir bøyeinduserte tverrstrekkspenninger. Heller ikke vind mot gavlf på snøfritt tak vil gi "utrettende" momenter som gir strekk på tvers av fiberretningen.

Dimensjonerende snittkrefter (se figur 12.2):

$$M_{y,d} = 481 \text{ kNm}, \quad M_{z,d} = 0, \quad N_d = 316 \text{ kN} \quad \text{og} \quad V_d = 176 \text{ kN}$$

Dette gir følgende dimensjonerende spenninger:

$$\sigma_{m,y,d} = k_l \frac{M_{y,d}}{W} = 1,06 \cdot \frac{6 \cdot 481 \cdot 10^6}{215 \cdot 1000^2} = 14 \text{ N/mm}^2 \quad \text{EK5-1: ligning (6.42)}$$

Faktoren k_l er forklart på motstående side.

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{316000}{215 \cdot 1000} = 1,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 176000}{2 \cdot 0,8 \cdot 215 \cdot 1000} = 1,5 \text{ N/mm}^2$$

Vi antar at den krumme delens knekk lengde ut av planet er lik buens lengde, dvs. $L_{kz} = 7941 \text{ mm}$, mens knekk lengden i planet er $L_{ky} = 17800 \text{ mm}$ (som for den rette delen). Vi antar også at den effektive lengde med hensyn til vipping er lik lengden av den krumme delen, dvs. $L_{ef} = 7941 \text{ mm}$; dette forutsetter at den krumme delen er "gaflet" i begge ender. For disse verdiene er faktorene $k_{c,y}$, $k_{c,z}$ og k_{crit} beregnet på motstående side.

Kombinert bøyning og aksialkraft - knekking om sterk (y-) akse:

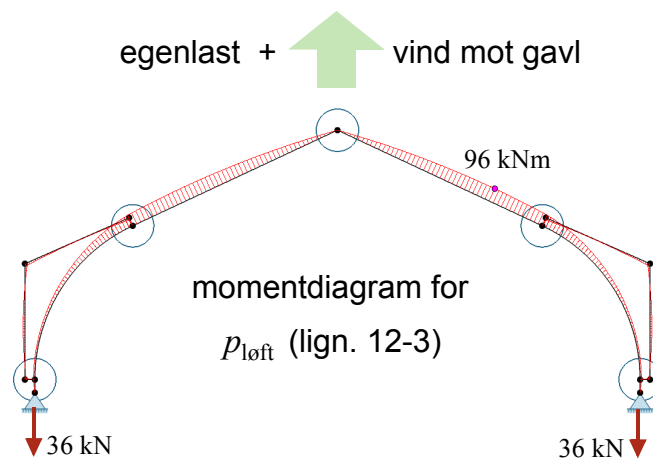
$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_r \cdot f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{1,5}{0,65 \cdot 19} + \frac{14}{0,96 \cdot 23} + 0 = 0,12 + 0,63 = 0,75 < 1,0 \quad \text{OK}$$

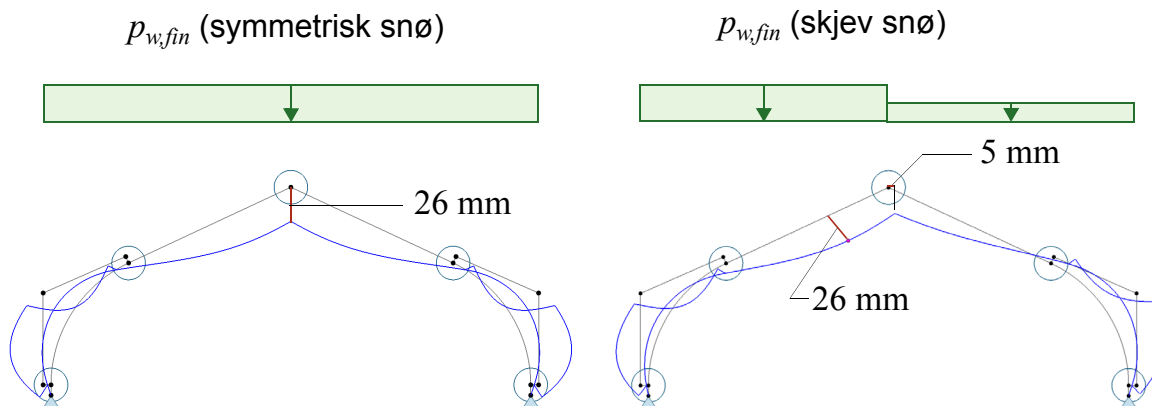
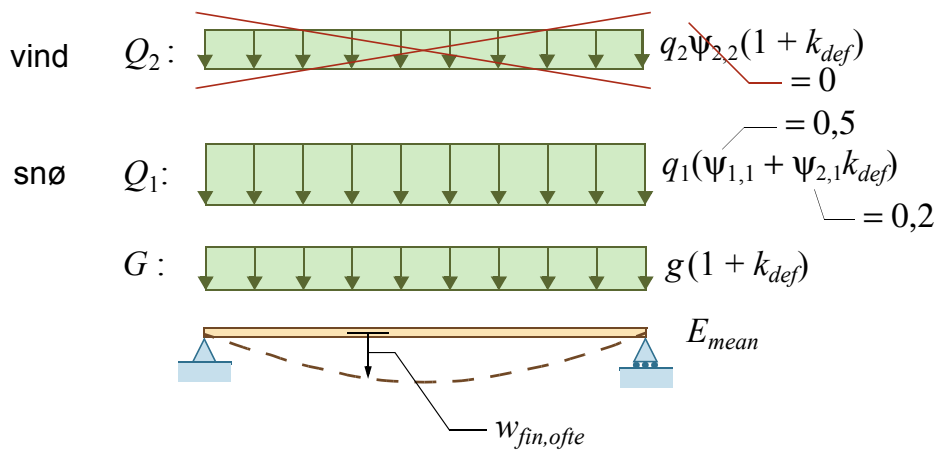
Kombinert bøyning og aksialkraft - knekking om svak (z-) akse:

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_r \cdot f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.24)}$$

$$\frac{1,5}{0,25 \cdot 19} + 0,7 \frac{14}{0,96 \cdot 23} + 0 = 0,32 + 0,44 = 0,76 < 1,0 \quad \text{OK}$$



Ofte forekommende lastkombinasjon: $\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$



Vipping med aksialkraft

$$\text{Kontroll: } \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot k_r \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.35)}$$

$$\left(\frac{14}{0,98 \cdot 0,96 \cdot 23} \right)^2 + \frac{1,5}{0,25 \cdot 19} = 0,42 + 0,32 = 0,76 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{1,5}{2,7} = 0,56 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Løftekrefter

På motstående side er vist momentdiagrammet (skalert i forhold til dimensjonerende moment for rammens krumme del) og de vertikale opplagerkreftene, for lastkombinasjonen $p_{\text{løft}}$, se ligning (12-3). Rammen må forankres for løftekrefter på ca. 40 kN i hvert av fotpunktene.

12.6 Bruksgrensekontroll

Vi legger den ofte forekommende lastkombinasjonen til grunn for beregningene av nedbøyningene. På motstående side vist hvilke laster som vil gi langtidsnedbøyningen ($w_{fin,ofte}$) for den valgte lastkombinasjonen. For klimaklasse 1 er deformasjonsfaktoren $k_{def} = 0,6$, og kombinasjonsfaktorene (ψ) er vist på motstående figur. Nedbøyningen skal altså beregnes for lasten

$$p_{fin,ofte} = (1 + k_{def})g_k + (\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def})q_{s,k} = 1,6g_k + 0,62q_{s,k}$$

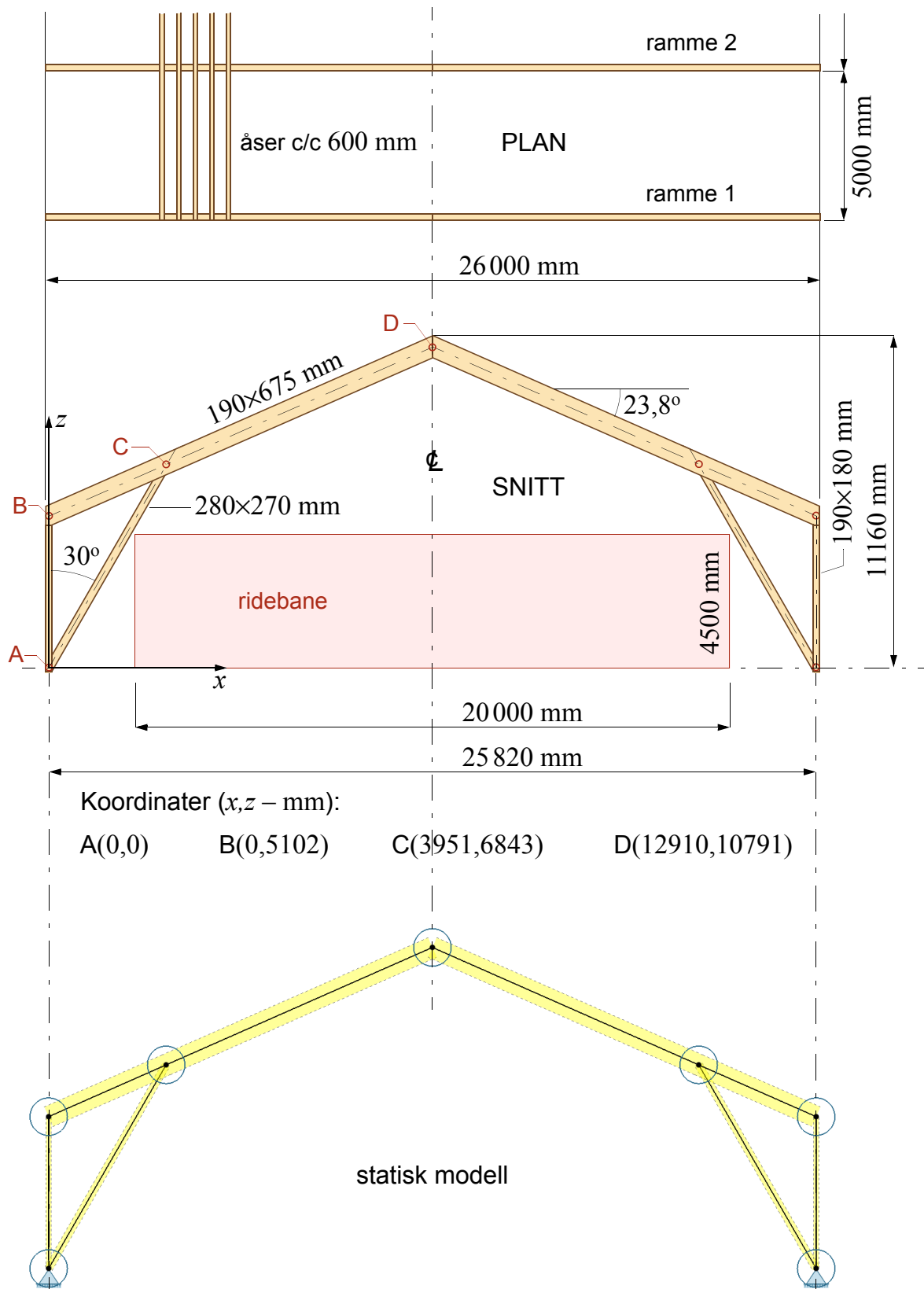
$q_{s,k}$ er karakteristisk snølast på henholdsvis hele og halve taket. Resultatet er vist på motstående side. Forskyvningene er i størrelsesorden 1 promille av rammens spennvidde, og det er godt innenfor akseptabel forskyvning.

Kommentarer

Beregningene viser at den foreslåtte rammen tilfredsstillende alle krav med så god margin at det nok bør vurderes å redusere dimensjonene.

EK5-1 har strengt tatt ingen kontroller som retter seg spesifikt mot buer, som den krumme delen av rammen må kunne sies å være. Vi har derfor kombinert kontroller for rette søyler, rette bjelker og plankrumme bjelker. Å dele opp kontrollen slik vi har gjort kan sikkert diskuteres, men det er vanskelig å se noen annen måte å gjøre det på.

Som vi ser er det kontrollen som inkluderer vipping som gir den høyeste utnyttelse (sammen med knekking ut av planet). Det er denne kontrollen det er knyttet størst usikkerhet til. Vipping er normalt et problem man bør søke å "konstruere vekk", og det er mulig at en også her burde vurdere en sideveis avstivning ca. midt på den krumme delen, i form av et langsgående stag mellom rammene.



Figur 13.1 Treleddsramme med sammensatt hjørne

Treleddsramme med sammensatt hjørne

13.1 Oppgaven

Figur 13.1 viser en treleddsramme for bæring av tak i en ridehall. Rammen er et alternativ til treleddsrammen i eksempel 12, og har nøyaktig samme ytre mål som denne. Takkonstruksjon, naturlastpåkjenning og øvrige forutsetninger/antakelser er nøyaktig de samme som for rammen i eksempel 12.

Oppgaven er å kontrollere den foreslåtte rammen i både brudd- og bruksgrensetilstand.

13.2 Forutsetninger og antakelser

Rammenes geometri og innbyrdes plassering er vist i figur 13.1.

Alt limtre er GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

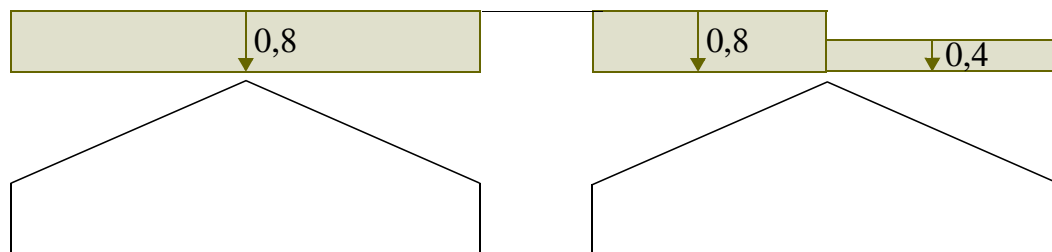
Lastbredde: $5000 \times 1,1 = 5500 \text{ mm}$ - øker senteravstanden med 10% på grunn av delvis kontinuerlige åser. For laster på veggen (stolpen) regnes det med lastbredde lik feltbredden, dvs. 5000 mm.

Følgende dimensjoner ($b \times h$) er gitt:

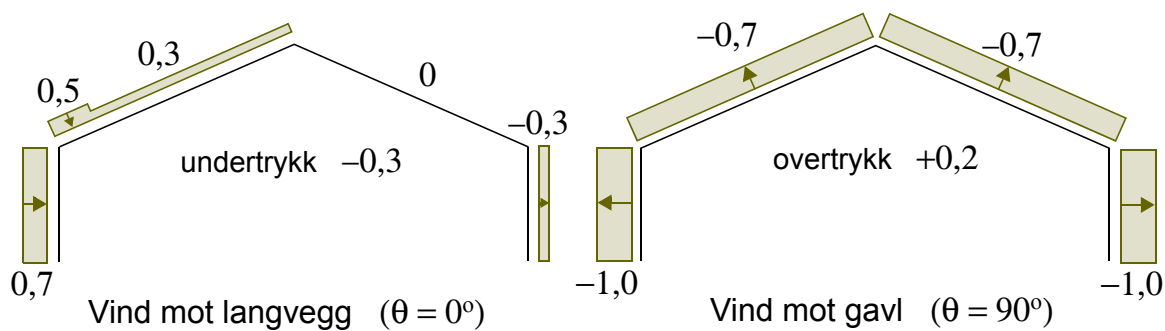
Takbjelken: 190×675 mm

Skråsøyle : 280×270 mm

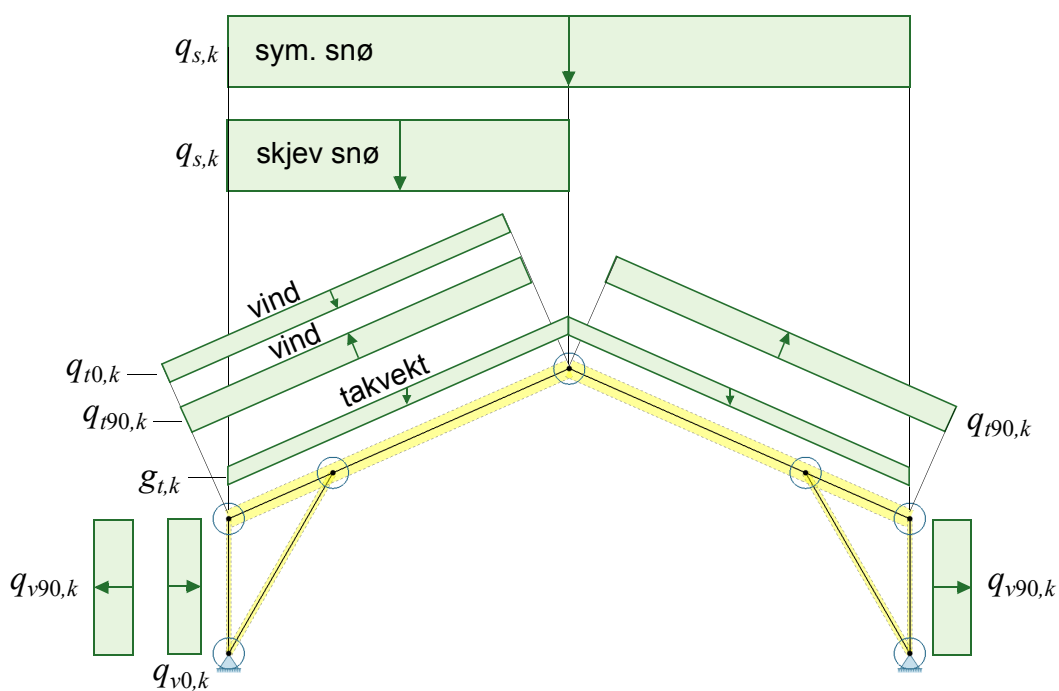
Veggsøyle: 190×180 mm



Formfaktorer ved snølast



Formfaktorer ved vindlast



Indekser: *t* - tak, *v* - vegg, 0 - vind mot langvegg og 90 - vind mot gavl

13.3 Laster

Karakteristiske laster på en ramme:

Egenlast ramme, $g_{r,k}$, basert på en densitet lik 430 kg/m^3 , beregnes automatisk av programmet.

Isolert tretak (åser c/c 600 mm) med korrugerte stålplater (Byggforskserien 471.031):

$$0,5 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,5 \cdot 5,5 = 2,8 \text{ kN/m}$$

Permanent last blir dermed: $g_k = g_{r,k} + g_{t,k} = g_{r,k} + 2,8 \text{ kN/m}$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark: $s_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$

$$q_{s,k} = 0,8 \cdot 3,0 \cdot 5,5 = 13,2 \text{ kN/m}$$

MERK: Vi regner med to snølastfordelinger, en med full snølast på begge sider – *symmetrisk snø* – og en med full snølast på en side og halv på den andre – *skjev snø* – se motstående side.

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 1,0 \text{ kN/m}^2$

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter. Utvendige formfaktorer for saltak benyttes, se figur 7.8 og tabellene 7.4a og 7.4b i NS-EN 1991-1-4.

Vind mot langvegg gir trykk på takets lo-side med formfaktoren $c_e = 0,3$ i sone H, ingenting på takets le-side, trykk på lo-side vegg med formfaktor 0,7 og sug på le-side vegg med formfaktor $-0,3$. Dette kombineres med et innvendig undertrykk med formfaktor $c_i = -0,3$. Resulterende vindkrefter er:

$$\text{Trykk på tak: } q_{t0,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 5,5 = 1,0 \cdot (0,3 + 0,3) \cdot 5,5 = 3,3 \text{ kN/m}$$

$$\text{Trykk på vegg: } q_{v0,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 5,0 = 1,0 \cdot (0,7 + 0,3) \cdot 5,0 = 5,0 \text{ kN/m}$$

$$\text{Sug på vegg: } q_{v0,k} = q_p(c_e + c_i) \cdot 5,0 = 1,0 \cdot (-0,3 + 0,3) \cdot 5,0 = 0$$

Vind mot gavl ($\theta = 90^\circ$) gir bare negative, dvs. oppadrettede krefter på taket. Med formfaktor $c_e = -0,7$, i sone H, kombinert med et innvendig overtrykk med formfaktor $c_i = 0,2$ gir dette følgende *oppadrettede* vindlast:

$$q_{t90,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 5,5 = 1,0 \cdot (-0,7 - 0,2) \cdot 5,5 = -5,0 \text{ kN/m}$$

For veggen vil andre felt ligge mellom sone A og B, så her benytter vi en midlere $c_e = -1,0$. Sammen med et indre overtrykk ($c_i = 0,2$) gir det

$$q_{v90,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 5,0 = 1,0 \cdot (-1,0 - 0,2) \cdot 5,0 = -6,0 \text{ kN/m}$$

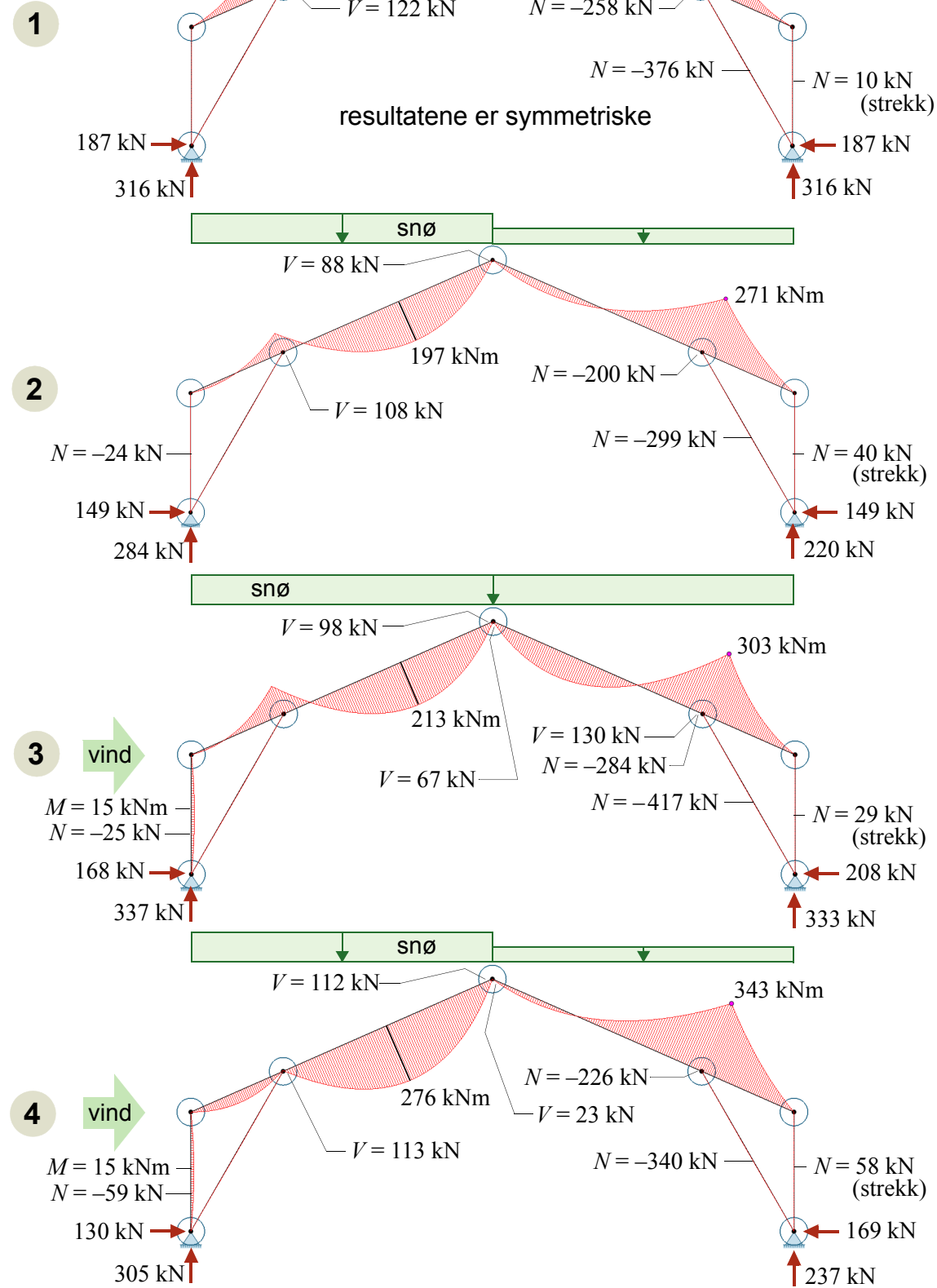
Lastkombinasjoner

Bruddgrensetilstand

For bruddgrensetilstanden har vi fire mulige lastkombinasjoner:

1) egenlast + symmetrisk snø, 2) egenlast + skjev snø, 3) egenlast + symmetrisk snø + vindtrykk og 4) egenlast + skjev snø + vindtrykk. Uten vindlast i kombinasjonen

Last-kombinasjon



Figur 13.2 Statiske beregninger for 4 lastkombinasjoner

blir $k_{mod} = 0,9$, mens vi har $k_{mod} = 1,1$ dersom vind tas med i lastkombinasjonen. Dimensjonerende materialfastheter er følgelig ca. 22% høyere for kombinasjoner med vindlast. Det er ikke uten videre klart hvilken av de fire lastkombinasjonene som blir dimensjonerende for hver enkelt av de tre konstruksjonskomponentene: bjelken, skråsøylen og veggsøylen. Snittkrefter bør derfor bestemmes for alle de fire kombinasjonene, dvs. for

$$p_{d(1,2)} = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} \quad (\text{både symmetrisk og skjev snø}) \quad (13-1)$$

$$p_{d(3,4)} = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} + 1,5\psi_0q_{vind,0,k} \quad (\text{både symmetrisk og skjev snø}) \quad (13-2)$$

hvor snø er den dominerende variable lasten og hvor kombinasjonsfaktoren ψ_0 for vind er 0,6.

Løftekrefter ved oppleggene må vurderes på grunnlag av vindsug på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{løft} = 1,0g_k + 1,5q_{t90,k} \quad (13-3)$$

Brukgrensetilstanden

For bruksgrensetilstanden er det her, som i eksempel 12, vurdert som tilstrekkelig å kontrollere nedbøyningen for ofte forekommende kombinasjon, dvs. for

$$p_{ofte} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k} + \psi_{2,2}q_{vind0,k} = g_k + \psi_{1,1}q_{s,k} \quad \text{kN/m} \quad (\psi_2 = 0 \text{ for vind}) \quad (13-4)$$

Begge snølastkombinasjonene bør undersøkes.

13.4 Statiske beregninger

Beregningsmodellen er vist i figur 13.1. Bjelken er kontinuerlig fra raft til møne, og begge søylene er antatt leddet til bjelken.

I figur 13.2 er vist resultater fra statiske beregninger for de fire lastkombinasjonene. Figuren viser momentdiagrammene, med viktige verdier for N (aksialkraft) og V (skjærkraft) påført.

13.5 Bruddgrensekontroll

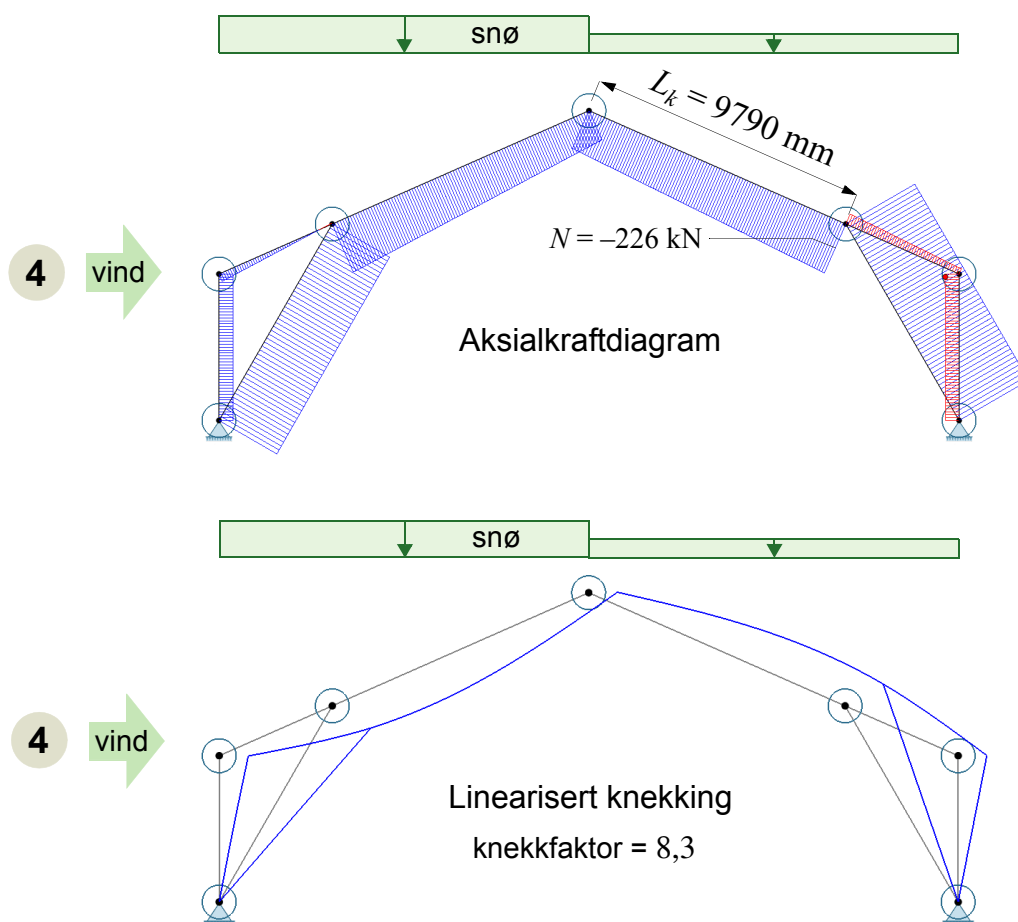
For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast (snø) gir tabell 8: $k_{mod} = 0,9$; tar vi med vind blir $k_{mod} = 1,1$. Det gir følgende dimensjonerende fastheter, uten og med vind:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og} \quad f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 1,1}{1,15} = 29 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = 19,5 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 15 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og} \quad f_{t,0,d} = 19,5 \frac{1,0 \cdot 1,1}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og} \quad f_{c,0,d} = 24,5 \frac{1,1}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og} \quad f_{v,d} = 3,5 \frac{1,1}{1,15} = 3,3 \text{ N/mm}^2$$



Vil bjelken kunne *vippe*? Med henvisning til momentdiagrammet for lastkombinasjon 4 (som er antatt å være dimensjonerende) er vipping lite sannsynlig, for selv om trykksiden av øvre del av bjelken ikke er avstivet sideveis, så er bjelken avstivet langs hele strekksiden. Om vi, konservativt, ser bort fra denne avstivningen og regner effektiv (vippe-) lengde for det trekantformede momentdiagrammet som $L_{ef} = m \cdot L = 0,6 \cdot 9790 = 5875 \text{ mm}$ (se tabell i ref. [3]) har vi

$$\sigma_{m, crit} = \frac{0,78b^2}{hL_{ef}} E_{0,05} = \frac{0,78 \cdot 190^2 \cdot 10800}{720 \cdot 5875} = 71,9 \quad \text{EK5-1: lign. (6.32)}$$

og

$$\lambda_{rel, m} = \sqrt{\frac{f_{m, k}}{\sigma_{m, crit}}} = \sqrt{\frac{30}{71,9}} = 0,65 \quad \Rightarrow \quad k_{crit} = 1,0 \quad \text{EK5-1: lign. (6.34)}$$

hvilket betyr *ingen vipping*.

Kontroll av bjelken

Kombinert bøyning og aksialkraft (EK5-1, pkt. 6.3.2)

Skjev snølast gir størst moment i bjelken, og om vi i tillegg tar med vind ser vi av figur 13.2 at maksimalt moment (343 kNm) er ca. 27% større enn om vind ikke er med. Dette indikerer at kombinasjonen nr. 4, med både snø (skjev) og vind mot langvegg, blir dimensjonerende lastkombinasjon. For denne kombinasjonen er aksialkraftdiagrammet og laveste systemknekkform vist på motstående side – tre knekkformer har lavere knekkfaktor enn den viste, men de involverer bare søylene.

Bjelken er fastholdt mot knekking ut av planet. Betrakter vi øvre del av bjelken som en søyle påkjent av moment og aksialkraft, med antatt knekkklengde om sterk (y -) akse (L_{ky}) lik 9790 mm, har vi følgende dimensjonerende krefter og spenninger:

$$M_{y,d} = 343 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{6 \cdot 343 \cdot 10^6}{190 \cdot 675^2} = 24 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0$$

$$N_d = -226 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{226000}{190 \cdot 675} = 1,8 \text{ N/mm}^2$$

Knekking om y -aksen:

$$\text{Slankhet: } \lambda_y = \frac{L_{ky}}{i_y} = \frac{9790}{0,289 \cdot 675} = 50,2$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{50,2}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 0,76$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(0,76 - 0,3) + 0,76^2] = 0,81$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,81 + \sqrt{0,81^2 - 0,76^2}} = 0,92$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{1,8}{0,92 \cdot 23} + \frac{24}{29} + 0 = 0,09 + 0,83 = 0,92 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Vipping er ikke et problem; se motstående side.

For lastkombinasjon 2 (skjev snø, men uten vind) finner vi:

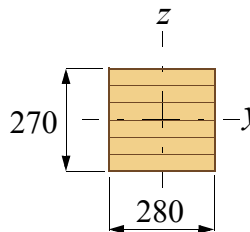
$$M_{y,d} = 271 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{6 \cdot 271 \cdot 10^6}{190 \cdot 675^2} = 19 \text{ N/mm}^2$$

Kommentar- og figurside

Skråsøylen

Systemlengde: $L = 7902$ mm

Antar knekk lengde $L_k = L = 7902$ mm, om begge akser.



Slankhet om y -akse: $\lambda_y = \frac{L_{ky}}{i_y} = \frac{7902}{0,289 \cdot 270} = 101$

Med henvisning til eksempel 5 og avsnitt 6.3.2 i **EK5-1** har vi:

Knekking om y -aksen:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{101}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 1,53$$

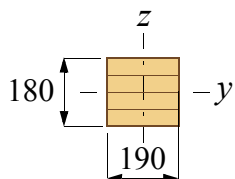
$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(1,53 - 0,3) + 1,53^2] = 1,73$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{1,73 + \sqrt{1,73^2 - 1,53^2}} = 0,39$$

Veggsøylen

Systemlengde: $L = 5102$ mm

Antar knekk lengde $L_k = L = 5102$ mm, om begge akser.



Slankhet om y -akse: $\lambda_y = \frac{L_{ky}}{i_y} = \frac{5102}{0,289 \cdot 180} = 98$

$$\lambda_{rel,y} = 1,48 \quad \Rightarrow \quad k_y = 1,65 \quad \Rightarrow \quad k_{c,y} = 0,42$$

$$N_d = -226 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{226000}{190 \cdot 675} = 1,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{1,8}{0,92 \cdot 19} + \frac{19}{23} + 0 = 0,10 + 0,83 = 0,93 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Dette er omtrent samme resultat som for lastkombinasjon 4.

Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Fra figur 13.2 har vi at $V_d = 122 \text{ kN}$ (lastkombinasjon 1) som gir

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 122000}{2 \cdot 0,8 \cdot 190 \cdot 675} = 1,8 \text{ N/mm}^2 \text{ og}$$

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{1,8}{2,7} = 0,67 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av skråsøylen

Dette er et rent trykkledd, og selv om den største aksialkraften opptrer i lastkombinasjon 3 (417 kN) finner vi den dimensjonerende aksialkraften i lastkombinasjon 1, dvs. $N_d = 376 \text{ kN}$ - dette på grunn av k_{mod} effekten. Dimensjonerende aksialspenning blir:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{376000}{280 \cdot 270} = 5,0 \text{ N/mm}^2$$

Antar at knekk lengden (om begge akser) er lik systemlengden, 7902 mm, se motstående side.

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} = \frac{5,0}{0,39 \cdot 19} = 0,67 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av veggsgøylen

I lastkombinasjon 4 er veggsgøylen påkjent av kombinert bøyning og trykk på lo-siden, og rent strekk på le-siden.

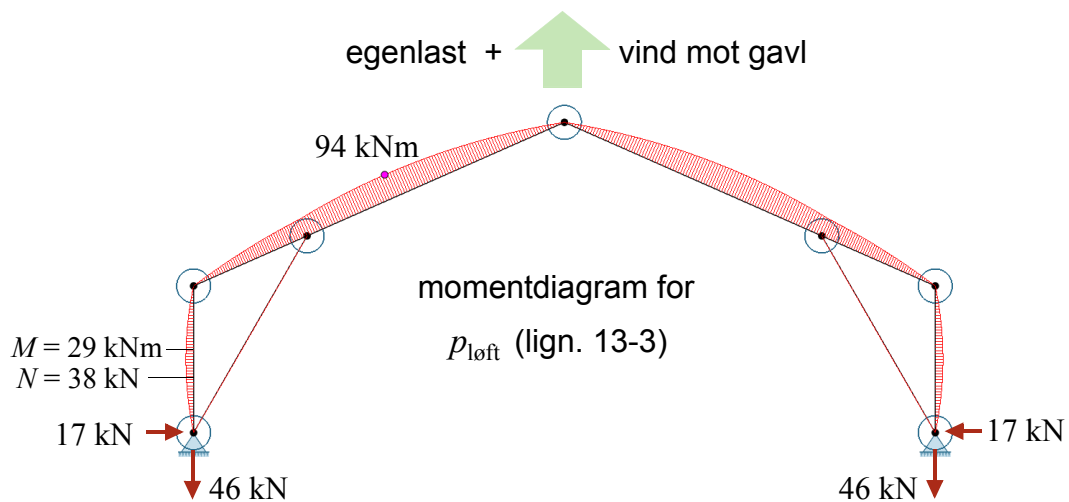
Bøyning og trykk

$$M_{y,d} = 15 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{6 \cdot 15 \cdot 10^6}{190 \cdot 180^2} = 15 \text{ N/mm}^2$$

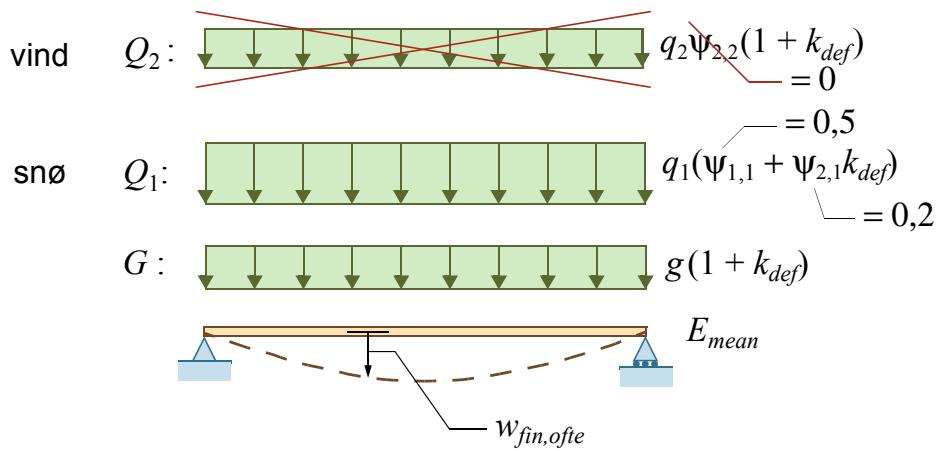
$$N_d = -59 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{59000}{190 \cdot 180} = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + 0 \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{1,7}{0,42 \cdot 23} + \frac{15}{29} = 0,18 + 0,51 = 0,69 < 1,0 \quad \text{OK}$$

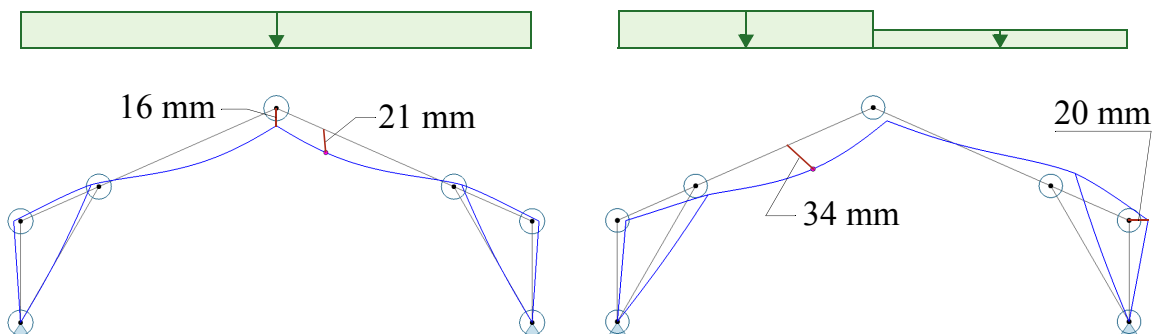


Ofte forekommende lastkombinasjon:
$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$



p_{ofte} (symmetrisk snø)

p_{ofte} (skjev snø)



Bøyning og strekk – ugunstigste situasjon inntreffer for lastkombinasjonen $p_{\text{løft}}$:

$$M_{y,d} = 29 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W} = \frac{6 \cdot 29 \cdot 10^6}{190 \cdot 180^2} = 28 \text{ N/mm}^2$$

$$N_d = 38 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{t,0,d} = \frac{38000}{190 \cdot 180} = 1,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + 0 \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.17)}$$

$$\frac{1,1}{19} + \frac{28}{29} = 0,05 + 0,97 = 1,0 \quad \text{OK}$$

Løftekrefter

På motstående side er vist momentdiagrammet (skalert i forhold til dimensjonerende moment for bjelken) og de vertikale opplagerkreftene, for lastkombinasjonen $p_{\text{løft}}$, se ligning (13-3). Rammen må forankres for løftekrefter på ca. 50 kN i hvert av oppleggene.

13.6 Bruksgrensekontroll

Vi legger den ofte forekommende lastkombinasjonen til grunn for beregningene av nedbøyningene. På motstående side er det vist hvilke laster som vil gi langtidsnedbøyningen ($w_{fin,ofte}$) for den valgte lastkombinasjonen. For klimaklasse 1 er deformasjonsfaktoren $k_{def} = 0,6$, mens kombinasjonsfaktorene (ψ) er vist på motstående figur. Nedbøyningen skal altså beregnes for lasten

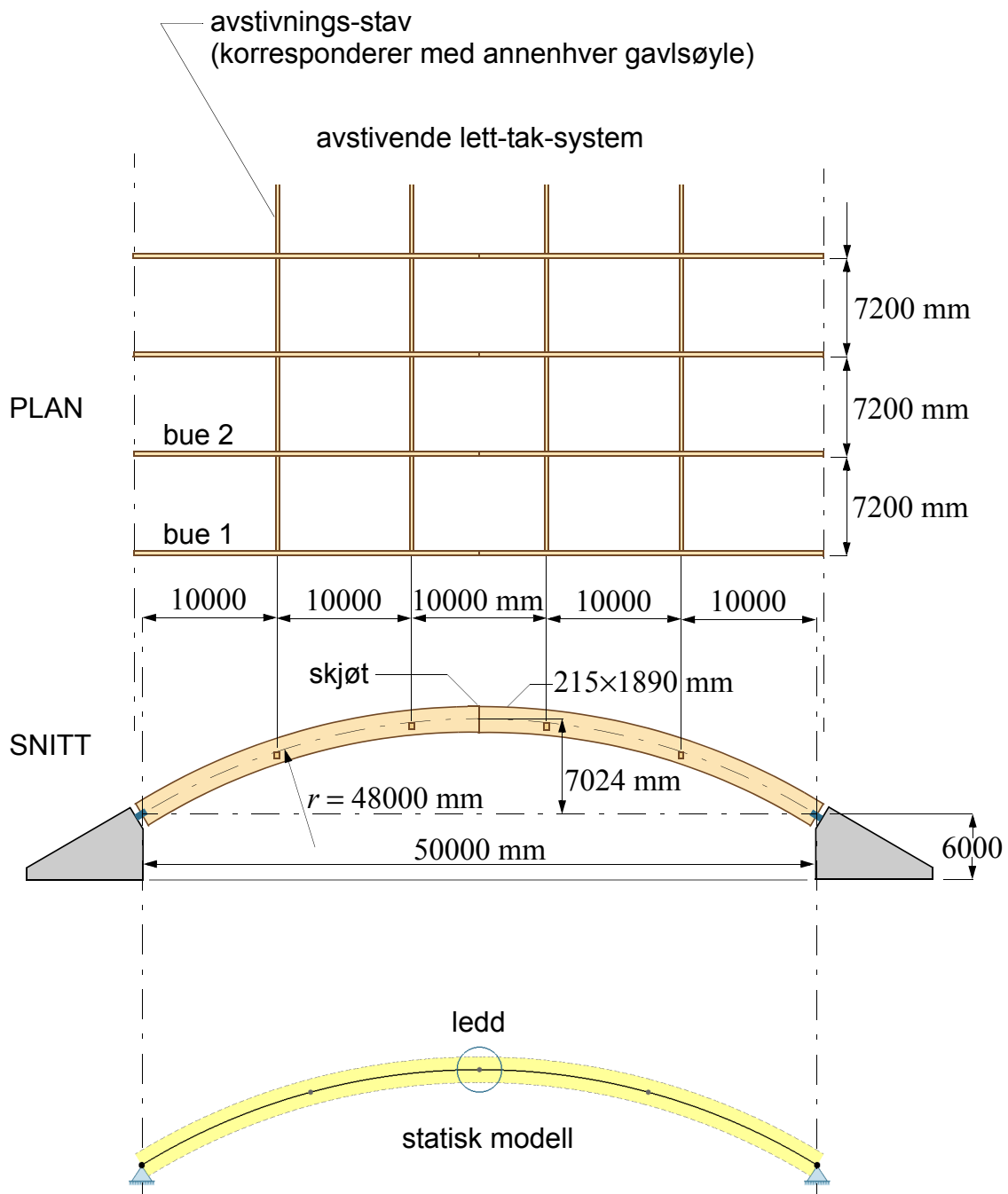
$$p_{fin,ofte} = (1 + k_{def})g_k + (\psi_{1,1} + \psi_{2,1}k_{def})q_{s,k} = 1,6g_k + 0,62q_{s,k}$$

$q_{s,k}$ er karakteristisk snølast på henholdsvis hele og halve taket. Resultatet er vist på motstående side. Forskyvningene er i størrelsesorden 1,25 promille av rammens spennvidde, og det er godt innenfor akseptabel forskyvning. En forskyvning på 20 mm på toppen av veggsøylen – tilsvarer ca. $H/255$ – bør kunne aksepteres i et bygg som dette.

Kommentarer

Beregningene viser at den foreslåtte rammen tilfredsstillende alle krav, for den antatte snølastfordeling. Standarden har en passus om at "når kunstig fjerning eller omfordeling av snøen på et tak kan skje, bør taket dimensjoneres for lasttilfeller deretter". All snø kan f.eks. rase av på den ene siden – dette må vurderes i det enkelte tilfelle.

Sammenlignet med rammen i eksempel 12, bruker rammen i dette eksemplet ca. 35% mindre limtre. Den har produksjons- og transportfordeler i forhold til rammen med krumme hjørner, men den har mer krevende forbindelser. Stivhet derimot går i favør av rammen med krumme hjørner.



Figur 14.1 Treledds bue

EKSEMPEL 14

Treleddsbue

14.1 Oppgaven

Figur 14.1 viser en massiv treleddsbue for bæring av tak i en idrettshall. Som takkonstruksjon antas et lett-tak-system med avstivende skive for stabilisering av bygget på tvers av buene. Søylar i gavlene er koplet til avstivningsstaver festet til nedre del av buens tverrsnitt.

Oppgaven er å kontrollere den foreslåtte buen i både brudd- og bruksgrensetilstand.

14.2 Forutsetninger og antakelser

Buenes geometri og innbyrdes plassering er vist i figur 14.1.

Alt limtre er GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Lastvarighetsklasse for vindlasten: Øyeblikkslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Lastbredde: 7200 mm; det forutsettes at lett-tak-systemet er leddet i hver akse slik at lastbredden blir lik buenes senteravstand.

Buenes tverrsnittsdimensjoner: 215×1890 mm

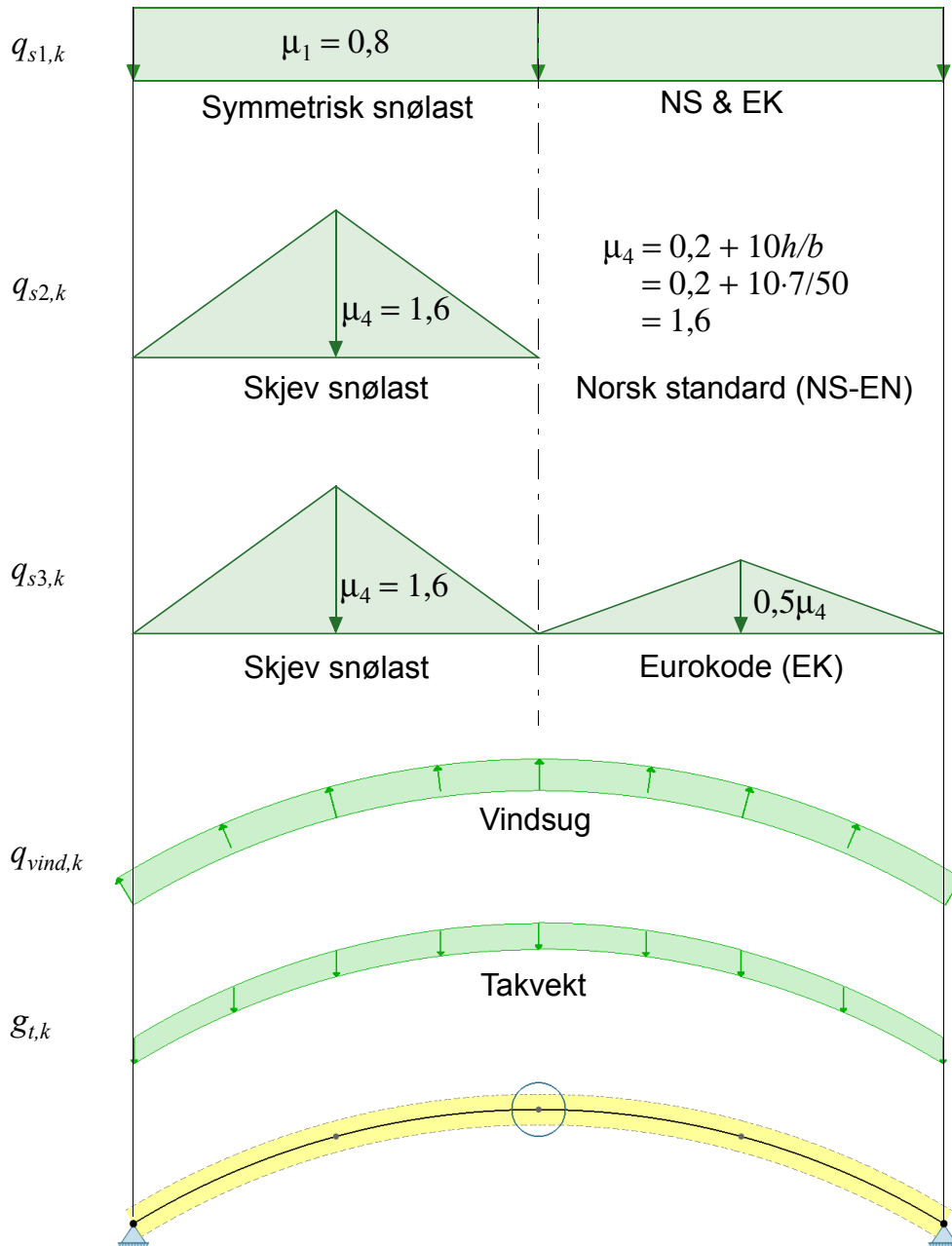
Buenes krumningsradius: 48000 mm

14.3 Laster

Karakteristiske laster på en bue:

Egenlast bue: $g_{b,k} = 0,215 \cdot 1,89 \cdot 430 \cdot 9,82 = 1716 \text{ N/m} = 1,72 \text{ kN/m}$

Lett-tak-system inkl. himling og tekniske installasjoner:



$$0,65 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow g_{t,k} = 0,65 \cdot 7,2 = 4,68 \text{ kN/m}$$

Permanent last blir dermed: $g_k = g_{b,k} + g_{t,k} = 1,72 + 4,68 = 6,4 \text{ kN/m}$

Variable (natur-) laster: NS-EN 1991-1-3 og NS-EN 1991-1-4:

Snølast på mark: $s_k = 4,0 \text{ kN/m}^2$; formfaktor $\mu_1 = 0,8$ og $\mu_4 = 1,6$

Vi betrakter to snølast-tilfeller, ett med symmetrisk snø (jevnt fordelt last over hele taket) med formfaktor 0,8:

$$q_{s1,k} = 0,8 \cdot 4,0 \cdot 7,2 = 23,0 \text{ kN/m}$$

og ett med skjev snølast, i form av en trekantformet snølast med formfaktor 1,6 på den ene siden av taket og *ingen* snølast på den andre siden:

$$q_{s2,k} = 1,6 \cdot 4,0 \cdot 7,2 = 46,1 \text{ kN/m}$$

MERK: Det skjeve snølasttilfellet, med maks. last på en side, og ingen last på den andre siden, er et særnorsk lasttilfelle. For sammenligningens skyld tar vi også med skjevlasttilfellet som Eurokoden angir for buetak, nemlig maks. trekantlast på en side og halvparten av maks. trekantlast på den andre siden.

Vind: dimensjonerende hastighetstrykk $q_p = 0,70 \text{ kN/m}^2$

Samlet vindtrykk/vindsug settes sammen av ytre og indre vindkrefter. Utvendige formfaktorer for buetak er alle negative, dvs. gir sug på taket. Vind er derfor kun aktuelt i forbindelse med eventuelle løftekrefter; med tanke på bruddgrensekontroller kan vi se helt bort fra vind som belastning.

For å beregne eventuelle løftekrefter antar vi (basert på pkt. 7.2.8(1) i NS-EN 1991-1-4) en ytre formfaktor for vinden som er $c_e = -0,8$ for hele taket. Med et indre overtrykk, med formfaktor $c_i = 0,2$, gir dette følgende karakteristiske, jevnt fordelte, utadrettede vindkrefter på taket:

$$q_{vind,k} = q_p(c_e - c_i) \cdot 7,7 = 0,7 \cdot (-0,8 - 0,2) \cdot 7,2 = -5,0 \text{ kN/m}$$

Lastkombinasjoner

Bruddgrensetilstand

For bruddgrensetilstanden har vi, når vi utelukker vind, to mulige lastkombinasjoner, 1) egenlast + symmetrisk snø og 2) egenlast + skjev snø:

$$p_d = 1,2g_k + 1,5q_{s,k} \quad (\text{både symmetrisk og skjev snø}) \quad (14-1)$$

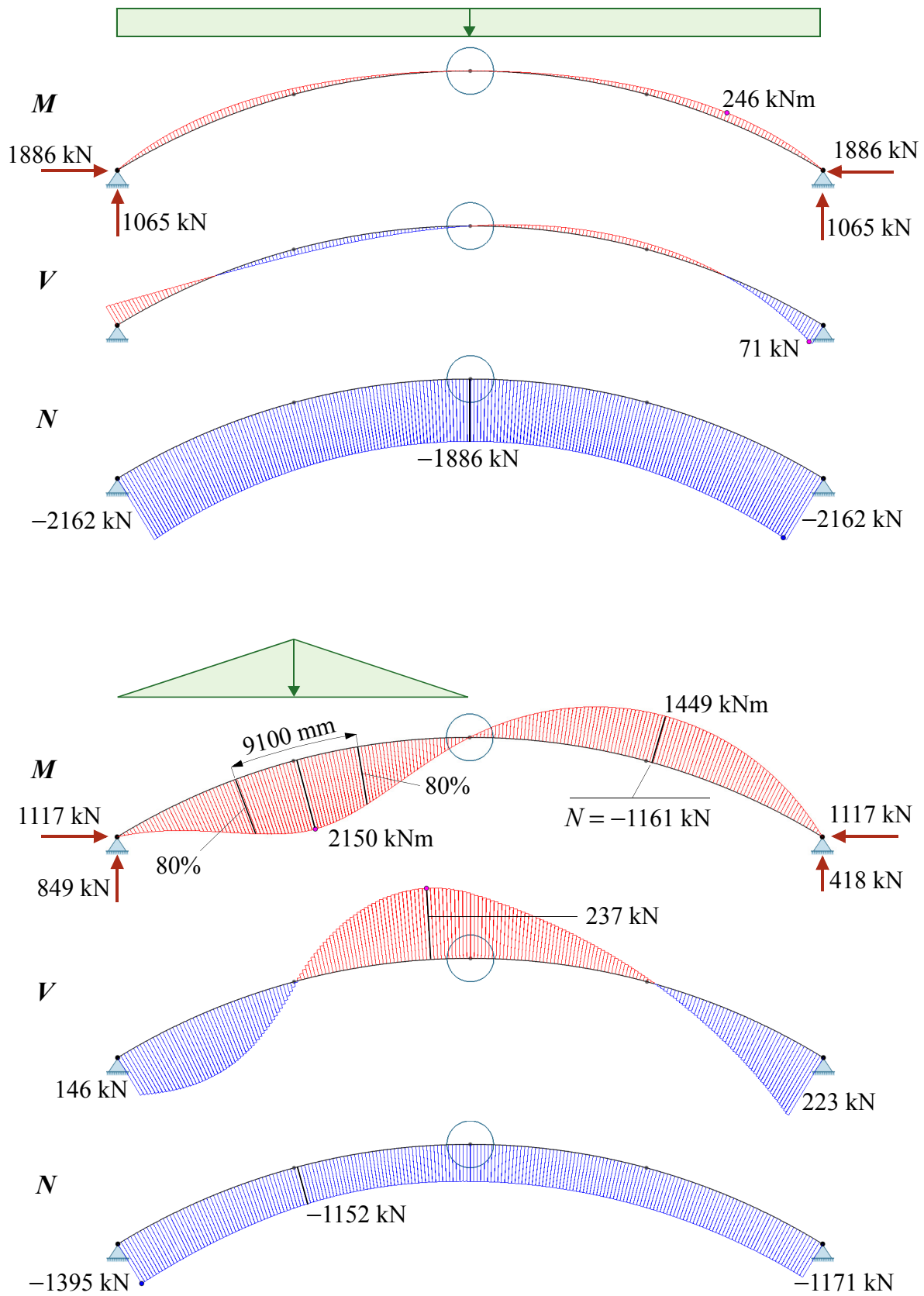
Løftekrefter ved oppleggene må vurderes på grunnlag av vind på snøfritt tak, dvs. for følgende last:

$$p_{\text{løft}} = 1,0g_k + 1,5q_{vind,k} \quad (14-2)$$

Bruksgrensetilstanden

For bruksgrensetilstanden er det ingen andre krav enn de rent estetiske, og det er derfor tilstrekkelig å vurdere nedbøyningene for tilnærmet *permanent* lastkombinasjon, dvs. for

$$p_{perm} = g_k + \Psi_{2,1}q_{s,k} \quad (\Psi_2 = 0,2 \text{ for snø}) \quad (14-3)$$



Figur 14.2 Statistiske beregninger for de to aktuelle lastkombinasjonene

14.4 Statiske beregninger

Figur 14.2 viser resultater fra statiske beregninger for de to aktuelle lastkombinasjonene. Det er ikke mye tvil om hva som er dimensjonerende lastkombinasjon, og figuren viser med all mulig tydelighet buens svakhet – skjevlast.

14.5 Bruddgrensekontroll

Et raskt overslag viser at bøyepeningene dominerer, men med strekk i buens underkant på den buehalvdel som har snølast - dvs. at momentet her søker å rette ut buen - oppstår det tverrstrekkspenninger. Dimensjonerende snitt blir snittet med maks. moment.

For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast (snø) gir tabell 8: $k_{mod} = 0,9$

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 23 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

$$f_{c,0,d} = 24,5 \frac{0,9}{1,15} = 19 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,5 \frac{1,0 \cdot 0,9}{1,15} = 0,39 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

Vi bestemmer først de to faktorene, k_r og k_l , som har å gjøre med aksialspenninger i krumme komponenter; lamelltykkelsen er 45 mm.

$$\text{EK5-1 lign. (6.49): } k_r = 0,76 + 0,001 \left(\frac{r_{in}}{t} \right) = 0,76 + \frac{47050}{1000 \cdot 45} > 1,0 \Rightarrow k_r = 1,0$$

$$\text{EK5-1 lign. (6.43): } k_l = 1,0 + 0,35 \frac{h}{r_{mid}} + 0,6 \left(\frac{h}{r_{mid}} \right)^2 \Rightarrow k_l = 1,01$$

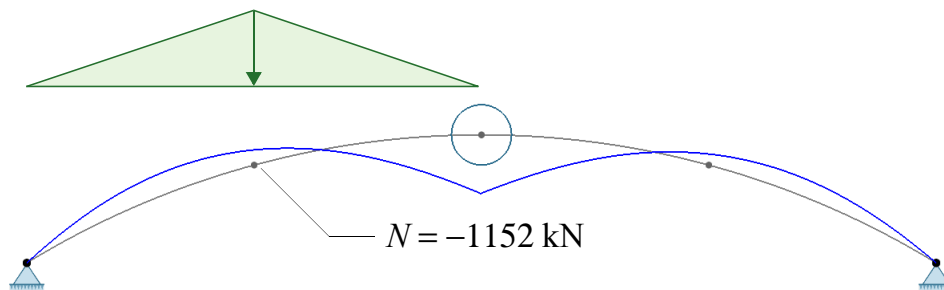
Kombinert bøyning og aksialkraft (EK5-1, pkt. 6.3.2)

$$M_{y,d} = 2150 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{k_l \cdot M_{y,d}}{W} = \frac{1,01 \cdot 6 \cdot 2150 \cdot 10^6}{215 \cdot 1890^2} = 17 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0$$

$$N_d = -1152 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{1152000}{215 \cdot 1890} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

Takflaten hindrer buen i å knekke ut av planet. For å bestemme knekkleden i planet, dvs. om sterk (y -)akse utfører vi en linearisert knekkingsberegning for dimensjonerende lastkombinasjon, og benytter denne, som vist på neste side, til å estimere knekk lengden L_{ky} til 26900 mm.



Linearisert knekking – første knekkform med knekkfaktor = 13,5

Fra knekkingsberegningen: $P_{kr} = 13,5 \cdot 1152 = 15550 \text{ kN}$

EULERS formel:
$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2} \quad \Rightarrow \quad L_k = \pi \sqrt{\frac{EI}{P_{kr}}}$$

$$\Rightarrow L_{ky} = \pi \sqrt{\frac{13000 \cdot 215 \cdot 1890^3}{12 \cdot 15550000}} \approx 31590 \text{ mm}$$

Halv buelengde er 26296 mm, Ved å sette knekk lengden lik halve buelengden, som er 26296 mm, går vi til litt usikker side.

I litteraturen ser en ofte gjengitt formelen $L_k = 1,25 \times$ halv buelengde. Her vil det gi $L_{ky} = 32870 \text{ mm}$. Dette er på konservativ side, men formelen dekker alle lastkombinasjoner, noen mer konservativt enn andre.

Knekk lengden for en bue er sjelden en kritisk parameter, og om en ikke gjør en beregning som angitt ovenfor er en på trygg grunn om en setter $L_k = 1,2 \times$ halv buelengde.

Faktoren k_p er definert som:

$$k_p = 0,25 \cdot \frac{h}{r} = 0,25 \cdot \frac{1890}{48000} = 0,0098 \quad \text{EK5-1: lign. (6.56)}$$

Knekking om y -aksen:

$$\text{Slankhet: } \lambda_y = \frac{L_{ky}}{i_y} = \frac{31590}{0,289 \cdot 1890} = 57,8$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{57,8}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 0,88$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] = 0,5[1 + 0,1(0,88 - 0,3) + 0,88^2] = 0,91$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,91 + \sqrt{0,91^2 - 0,88^2}} = 0,88$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_r \cdot f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{2,8}{0,88 \cdot 19} + \frac{17}{1,0 \cdot 23} + 0 = 0,17 + 0,74 = 0,91 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Kontroll av tverrstrekk (EK5-1, pkt. 6.4.3(8))

Største strekk på tvers av fibrene skal beregnes etter formelen:

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{maks}}{b \cdot h^2} - 0,6 \cdot \frac{p_d}{b} \quad \text{EK5-1: ligning (6.55)}$$

Standarden har også en formel (6.54) hvor siste leddet i formelen over er sløyfet. EK5-1 anbefaler (6.54), men det norske NA tillater at begge benyttes. Vi benytter formelen gjengitt her og som utnytter det fordelte trykket p_d på buens overside. Spørsmålet er hvor stort trykk vi kan regne med? Like under snø-trekantens spiss er trykket $1,5 \cdot 46,1 + 1,2 \cdot 4,7 = 75$ kN/m eller N/mm. Vi regner, skjønnsmessig med $p_d = 50$ N/mm. Det gir følgende dimensjonerende tverrstrekk-spenning:

$$\sigma_{t,90,d} = 0,0098 \cdot \frac{6 \cdot 2150 \cdot 10^6}{215 \cdot 1890^2} - 0,6 \cdot \frac{50}{215} = 0,16 - 0,14 = 0,02 \text{ N/mm}^2 \quad \text{OK}$$

I henhold til dette har vi ingen problemer med tverrstrekk. Hva om vi ser bort fra det siste leddet i formelen ovenfor, dvs. som om lasten ikke ble påført på buens overside? Da får vi

$$\sigma_{t,90,d} = 0,16 \text{ N/mm}^2$$

Tverrstrekk skal kontrolleres i kombinasjon med skjær:

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} + \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} \leq 1,0 \quad \text{EK5-1: ligning (6.53)}$$

Skjærspenningen kan vi se bort fra (se figur 14.2). Faktoren k_{dis} er 1,4 for en krum komponent, men hva med volumfaktoren k_{vol} ? Den er gitt ved formelen

Med referanse til det dimensjonerende momentdiagrammet i figur 14.2 er vipping mulig i høyre buehalvdel. Forutsatt at buens tverrsnitt er forhindret mot rotasjon om buens akse ikke bare i fotpunktene, men også i 4 punkt inne på buen (med samme innbyrdes avstand målt horisontalt), som vist i figur 14.1, kan vi regne med en effektiv (vippe-) lengde (basert på et tilnærmet konstant momentdiagram) som er:

$$L_{ef} = 10000 \text{ mm}$$

Dette gir:

$$\sigma_{m, crit} = \frac{0,78b^2}{hL_{ef}} E_{0,05} = \frac{0,78 \cdot 215^2 \cdot 10800}{1890 \cdot 10000} = 20,6$$

og

$$\lambda_{rel, m} = \sqrt{\frac{f_{m, k}}{\sigma_{m, crit}}} = \sqrt{\frac{30}{20,6}} = 1,21$$

$$\Rightarrow k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot 1,21 = 0,65$$

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{0,2} \quad \text{hvor } V_0 = 0,01 \text{ m}^3 \text{ og } V \text{ er det såkalte "stressed volume".}$$

EK5-1 definerer ikke V for en bue, men standarden kan tolkes dithen at for vårt tilfelle skal den settes lik 2/3 av halve buens volum, dvs.

$$V = 2 \cdot 0,215 \cdot 1,89 \cdot 26,3 = 7,1 \text{ m}^3.$$

Dette synes å være unødig konservativt; Australias trestandard definerer V som volumet av den delen av buen som har minst 80% av maks. verdien til det spenningsgivende momentet, se figur 14.2. Etter denne definisjonen, som virker fornuftig, har vi:

$$V = 0,215 \cdot 1,89 \cdot 9,4 = 3,8 \text{ m}^3 \Rightarrow k_{vol} = (0,01/3,8)^{0,2} = 0,30$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} = \frac{0,16}{1,4 \cdot 0,30 \cdot 0,39} = 0,98 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Dette viser at det er viktig at lasten på en buekonstruksjon som utsettes for tverrstrekk blir påført på buens overside.

Vipping med aksialkraft (EK5-1, pkt. 6.3.3)

Vi forutsetter at buens underkant er fastholdt sideveis i fotpunktene ("gaflet") samt i 4 punkt inne på buen, som vist i figur 14.1. Med avstivning for hver 10000 mm (målt horisontalt) finner vi (se motstående side): $k_{crit} = 0,65$

$$\text{Fra figur 14.2: } M_{y,d} = 1449 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = 6M_{y,d}/W = 11 \text{ N/mm}^2$$

$$N_d = -1161 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = N_d/A = 2,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot k_r \cdot f_{m,y,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.35)}$$

$$\left(\frac{11}{0,65 \cdot 1,0 \cdot 23}\right)^2 + \frac{2,9}{0,88 \cdot 19} = 0,54 + 0,17 = 0,71 < 1,0 \quad \text{OK}$$

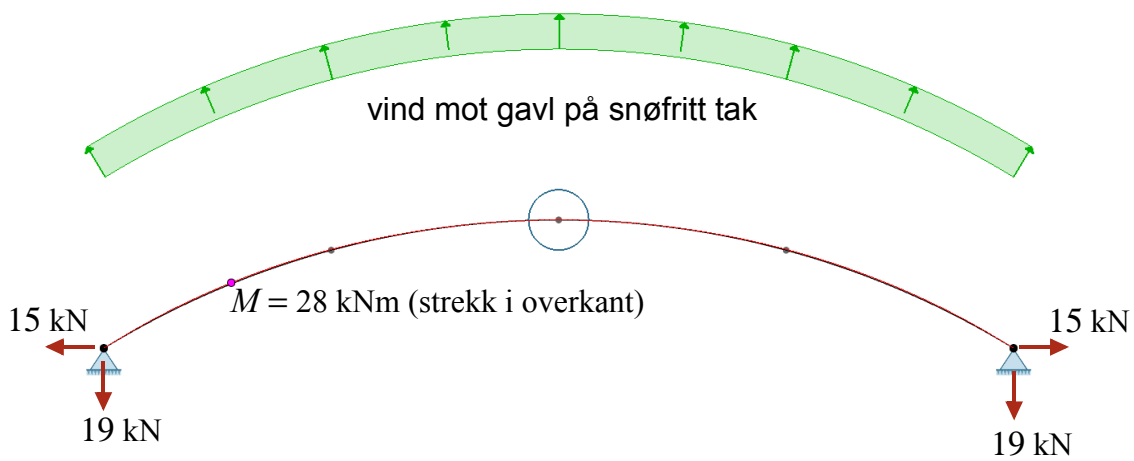
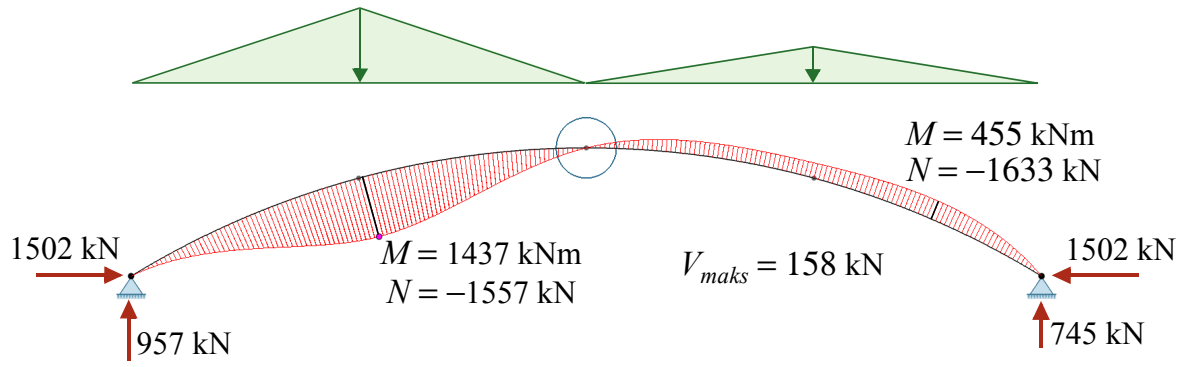
Skjærkontroll (EK5-1, pkt. 6.1.7)

Fra figur 14.2 har vi at $V_d = 237 \text{ kN}$; det gir

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 237000}{2 \cdot 0,8 \cdot 215 \cdot 1890} = 1,1 \text{ N/mm}^2 \quad \text{og}$$

$$\frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{1,1}{2,7} = 0,41 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Skjev snølast i henhold til Eurokode 1



Alternativ snølast

På motstående side er vist momentdiagrammet for en lastkombinasjon som benytter skjev snølastfordeling i henhold til Eurokode 1. En slik fordeling gir vesentlig mindre momenter enn den som vår særnorske fordeling gir. Riktignok er aksialkreftene noe større, men vi må forvente at buen kommer vesentlig bedre fra denne lastkombinasjonen.

For kombinert bøyning og aksialkraft får vi nå

$$M_{y,d} = 1437 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{k_l \cdot M_{y,d}}{W} = \frac{1,01 \cdot 6 \cdot 1437 \cdot 10^6}{215 \cdot 1890^2} = 11 \text{ N/mm}^2$$

$$N_d = -1557 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{1557000}{215 \cdot 1890} = 3,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_r \cdot f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{EK5-1: ligning (6.23)}$$

$$\frac{3,8}{0,88 \cdot 19} + \frac{11}{1,0 \cdot 23} + 0 = 0,22 + 0,48 = 0,70 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Med denne alternative snølasten vil buen tilfredsstillende begge tverrstrekkkontrollen med god margin, og momentet som vil kunne gi vipping er vesentlig redusert (med en faktor på godt over 3).

Løftekrefter

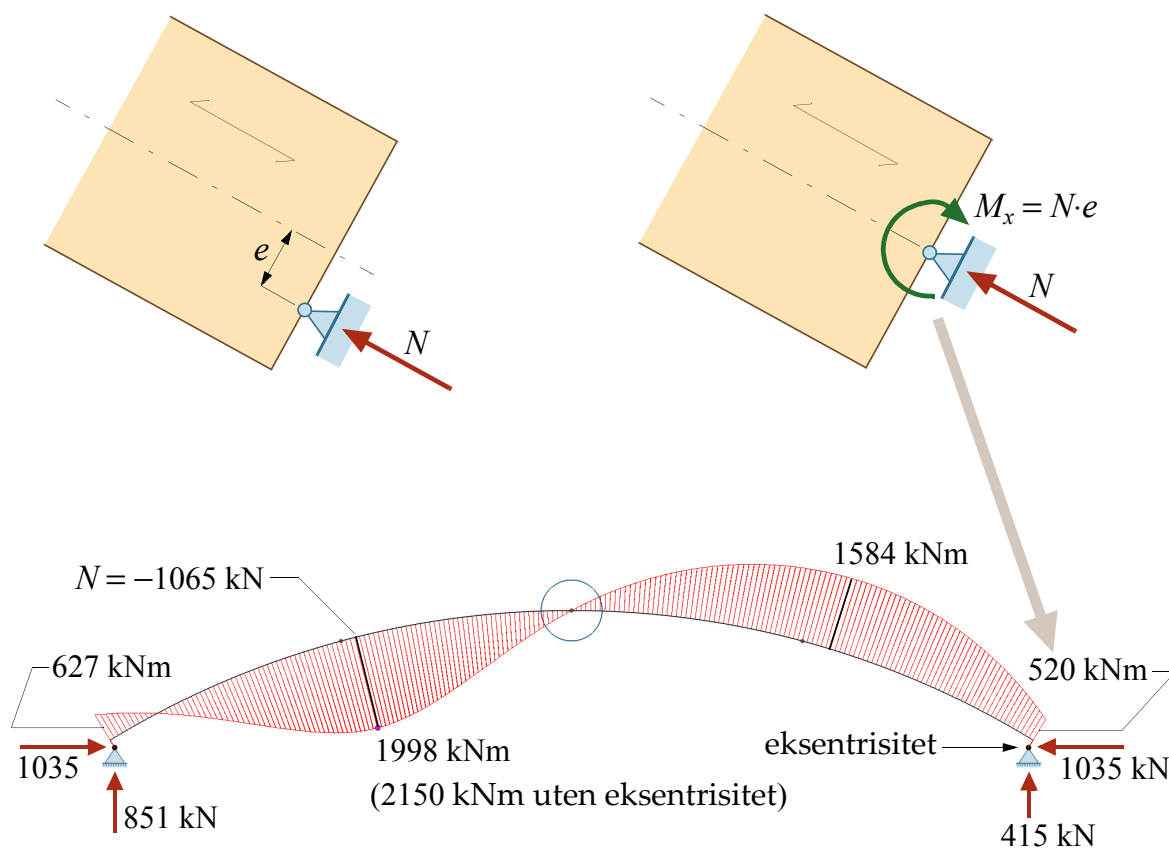
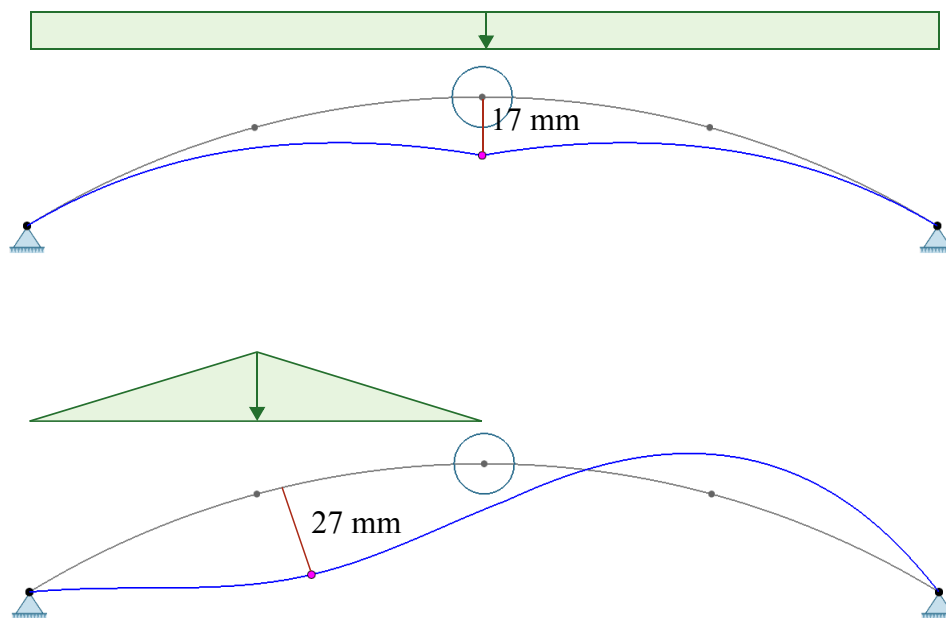
På motstående side er vist momentdiagrammet (som nesten forsvinner når det som her skaleres i forhold til dimensjonerende moment for buen) og opplagerkreftene for lastkombinasjonen $p_{\text{løft}}$, se ligning (14-2). Beregningen gir svært beskjedne løftekrefter – egenlasten nøytraliserer nesten vindsuget. Derimot ser vi av figur 14.2 at opplagerne (fundamentene) må kunne motstå betydelig trykkkrefter, ikke minst i horisontal retning.

14.6 Bruksgrensekontroll

Vi legger den tilnærmet permanente lastkombinasjonen, se lign. (14-3), til grunn for beregningene av nedbøyningene. For klimaklasse 1 er deformasjonsfaktoren $k_{def} = 0,6$, og kombinasjonsfaktoren ψ_2 for snø er 0,2. Det gir lastkombinasjonen:

$$p_{w,fin} = (1 + k_{def}) g_k + (1 + k_{def}) \psi_{2,1} q_{s,k} = 1,6g_k + 0,32q_{s,k}$$

$q_{s,k}$ er karakteristisk snølast. Beregninger utføres for både symmetrisk og skjev snølast (norsk variant). Resultatene er vist på neste side. Vi kan uten videre slå fast at deformasjoner er ikke et problem.



Kommentarer

Beregningene viser at den foreslåtte buen har tilfredsstillende kapasitet, men for den norske snølast-fordelingene er det neppe grunnlag for å redusere buens dimensjoner. Hadde vi derimot lagt formfaktorene gitt i Eurokode 1, for snø på buetak, til grunn, ville vi kunnet fjerne 5-6 lameller og fortsatt tilfredsstillende alle krav. I Norden er det bare Norge og Finland som har formfaktorer, for snølast på buetak, som er mer konservative enn Eurokode 1 sine formfaktorer. Finland har faktorer som kan bli vel så konservative som de norske, litt avhengig av hvordan de fastlegger verdien på μ_4 .

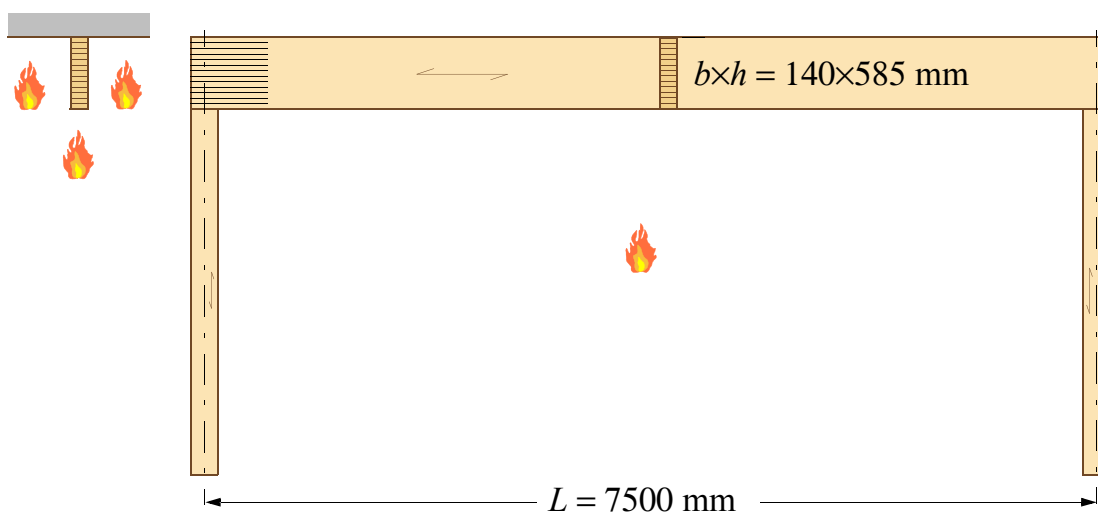
Det er for såvidt greit at vi har snø på bare den ene buehalvdelen, men verdien på μ_4 burde kunne tilpasses lokale forhold. Alternativt kunne vi valgt en "dansk løsning" – de har beholdt formfaktorene gitt i Eurokode 1, men i tillegg har de en egen skjevlast-fordeling som minner om den vi hadde i NS 3479, hvor trekantene har spissen ved buefoten.

Ved skjevlast får vi moment som gir strekk i underkant og som dermed søker å rette ut buen; dette gir strekkspenninger tvers på fibre, og for buer blir dette ofte dimensjonerende eller det krever forsterkning. Spesielt gjelder dette for buer påkjent av store konsentrerte krefter – som for trebruer med overliggende bue og vertikale hengestenger som overfører lastene fra brubanen til buen – hvor en ofte får store skjærspenninger i snitt som også har tverrestrekkspenninger. Standarden krever at det er summen av utnyttelsesgraden på skjær og tverrestrekk som skal være mindre enn 1,0.

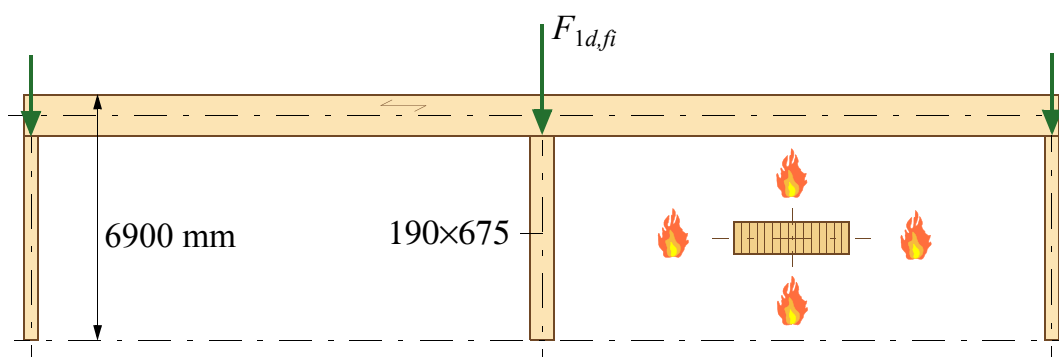
Et problem knyttet til kontrollen av tverrestrekkspenningene er den såkalte volumfaktoren k_{vol} . Standarden sier ikke spesifikt hvordan denne skal beregnes for buer. Vi har benyttet 80% regelen i den australske trestandarden til å beregne det såkalte "stressed volume" V , og ser ikke at dette, som fortsatt gir små verdier for k_{vol} kommer i konflikt med **EK5-1**.

På motstående side er det antydning hvordan vi kan redusere de "utrettende momentene" som skjevbelastning fremkaller. Ved å plassere opplagerpunktet eksentrisk vil vi påføre buen en momentbelastning som, når plasseringen er *under* nøytralaksen, gir strekk i buens overkant og således reduserer de utrettende momentene. Om vi velger $e = h/4$ får vi, for kombinasjonen med (norsk) skjev snølast, momentdiagrammet vist på motstående side. Vi ser at gevinsten knyttet til det kritiske momentet er moderat, men slett ikke ubetydelig – 2150 kNm er redusert til 2000 kNm – og når denne eksentriske plasseringen av opplegget også reduserer den horisontale opplagerkraften – fra 1170 kN til 1035 kN – bør løsningen absolutt vurderes.

Det bør nevnes at reduksjonen i horisontal opplagerkraft også gjelder lastkombinasjonen med egenlast og symmetrisk snø hvor den eksentriske opplageringen gir 1750 kN mot 1890 kN ved sentrisk plassering av opplegget. Bueformen kan også endres slik at en får tilnærmet like store momenter på begge buehalvdelen.



Figur 15.1 Bjelken fra eksempel 1 – brann på tre sider



Figur 15.2 Midtsøylen fra eksempel 5 – brann på alle fire sidene

Branndimensjonering

15.1 Oppgaven

Oppgaven er å undersøke om den fritt opplagte bjelken i **eksempel 1**, figur 15.1, og midtsøylen i **eksempel 5**, figur 15.2, tilfredsstillende kravene til bæreevne og stabilitet når de, uten spesiell beskyttelse, utsettes for et brannforløp.

Vi starter imidlertid med en kort oppsummering av de viktigste forutsetninger for branndimensjonering.

15.2 Kort om branndimensjonering – forutsetninger

Vi vil her kun vurdere bæreevne og stabilitet ved et brannforløp i en bestemt type bygning i forhold til de krav som settes.

Risikoklasse, brannklasse og brannmotstand

Byggeforskriftene definerer 6 risikoklasser for byggverk avhengig av byggverkets funksjon og bruk – 1 angir lavest og 6 høyest risiko for liv og helse.

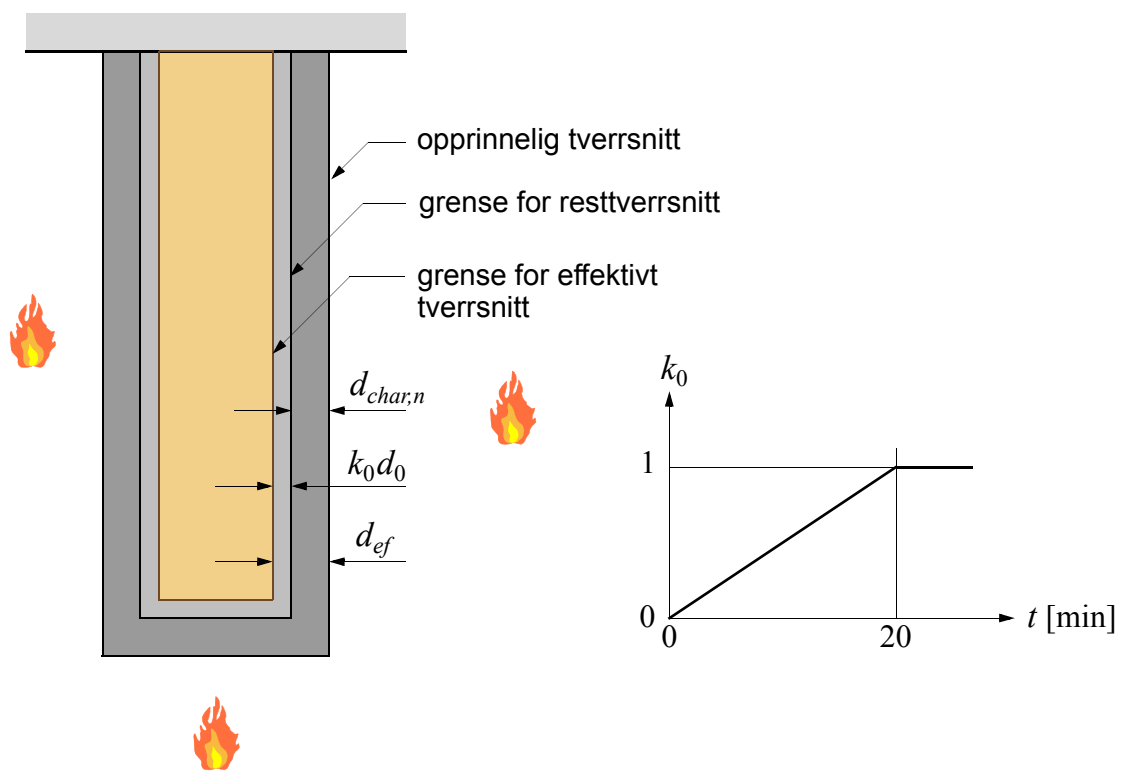
Ut fra den konsekvens en brann kan innebære for skade på liv, helse, samfunnsmessige interesser og miljø, skal byggverk eller deler av et byggverk plasseres i en av 4 brannklasser, hvor brannklasse 1 har liten konsekvens og 4 har særlig stor konsekvens.

Avhengig av byggverkets brannklasse stilles det krav til hvor lang tid hoved- og sekundærbæresystem må opprettholde bæreevnen under et brannforløp. Denne brannmotstandstiden angis som f.eks. R30 eller R60, hvor tallet angir tiden i minutter.

Se Byggeteknisk forskrift TEK17 [5] for veiledning.

Lastkombinasjoner

For en trekonstruksjon utsatt for brann analyseres deler av konstruksjonen, og for hver del verifiseres det i, henhold til **EK5-2**, pkt. 2.4.1, at følgende betingelse er tilfredsstillende:



Resttverrsnitt og effektivt tverrsnitt

$$E_{d,fi}(t) \leq R_{d,t,fi}(t) \quad (15-1)$$

hvor $E_{d,fi}$ er dimensjonerende verdi av brannens lastpåkjenning, $R_{d,t,fi}$ er dimensjonerende motstand, og t er brannens varighet.

Lastvirkningen i en konstruksjonen som utsettes for et brannforløp beregnes for en lastkombinasjon som motsvarer en såkalt usedvanlig dimensjonerings-situasjon (ulykkessituasjon); denne er angitt i NS-EN 1990, ligning 6.11b og kan skrives som

$$1,0G_{k,j} + 1,0(\psi_{1,1} \text{ eller } \psi_{2,1})Q_{k,1} + \sum 1,0\psi_{2,i}Q_{k,i} \Rightarrow E_{d,fi} \quad (15-2)$$

I det norske nasjonale tillegget til NS-EN 1990 anbefales det å benytte $\psi_{1,1}Q_{k,1}$ bare når den dominerende variable lasten ($Q_{k,1}$) er *vind*; for alle andre dominerende laster (også snø) benyttes $\psi_{2,1}Q_{k,1}$. Ved brann settes alle lastfaktorer lik 1,0.

Standarden NS-EN 1995-1-2 (EK5-2) angir også en forenklet metode, hvor $E_{d,fi}$ bestemmes ved å multiplisere lastvirkningen for den dimensjonerende lastkombinasjonen under normale forhold (E_d) med en reduksjonsfaktor η_{fi} angitt i standarden. Vi vil imidlertid benytte ligning (15-2).

Beregning av brannmotstand

Standarden (EK5-2) angir tre forskjellige beregningsmetoder:

- Metoden med effektivt tverrsnitt
- Metoden med reduserte egenskaper
- Avanserte beregningsmetoder

Den vanligst brukte metoden, og den vi vil benytte er metoden med *effektivt tverrsnitt*. Det effektive tverrsnittet finnes ved å trekke et *effektivt forkullingslag* d_{ef} fra det opprinnelige tverrsnittet, se figur på motstående side. Effektivt forkullingsdybde defineres i EK5-2, pkt. 4.2.2, som:

$$d_{ef} = d_{char,n} + k_0 \cdot d_0 \quad (15-3)$$

hvor den nominelle forkullingsdybden $d_{char,n}$ er definert i EK5-2, pkt. 3.4.2(2), som

$$d_{char,n} = \beta_n \cdot t \quad (15-4)$$

mens $d_0 = 7$ mm og k_0 varierer med tiden t som angitt på motstående side. Dimensjonerende forkullingshastighet for vanlig limtre er $\beta_n = 0,7$ mm/min.

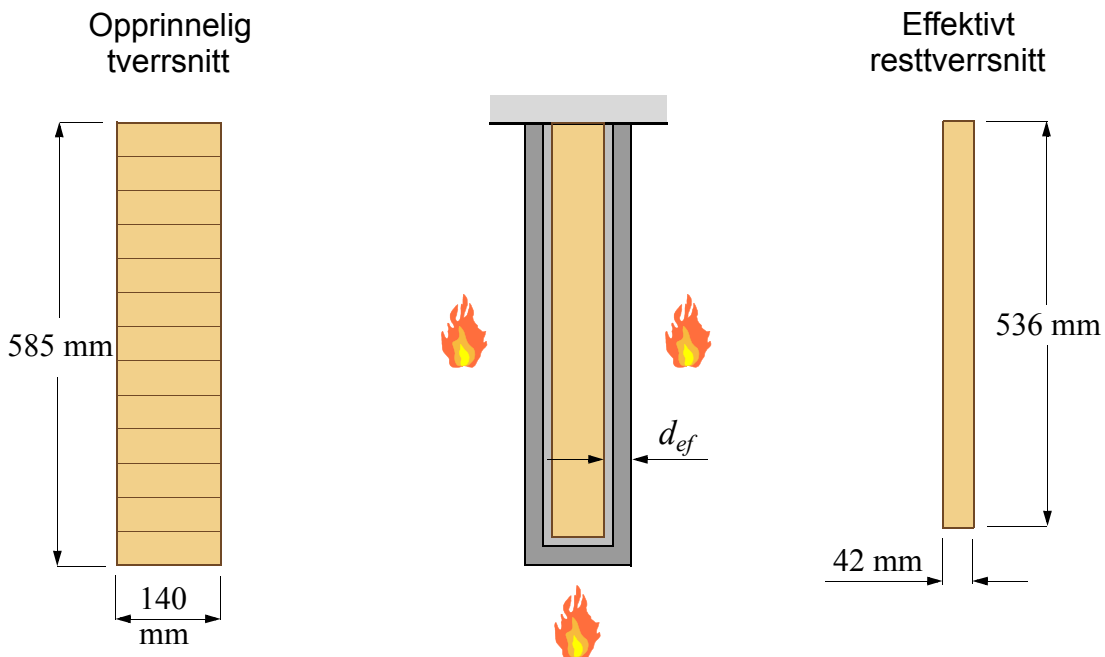
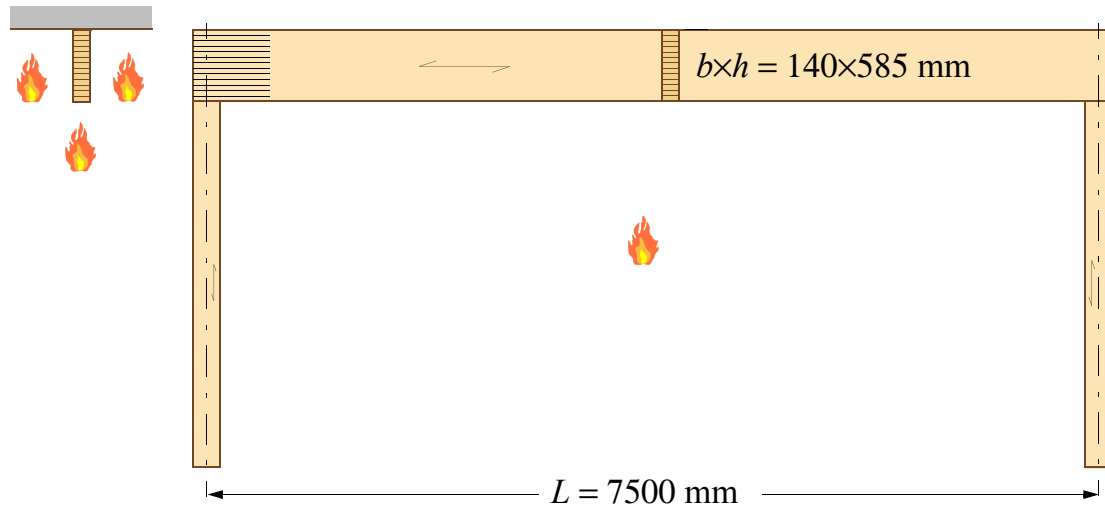
Modifikasjons- og materialfaktor ved brann - $k_{mod,fi}$ og $\gamma_{M,fi}$

For metoden med effektivt tverrsnitt er

$$k_{mod,fi} = \gamma_{M,fi} = 1,0 \quad (15-5)$$

Fasthets- og stihetsverdier ved brann

For det effektive tverrsnittet under en brann gjelder følgende dimensjonerende fastheter og stivheter, se ligningene 2.1 og 2.2 i EK5-2:



Bruken av sprekkfaktoren k_{cr} i ligningen for $\tau_{d,fi}$ kan diskuteres, men en streng fortolkning av standarden tilsier at den tas med.

$$f_{d,fi} = k_{mod,fi} \cdot \frac{f_{20}}{\gamma_{M,fi}} \quad \text{og} \quad S_{d,fi} = k_{mod,fi} \cdot \frac{S_{20}}{\gamma_{M,fi}} \quad (15-6)$$

hvor f_{20} og S_{20} er 20% fraktilen av de samme størrelsene ved normal temperatur. For limtre har vi at

$$f_{20} = 1,15 \cdot f_{0,05} \quad \text{og} \quad S_{20} = 1,15 \cdot S_{0,05}$$

Dette gir

$$f_{d,fi} = 1,15 \cdot f_{0,05} \quad \text{og} \quad E_{0,20,fi} = 1,15 \cdot E_{0,05} \quad (15-7)$$

15.3 Fritt opplagt bjelke - brann på tre sider

Dette er bjelken fra eksempel 1 som befinner seg i et boligbygg med mer enn to etasjer. Fra veilederen (TEK17) finner vi at bjelken er i risikoklasse 4 og brannklasse 2 som gir et krav til **R60**, dvs. bæreevnen må opprettholdes i 60 minutter.

Fra eksempel 1 har vi følgende laster:

Permanent last: $g_k = 4,35$ kN/m

Variabel last: $q_k = 10,0$ kN/m – kategori A – $\psi_2 = 0,3$

Lastkombinasjon brann, se ligning (15-2):

$$p_{d,fi} = 1,0g_k + 1,0 \cdot 0,3q_k = 4,35 + 3,0 = 7,4 \text{ kN/m}$$

Effektiv forkullingsdybde, se ligning (15-3):

$$d_{ef} = 0,7 \cdot 60 + 1,0 \cdot 7 = 49 \text{ mm}$$

Effektivt resttverrsnitt har dermed dimensjon

$$b_{ef,fi} = 140 - 2 \cdot 49 = 42 \text{ mm} \quad \text{og} \quad h_{ef,fi} = 585 - 49 = 536 \text{ mm}$$

Dimensjonerende fastheter - GL30c

$$f_{m,d,fi} = 1,15 \cdot f_{m,k} = 1,15 \cdot 30 = 35 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d,fi} = 1,15 \cdot f_{v,k} = 1,15 \cdot 3,5 = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

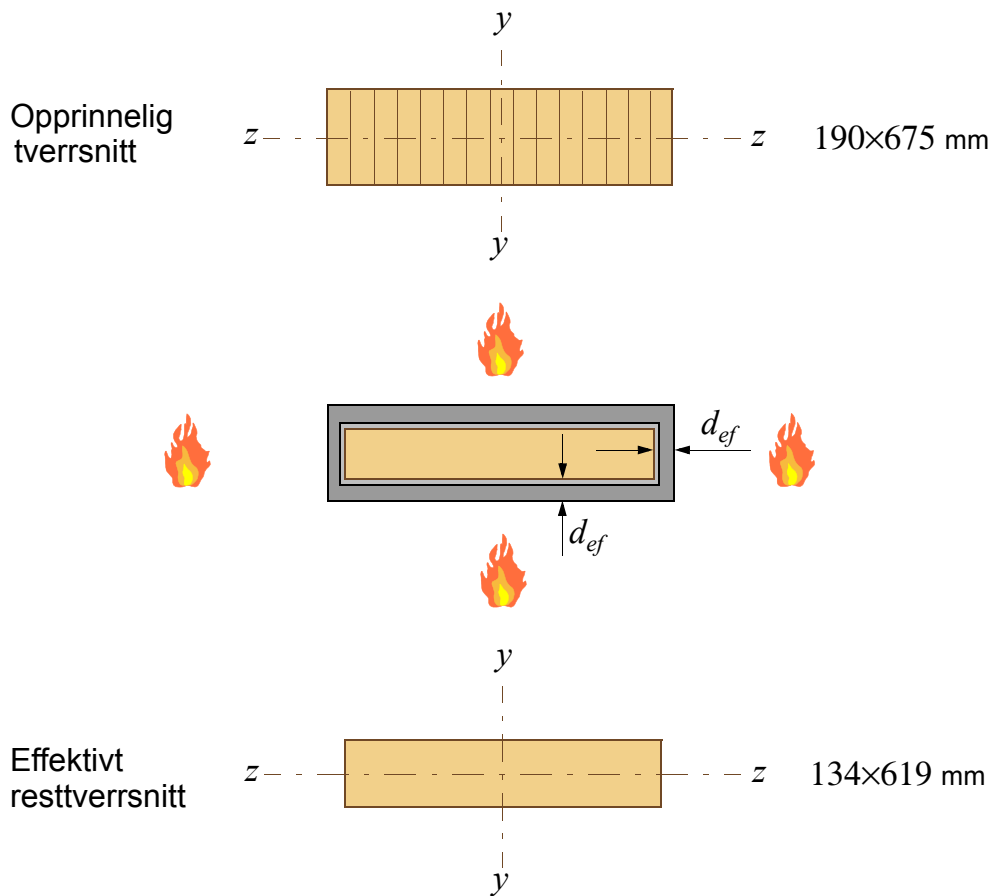
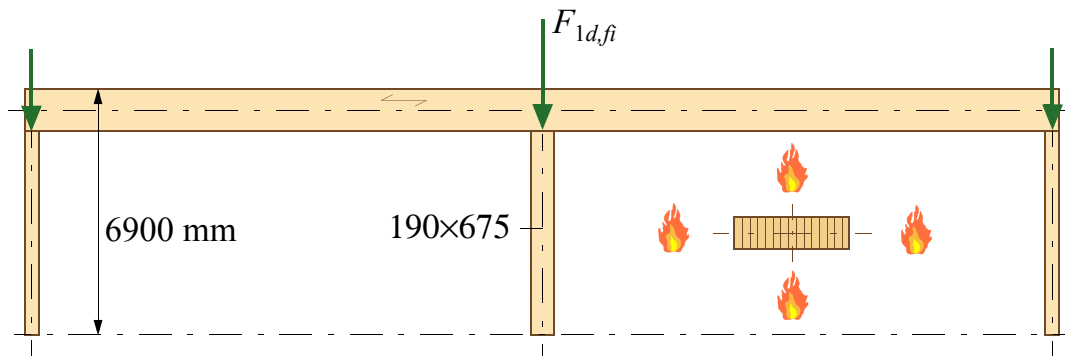
Dimensjonerende snittkrefter og spenninger:

$$M_{d,maks,fi} = \frac{p_{d,fi} L^2}{8} = \frac{7,4 \cdot 7,5^2}{8} = 52,0 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{m,d,fi} = \frac{M_{d,maks,fi}}{W_{fi}} = \frac{6 \cdot M_{d,maks,fi}}{b_{ef,fi} h_{ef,fi}^2} = \frac{6 \cdot 52,0 \cdot 10^6}{42 \cdot 536^2} = 26 \text{ N/mm}^2$$

$$V_{d,maks,fi} = \frac{p_{d,fi} L}{2} = \frac{7,4 \cdot 7,5}{2} = 27,8 \text{ kN}$$

$$\tau_{d,fi} = \frac{3 \cdot V_{d,maks,fi}}{2 \cdot b_{ef,fi} \cdot h_{ef,fi}} = \frac{3 \cdot V_{d,maks,fi}}{2 \cdot (k_{cr} \cdot b_{ef,fi}) h_{ef,fi}} = \frac{3 \cdot 27,8 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,8 \cdot 42 \cdot 536} = 2,3 \text{ N/mm}^2$$



Bøyekontroll (EK5-1 pkt. 6.3.3)

Bjelken er fortsatt fastholdt mot forskyvning på tvers i overkant og er dermed ikke utsatt for vipping. Kontrollen blir derfor:

$$\frac{\sigma_{m,d,fi}}{k_{crit} \cdot f_{m,d,fi}} = \frac{26}{1,0 \cdot 35} = 0,74 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Skjærkontroll (EK5-1 pkt. 6.1.7)

$$\frac{\tau_{d,fi}}{f_{v,d,fi}} = \frac{2,3}{4,0} = 0,58 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Vi kan dermed konkludere med at bjelken beholder tilstrekkelig bæreevne ved en 60 minutters brann, uten noen annen form for beskyttelse enn at oversiden ikke er brannutsatt.

15.4 Fritt opplagt søyle - brann på alle sider

Dette er søylen fra eksempel 5 som befinner seg i et salgslokale med bare en etasje. Fra veilederen (TEK17) finner vi at søylen er i risikoklasse 5 og brannklasse 1 som gir et krav til **R30**, dvs. bæreevnen må opprettholdes i 30 minutter.

For å bestemme dimensjonerende last i en brannsituasjon, $F_{1d,fi}$, må vi tilbake til eksempel 3.

$$\text{Permanent last på bjelken: } g_k = 5,2 \text{ kN/m} \Rightarrow F_{g,k} = 5,2 \cdot 18,6 = 96,7 \text{ kN}$$

$$\text{Maks. snølast: } q_s = 21,6 \text{ kN/m} \Rightarrow F_{s,k} = 21,6 \cdot 18,6 = 402 \text{ kN}$$

$$\text{Maks. vindtrykk: } q_{trykk,k} = 2,3 \text{ kN/m} \Rightarrow F_{v,k} = 2,3 \cdot 18,6 = 42,8 \text{ kN}$$

Siden $\psi_2 = 0$ for vind, mens ψ_1 for vind er lik 0,2, vil det være mest ugunstig å regne med vind som den dominerende variable lasten (siden snø vil bidra med $\psi_2 = 0,2$ hva enten den er dominerende eller ikke). At vind skal regnes som dominerende for innersøylen er strengt tatt litt kunstig, men det er den kombinasjonen som gir størst påkjenning, og da er vi på sikker side om vi regner slik. Det gir, i henhold til ligning (15-2):

$$F_{1d,fi} = 1,0 \cdot 96,7 + 1,0 \cdot 0,2 \cdot 42,8 + 1,0 \cdot 0,2 \cdot 402 = 96,7 + 8,6 + 80,4 = 186 \text{ kN}$$

Effektiv forkullingsdybde ($t = 30$ min), se ligning (15-3):

$$d_{ef} = 0,7 \cdot 30 + 1,0 \cdot 7 = 28 \text{ mm}$$

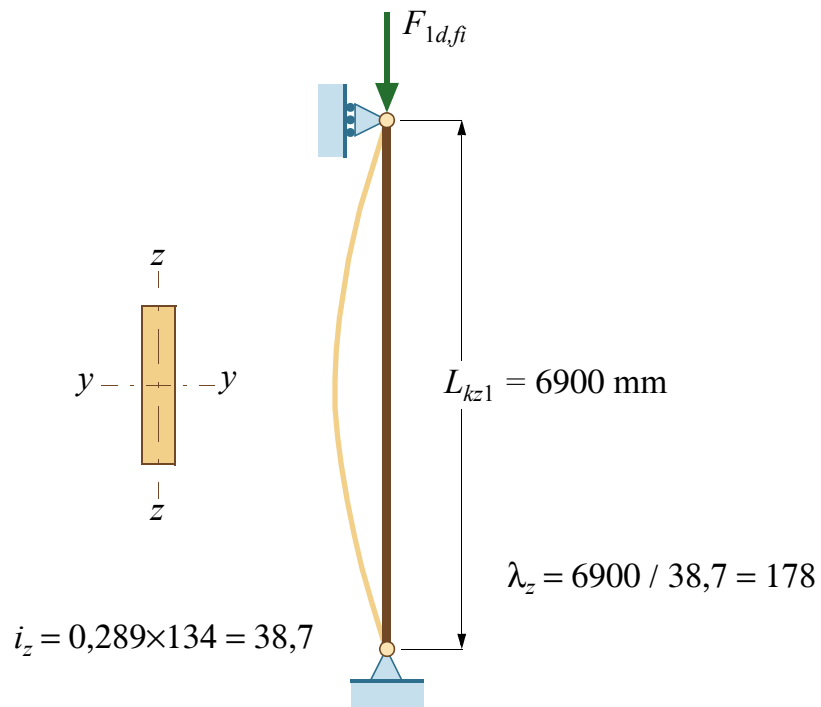
Effektivt restverrsnitt har dermed dimensjon

$$b_{ef,fi} = 190 - 2 \cdot 28 = 134 \text{ mm} \quad \text{og} \quad h_{ef,fi} = 675 - 2 \cdot 28 = 619 \text{ mm}$$

Dimensjonerende fasthet - GL30c

$$f_{c,0,d,fi} = 1,15 \cdot f_{c,0,k} = 1,15 \cdot 24,5 = 28 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende aksialspenning:



$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{F_{1d,fi}}{A_{fi}} = \frac{186000}{134 \cdot 619} = 2,2 \text{ N/mm}^2$$

Kontrollen blir her knekking om svak (z-) akse, og vi prøver med den mest konservative knekk lengden, nemlig $L_{kz} = 6900 \text{ mm}$.

Formelverket i standardens avsnitt 6.3.2 gir:

$$\text{Relativ slankhet: } \lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{178}{\pi} \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 2,7 \quad \text{EK5-1: ligning (6.22)}$$

Egentlig skal vi under rottegnet ha 20% fraktilen av både fasthet og stivhet, men begge bestemmes ved å multiplisere 5% fraktilene med samme faktor som dermed kan kortes bort.

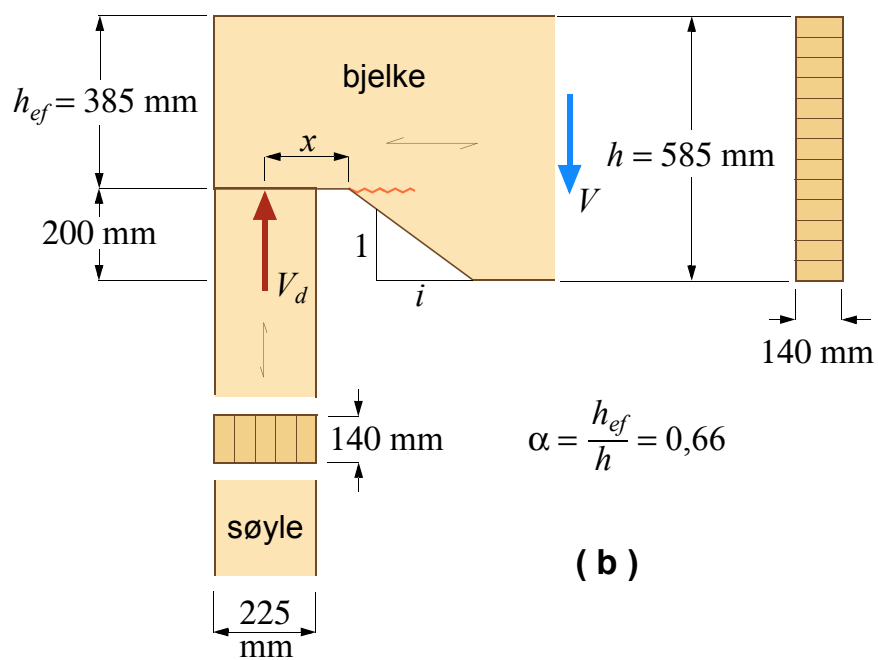
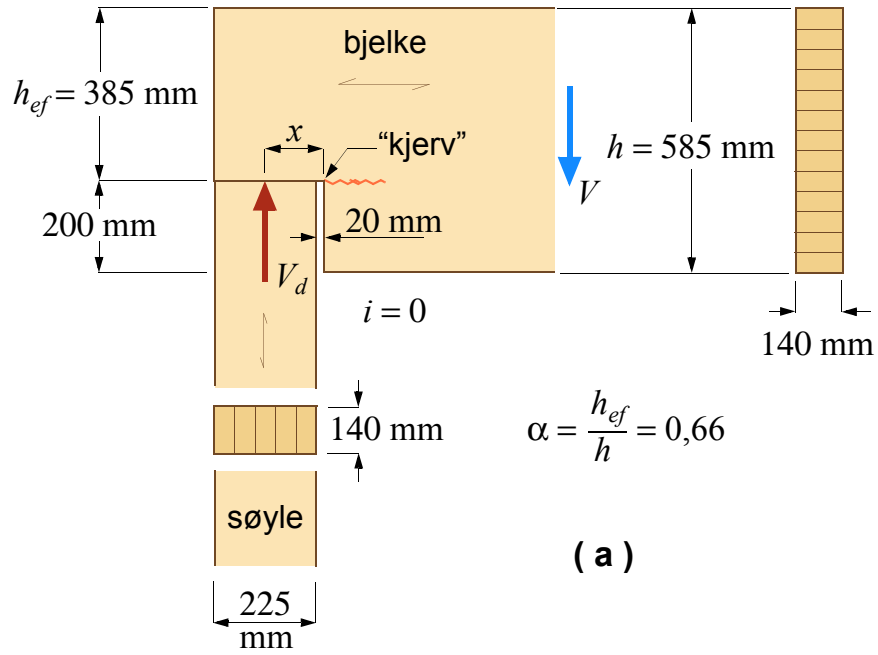
$$k_z = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2] = 0,5[1 + 0,1(2,7 - 0,3) + 2,7^2] = 4,3$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{4,3 + \sqrt{4,3^2 - 2,7^2}} = 0,13$$

Kontroll:

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,z} f_{c,0,d,fi}} = \frac{2,2}{0,13 \cdot 28} = 0,60 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Konklusjonen blir at den opprinnelige søylen – som ikke tilfredstilte kravene i bruddgrensetilstanden – ikke har noen problemer med å opprettholde bæreevnen etter en 30 minutters brann, uten beskyttelse.



Figur 16.1 Innsnitt ved opplegg av bjelken i eksempel 1

EKSEMPEL 16

Innsnitt ved bjelkeopplegg

16.1 Oppgaven

Fra tid til annen er det ønskelig/nødvendig å legge opp limtrebjelker som vist i figur 16.1. Dette er imidlertid en sårbar løsning siden det oppstår betydelige strekkspenninger tvers på fiberretningen i "kjerven".

Problemet er avhengig av tre parametre:

- forholdet α mellom effektiv høyde h_{ef} og total høyde h ,
- avstanden x fra opplagerkraften til "kjerven" og
- stigningen i til en eventuell skråskjæring, se figur 16.1b.

Med utgangspunkt i bjelken i eksempel 1 skal vi undersøke bærevnen til løsningen vist i figur 16.1a og eventuelt forsterke den.

16.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_k = 390 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for nyttebelastning: Halvårslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

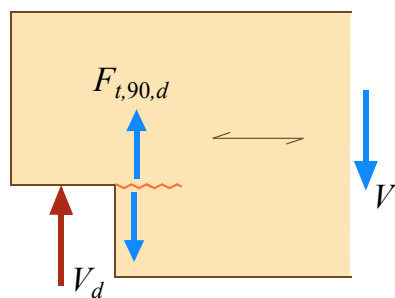
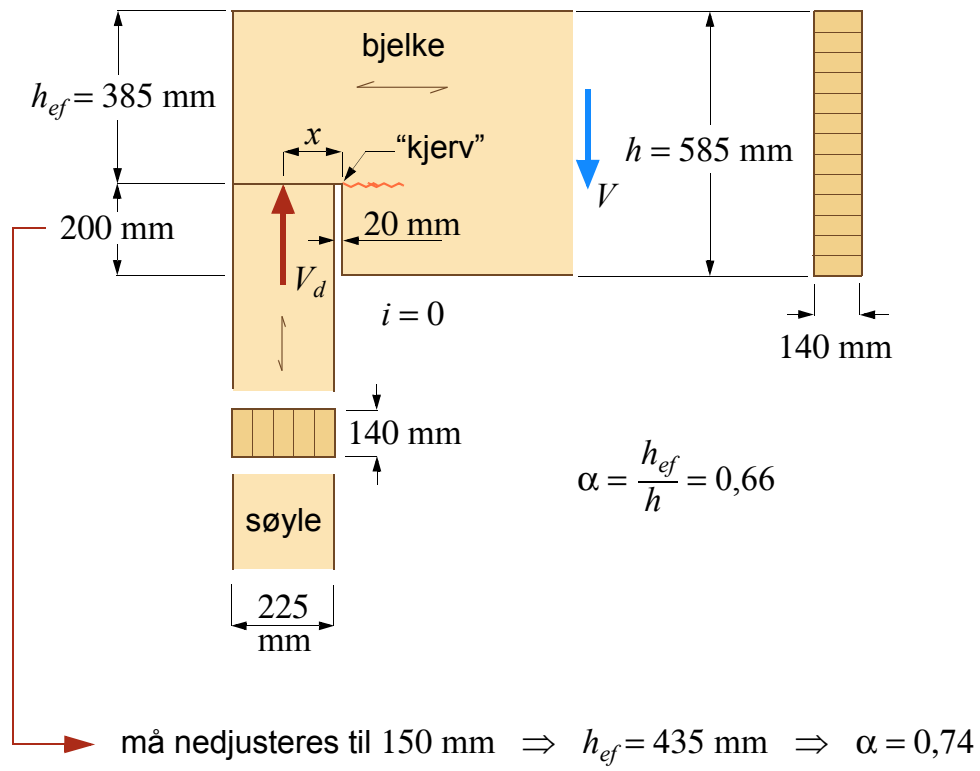
16.3 Kontroll

Standardens kontroll av innsnitt ved opplegg av bjelker med rektangulært tverrsnitt er knyttet til skjærspenningen i det effektive tverrsnitt. Kravet er

$$\tau_d = \frac{3V_d}{2b_{ef}h_{ef}} \leq k_v f_{v,d} \quad \text{eller} \quad \frac{\tau_d}{k_v f_{v,d}} \leq 1,0 \quad (\text{EK5-1 pkt. 6.5.2})$$

Fra eksempel 1 og figur 16.1 har vi:

$$V_d = 75,8 \text{ kN}$$



$$b_{ef} = k_{cr} b = 0,8 \cdot 140 = 112 \text{ mm}$$

$$h_{ef} = 385 \text{ mm}$$

Det gir

$$\tau_d = \frac{3 \cdot 75800}{2 \cdot 112 \cdot 385} = 2,6 \text{ N/mm}^2$$

Her har vi allerede et problem. Går vi tilbake til eksempel 1 så hadde vi der en dimensjonerende skjærfasthet $f_{v,d} = 2,4 \text{ N/mm}^2$. Med et innsnitt på 200 mm vil ikke det gjenværende tverrsnittet, $b_{ef} h_{ef}$ tilfredsstillе skjærspenningskravet selv om reduksjonsfaktoren k_v blir satt lik 1,0. Dette skal alltid være den første kontrollen som utføres.

Det kan nok diskuteres om vi ikke kan regne med en litt redusert skjærkraft – ved å bruke skjærkraften i avstand h_{ef} fra opplegget. Vi velger imidlertid å regne videre med $V_d = 75,8 \text{ kN}$.

Vi reduserer innsnittet til 150 mm. Det gir $h_{ef} = 435 \text{ mm}$ og $\alpha = 0,74$, samt

$$\tau_d = \frac{3 \cdot 75800}{2 \cdot 112 \cdot 435} = 2,3 < f_{v,d} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

Reduksjonsfaktoren k_v er definert som

$$k_v = \min \left\{ 1,0 ; \frac{k_n \left(1 + \frac{1,1 i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h} \left(\sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0,8 \frac{x}{h} \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \right\} \quad \text{Lign. (6.62) i EK5-1}$$

For vårt tilfelle er:

$$k_n = 6,5 \text{ (for limtre)}$$

$$i = 0, \quad \alpha = 0,74 \text{ og } h = 585 \text{ mm}$$

$$x = 225 / 2 + 20 = 133 \text{ mm}$$

Det gir

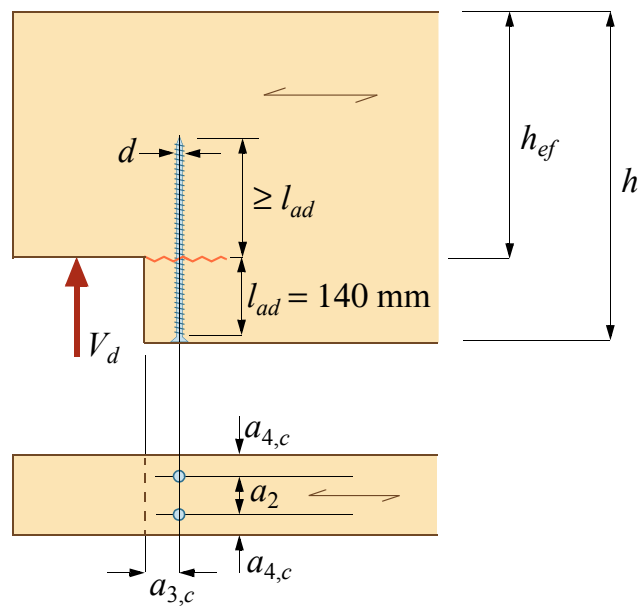
$$k_v = \frac{6,5}{\sqrt{585} \left(\sqrt{0,74(1-0,74)} + 0,8 \frac{133}{585} \sqrt{\frac{1}{0,74} - 0,74^2} \right)} = 0,45$$

og kontrollen resulterer i (med $f_{v,d}$ fra eksempel 1)

$$\frac{\tau_d}{k_v f_{v,d}} = \frac{2,3}{0,45 \cdot 2,4} = 2,1 < 1,0 \quad \text{ikke OK}$$

Her må det forsterkes.

d er skruens ytre diameter



Avstander: $a_2 \geq 3d$; $4d \geq a_{3,c} \geq 2,5d$; $a_{4,c} \geq 2,5d$

γ_{Mc} er materialfaktoren for forbindelser, mens γ_{M2} er tilsvarende for stål

Velger $a_2 = 60$ mm, $a_{3,c} = 35$ mm og $a_{4,c} = 40$ mm

16.4 Forsterkning

Vi vil se på to måter vi kan forsterke løsningen på,

- ved *innvendig* forsterkning ved hjelp av skruer, og
- ved *utvendig* forsterkning ved hjelp av pålimte trebaserte plater.

Men først må vi bestemme kraften $F_{t,90,d}$ som forsterkningen må ta. Dette sier ikke standarden noe om, men Limtreboka [1] angir følgende formel, hentet fra det tyske nasjonale tillegget til Eurokode 5, DIN EN 1995-1-1/NA:2010-12,

$$F_{t,90,d} = 1,3 V_d [3(1-\alpha)^2 - 2(1-\alpha)^3] = 1,3 \cdot 75,8 \cdot (3 \cdot 0,26^2 - 2 \cdot 0,26^3) = 17 \text{ kN}$$

Faktoren 1,3 sikrer tilfredsstillende resultater så lenge $x \leq h_{ef}/3$; her er $x = 133$ mm, mens $h_{ef}/3 = 128$ mm. Kravet er med andre ord bare tilnærmet tilfredsstillt, men vi bedømmer dette som godt nok. Forsterkningen må ta *hele* kraften $F_{t,90,d}$.

Innvendig forsterkning - skruer

Innvendig forsterkning kan utføres enten ved å benytte innlimte bolter eller skruer. Vi velger selvborende skruer av typen SPAX. En helgjenget skrue med lengde 300 mm og utvendig diameter 10 mm har en karakteristisk strekkstyrke

$$F_{t,s,k} = 28 \text{ kN}$$

Med effektiv forankringslengde $l_{ad} = 140$ mm har en skrue følgende karakteristiske uttrekksparameter (ligning 8.39 i EK5-1):

$$f_{ax,k} = 0,52 \cdot d^{-0,5} l_{ad}^{-0,1} \rho_k^{0,8} = 0,52 \cdot 10^{-0,5} \cdot 140^{-0,1} \cdot 390^{0,8} = 12 \text{ N/mm}^2$$

Skruens karakteristiske uttrekkskapasitet er gitt ved (ligning 8.38 i EK5-1):

$$F_{ax,0,k} = \frac{f_{ax,k} \cdot d \cdot l_{ad} \cdot k_d}{1,2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{12 \cdot 10 \cdot 140 \cdot 1}{1} = 17 \text{ kN}$$

Skruens dimensjonerende uttrekkskapasitet:

$$F_{t,d} = \min\left(\frac{F_{ax,0,k} \cdot k_{mod}}{\gamma_{Mc}}, \frac{F_{t,s,k}}{\gamma_{M2}}\right) = \min\left(\frac{17 \cdot 0,8}{1,3}, \frac{28}{1,25}\right) = 10 \text{ kN}$$

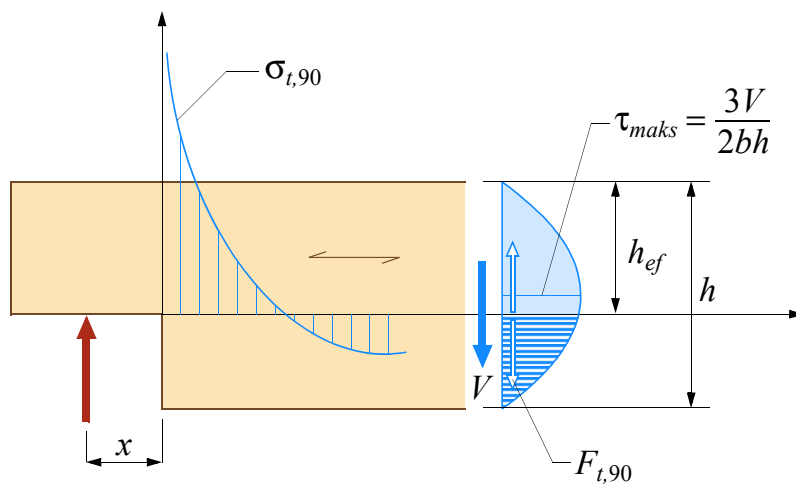
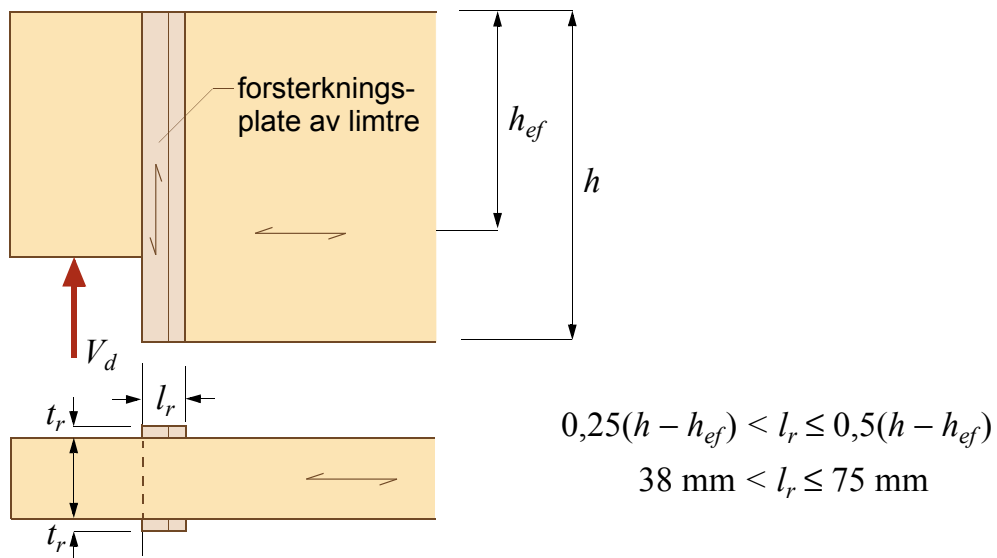
Med to skruer som vist på motstående side har vi at kapasiteten er $n_{ef} \cdot F_{t,d}$ hvor n_{ef} er det effektive antall skruer, definert ved ligningen

$$n_{ef} = n^{0,9} = 2^{0,9} = 1,87 \quad (\text{ligning 8.41 i EK5-1})$$

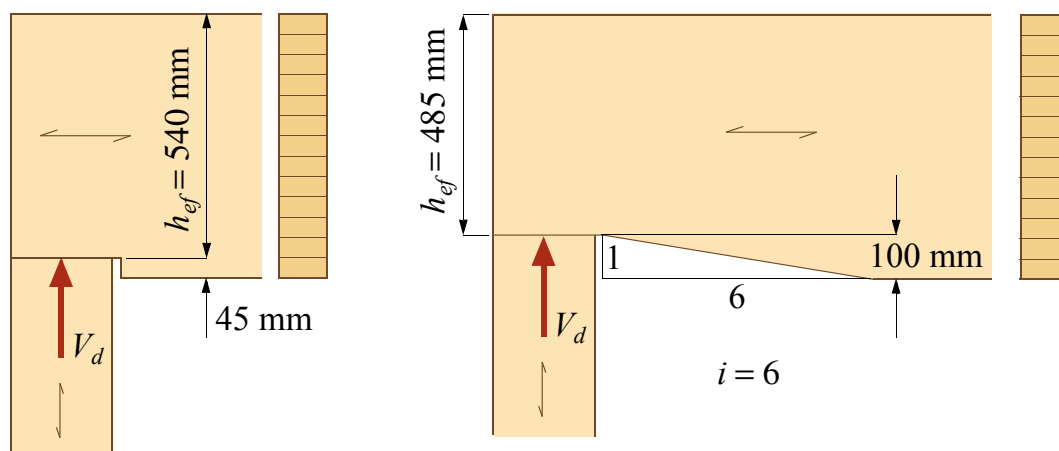
Vi er litt usikre på om denne reduksjonen av antallet skruer skal benyttes her, men ved å benytte den er vi på sikker side (og den endrer ikke resultatet).

Det gir følgende kapasitet

$$1,87 \cdot F_{t,d} = 18,7 \text{ kN} > F_{t,90,d} = 17 \text{ kN} \quad \text{OK}$$



Skjematisk illustrasjon av spenningsfordelingen ved hjørnet ("kjerven") i innsnittet, inklusive den resulterende strekkresultanten $F_{t,90}$ (som er resultatanten av den skraverte delen av skjærspenningen)



Utvendig forsterkning - pålimt limtreplate

Som forsterkningsplater kan benyttes kryssfinér, limtre eller parallellfinér (LVL). Vi velger her å benytte to like limtreplater, en på hver side av bjelken og med fiberretningen tvers på bjelkens fiberretning, se figur på motstående side. Siden de store tverrstrekkspenningene er begrenset til et lite området ved "kjer-ven", se motstående side, er det anbefalt at platens bredde (l_r) bør ligge mellom $0,25(h-h_{ef})$ og $0,5(h-h_{ef})$, dvs. mellom 38 og 75 mm. Vi velger den største anbefalte verdi, dvs. 75 mm.

For pålimte plater må en kontrollere både spenningen i limflaten og strekkspenningen i forsterkningsplaten.

Med en valgt platetykkelse $t_r = 20$ mm er dimensjonerende strekkspenning i forsterkningsplatene

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot l_r} = \frac{17000}{2 \cdot 20 \cdot 75} = 5,7 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende strekkfasthet for GL30c er

$$f_{t,0,d} = f_{t,0,k} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 19,5 \frac{0,8}{1,15} = 13,6 \text{ N/mm}^2$$

I henhold til ligning (5-6) i Limtreboka [1] er kontrollen:

$$\sigma_{t,d} \leq \frac{f_{t,d}}{k_k} \Rightarrow \frac{k_k \sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1,0$$

DIN EN 1995:1-1-1/NA angir at $k_k = 2,0$ kan benyttes uten videre verifikasjon:

$$\frac{k_k \sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{2,0 \cdot 5,7}{13,6} = 0,83 < 1,0 \quad \text{OK}$$

Ifølge Limtreboka [1], avsnitt 5.3.2, skal spenningen i limflaten beregnet som

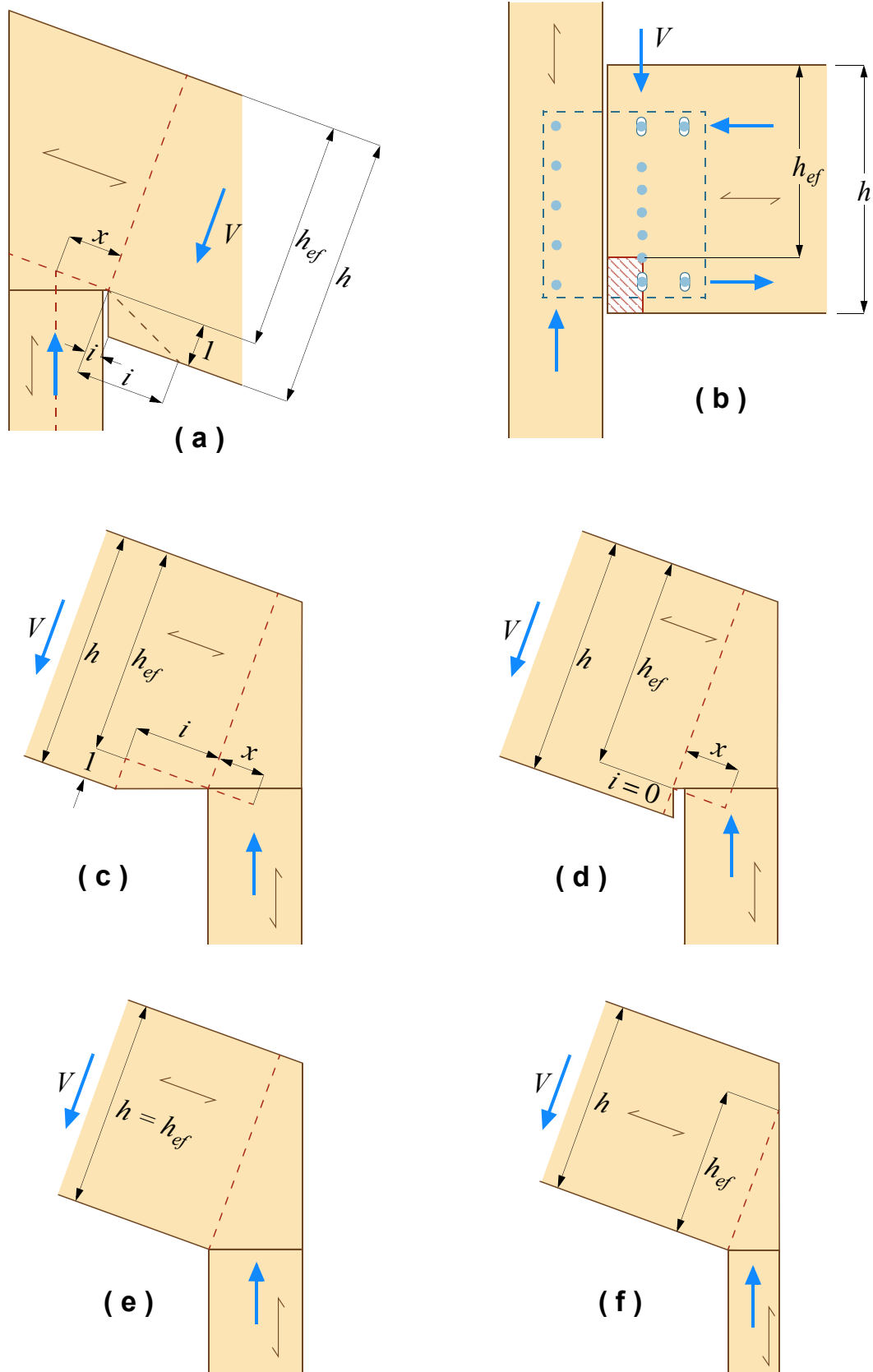
$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2(h-h_{ef})l_r} = \frac{17000}{2 \cdot 150 \cdot 75} = 0,76 \text{ N/mm}^2$$

være mindre eller lik en spenning $f_{k2,d}$. I henhold til ovennevnte DIN dokument kan en sette $f_{k2,k} = 0,75 \text{ N/mm}^2$ for godkjente limsystemer. Det gir en dimensjonerende verdi $f_{k2,d} = f_{k2,k} k_{mod} / \gamma_M = 0,75 \cdot 0,8 / 1,15 = 0,52 \text{ N/mm}^2$, og platen vår **holder ikke**. Se kommentar på neste side.

Kommentarer

I utgangspunktet bør en søke en løsning der man slipper å forsterke.

Med et 90 graders innsnitt, dvs. $i = 0$, vil vi finne at vi må ha $h_{ef} = 540$ mm om vi skal få dette til å holde uten forsterkning. Det gir et innhakk på bare 45 mm. Om en derimot skråskjærer sier standarden at med $i = 10$, som svarer til 5,7 grader, kan en se bort fra tverrstrekkst, dvs. k_v , kan settes lik 1,0. Om vi i vårt problem



Figur 16.2 Forskjellige typer innsnitt

benytter et innhakk på 100 mm, som gir $h_{ef} = 485$ mm, kan vi tillate en minste verdi på k_v lik 0,87 som tilsvarer $i = 6$ eller en skråningsvinkel på 9,5 grader.

Med den begrensning som DIN setter til platebredde og karakteristisk skjærfasthet i limfugen er det i vårt tilfelle ikke mulig å benytte utvendig plateforsterkning. Det gjelder uansett størrelsen på innsnittet; skjærkraften er for stor for denne løsningen. Så her er skruer (eventuelt innlimte bolter) eneste måte å forsterke på. Vi nevner at i det pågående arbeidet med å oppdatere Eurokode 5 ser det ut for at de forslagene fra DIN, som vi har benyttet her, kommer til å bli en integrert del av den nye standarden; det gjelder også kravene til platebredde og skjærfasthet i limfugen.

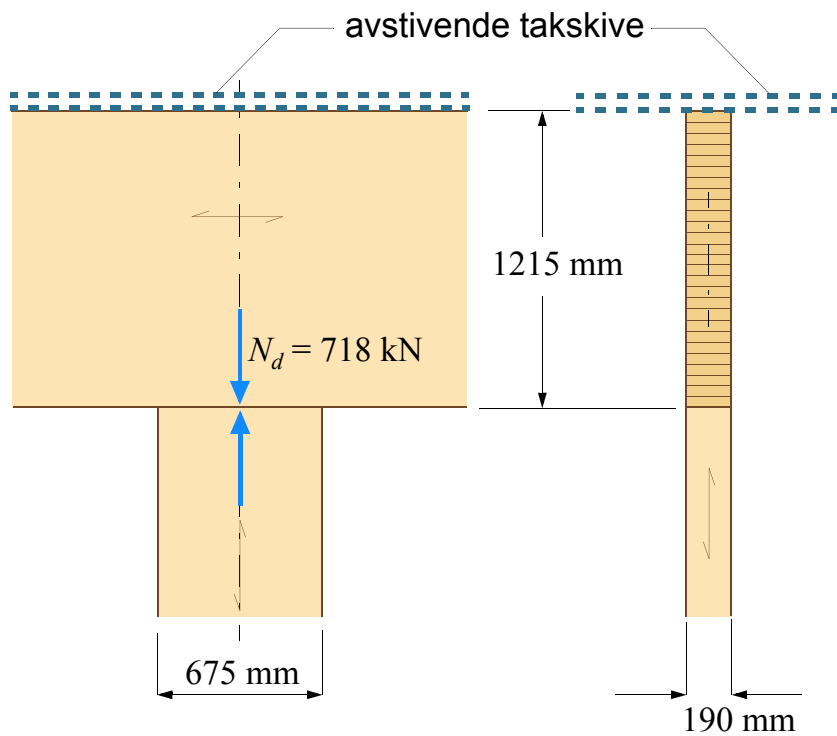
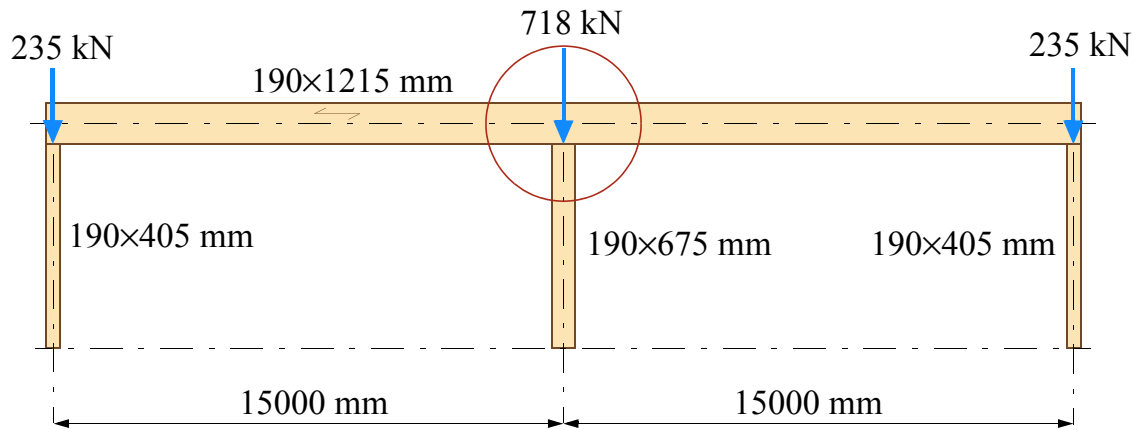
Figur 16.2 viser diverse andre opplegg av bjelker som kan/må betraktes som innsnitt, og hvordan standardens parametre (h , h_{ef} , x og i) blir å oppfatte.

Tilfellet **(b)**, hvor bjelken er festet til søylen ved hjelp av en eller flere innslittede stålplater og dybler, er litt spesielt; denne detaljen bør sannsynligvis kontrolleres som et innsnitt etter pkt. 6.5.2 i **EK5-1**, med $x = i = 0$. Alternativet er å betrakte dette som en "opphengslast" og kontrollere etter pkt. 8.1.4 i **EK5-1**. Den grundige ingeniør undersøker og tilfredsstiller begge. I tillegg må en selvsagt sørge for at en har tilstrekkelig dybelkapasitet.

De to siste tilfellene, **(e)** og **(f)**, er ikke å betrakte som innsnitt, dvs. her er faktoren $k_v = 1,0$, men tilfellet **(f)** har et mindre tverrsnitt (lavere h_{ef}) enn **(e)** til opptak av skjærkraften V .

For ordens skyld bør det bemerkes at vi fokuserer på skjærkraften V i figur 16.2; det kan også virke andre krefter.

Avslutningsvis nevner vi at dersom en må forsterke, men ikke må tilfredsstille visuelle krav (som favoriserer innvendig forsterkning), er utvendig forsterkning å foretrekke, forutsatt at den kan tilfredsstille kravene til platebredde og skjærfasthet i limfugen. En slik løsning benytter materialer med samme egenskaper, og den øker tverrsnittsbredden mens innvendig forsterkning reduserer den.



Figur 17.1 Forbindelse mellom bjelke og søyle; dette er bjelken i eksempel 3

Forsterkning av bjelkeopplegg

17.1 Oppgaven

Figur 17.1 viser bjelken fra eksempel 3, hvor vi fant at trykk normalt på bjelkens fiberretning overskrider kravene i **EK5-1**, både ved yttersøylene og innersøylen. Ved yttersøylene fant vi imidlertid at normaltrykket tilfredsstillende den "norske kontrollen" beskrevet i Rapport nr. 86 fra Norsk Treteknisk Institutt (se også endringsblad til det norske NA til **EK5-1**). For midtsøylen derimot vil heller ikke denne kontrollen tilfredsstillende, så her må en forsterke.

Oppgaven er å foreslå og kontrollere en forsterkningsløsning for midtsøylen som har tilfredsstillende kapasitet.

17.2 Forutsetninger og antakelser

Disse er de samme som for eksempel 3, dvs.

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse: Korttidslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

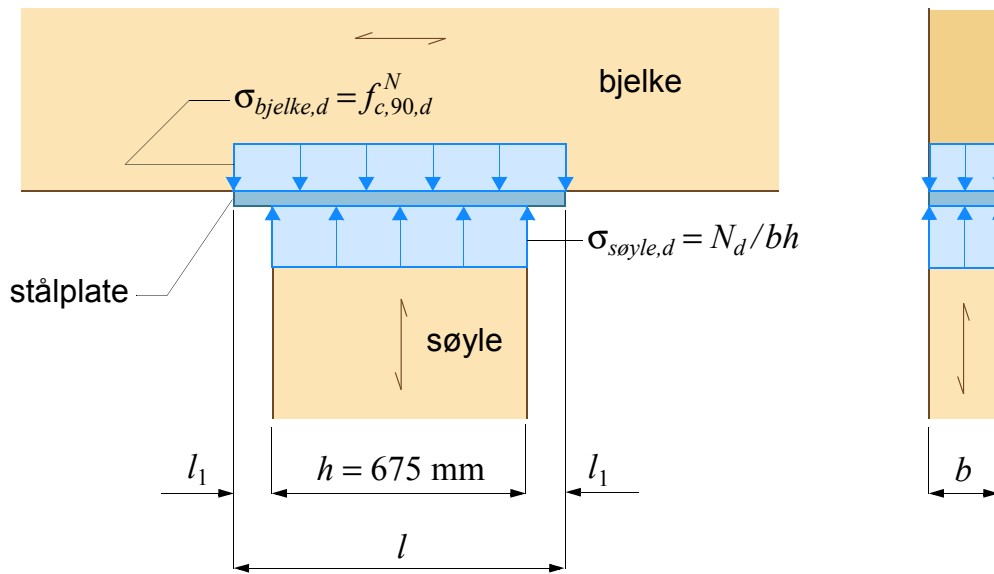
For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast gir tabell 7: $k_{mod} = 0,9$

Dimensjonerende trykkfasthet normalt på fiberretningen i henhold til **EK5-1**, se tabell 6, er:

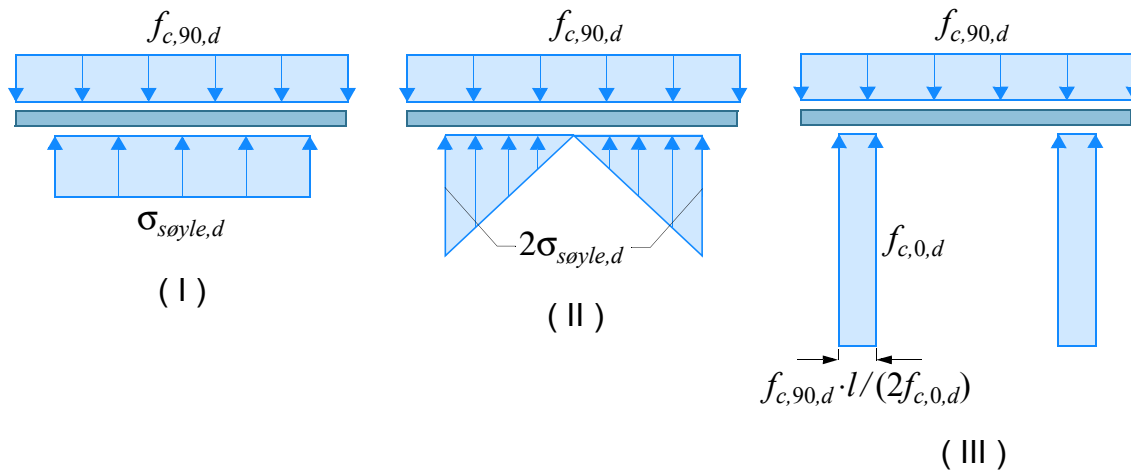
$$f_{c,90,d} = 2,5 \frac{0,9}{1,15} = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

I henhold til den norske kontrollen basert på Rapport nr. 86 fra Norsk Treteknisk Institutt, se eksempel 3, er:

$$f_{c,90,d}^N = f_{c,90,d}^* \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 5,5 \frac{0,9}{1,15} = 4,3 \text{ N/mm}^2$$



Mulige belastninger på stålplaten



Figur 17.2 Vanlig løsning av flatetrykksproblem

17.3 Tradisjonell løsning

Den vanligste måten å løse dette problemet på har vært å legge inn en passe stor stålplate mellom søylen og bjelken, se figur 17.2. Stålplaten må være stiv nok til at en kan anta at trykket mellom plate og bjelke er jevnt fordelt.

Går vi tilbake til eksempel 3 ser vi at platen må være lang dersom en skal tilfredsstillende kravet i **EK5-1** med hensyn til trykk normalt fibrene. En lang plate betyr en betydelig utkragerdel (l_1) og dermed stor tykkelse for å gi tilfredsstillende stivhet.

Den "norske" løsningen, basert på Rapport nr. 86 fra Norsk Tret teknisk Institutt, gir ingen begrensning på trykket normalt fibrene selv om opplagerlengden er lang (den har ingen 400 mm type begrensning). Denne metoden gir en vesentlig kortere platelengde l . Antar vi et jevnt fordelt trykk mellom plate og bjelke har vi følgende dimensjonerende spenning

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_d}{A_{net}} = \frac{718000}{190 \cdot l} \text{ N/mm}^2$$

Kravet er

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90}^* f_{c,90,d}^N} \leq 1,0$$

I vårt tilfelle er $k_{c,90}^* = 1,0$, og med den høyere verdien for $f_{c,90,d}^N$, gir det følgende minste tillatte platelengde:

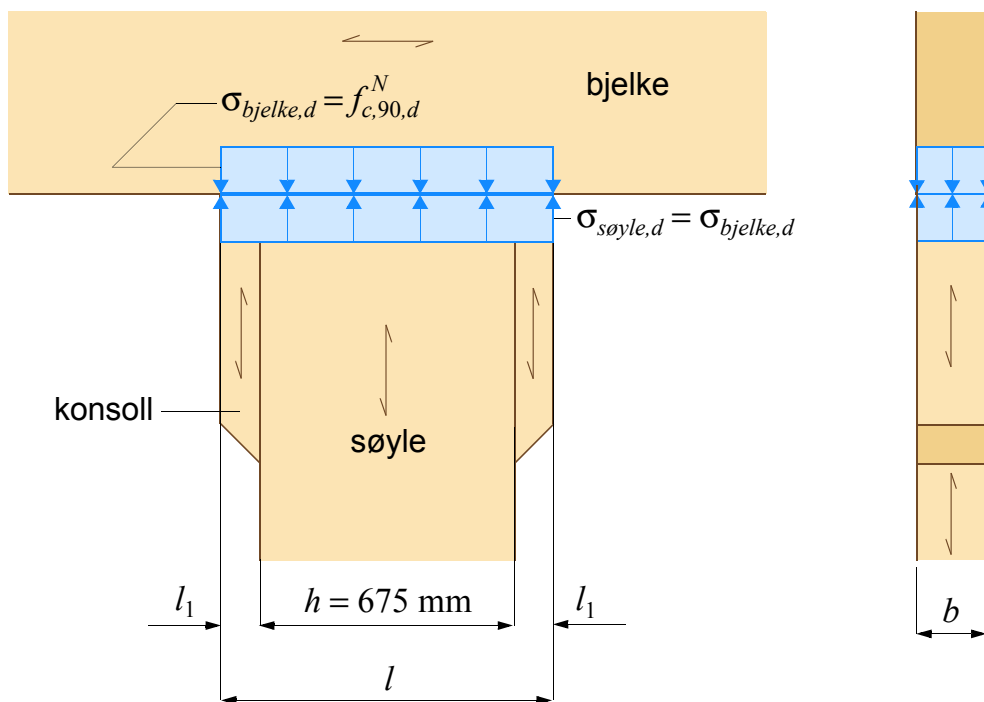
$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90}^* f_{c,90,d}^N} \leq 1,0 \quad \Rightarrow \quad \frac{718000 / (190 \cdot l)}{1,0 \cdot 4,3} = 1,0 \quad \Rightarrow \quad l = 880 \text{ mm}$$

Dette gir en utkragerlengde $l_1 = 102$ mm som er helt kurant, og som ikke krever spesielt stor platetykkelse. Figur 17.2 er, med unntak for platetykkelsen, tegnet i målestokk for dette tilfellet.

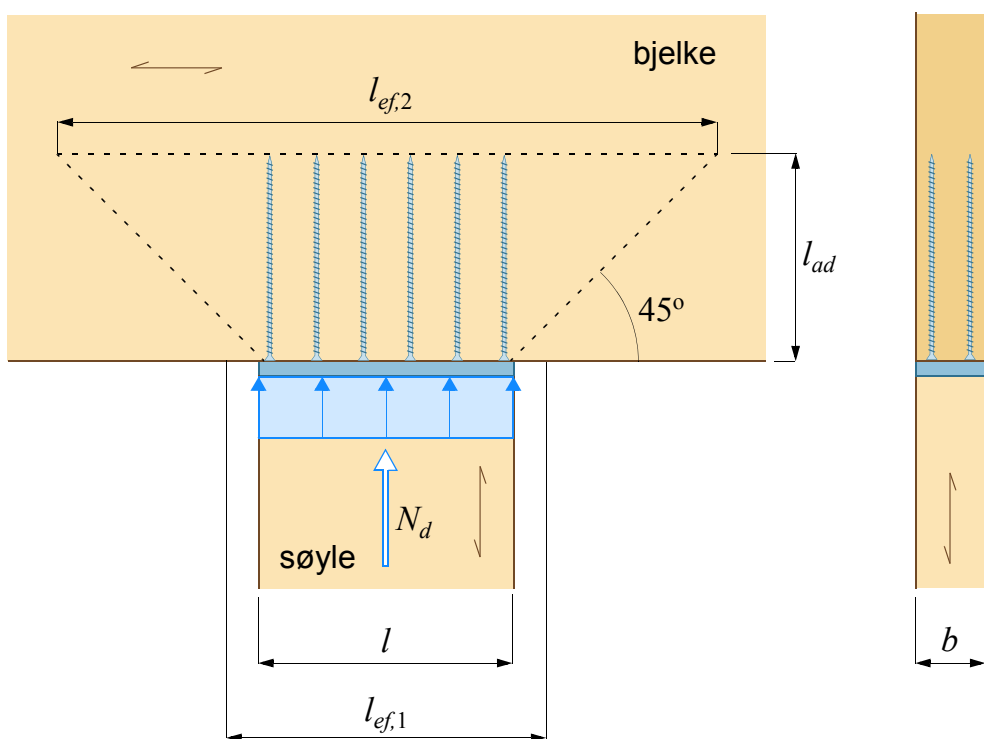
Det gjenstår å kontrollere stålplaten. Dette gjøres normalt ved å kontrollere platens momentkapasitet.

Nederst i figur 17.2 er vist tre forskjellige spenningsfordelinger mellom stålplaten og trevirket. Mot bjelken er spenningsfordelingen den samme og konstant for alle tre tilfellene. Mellom søyletopp og stålplate er imidlertid fordelingen ganske forskjellig i de tre tilfellene. Dersom platen er helt stiv er fordelingen (I) korrekt. Når platen bøyer seg litt kan fordelingen (II) være en bedre antakelse, og for en mykere plate kan den mest ekstreme fordeling (III) være nærmest den virkelige fordeling nedenfra, men da vil ikke et jevnt fordelt trykk fra bjelken mot platen være troverdig. Alle fordelingene må selvsagt tilfredsstillende vertikal likevekt.

Uansett spenningsfordeling vil den største bøyespenningen i stålplaten inntreffe i platens midtsnitt, og det vanlige er å ta utgangspunkt i spenningsfordeling (I). Denne spenningsfordelingen vil gi den største bøyespenningen i platens midtsnitt, og er den mest konservative antakelsen av de tre spenningsfordelingene.



Figur 17.3 Alternativ til stålplate – pålimte limtrekonsoller



Figur 17.4 Forsterkning via stålplate og selvboende skruer

Selve dimensjoneringen av stålplaten er et enkelt "stålproblem" som ligger utenfor vårt fokus.

Figur 17.3 viser et alternativ til stålplate. Ved å lime eller skru to limtrekonsoller til søyletoppen utvider vi denne slik at hele søylekraften (N_d) blir representert av en jevnt fordelt spenning som er akkurat lik bjelkens dimensjonerende trykkspenning normalt fibre.

Limfugen (eventuelt skruene) mellom søyle og konsoll må dimensjoneres for en kraft lik $f_{c,90,d} \cdot b \cdot l_1$. Denne kraften antas jevnt fordelt over limflaten, og dimensjonerende skjærfasthet bør sannsynligvis baseres på en karakteristisk fasthet lik $0,75 \text{ N/mm}^2$, på samme måte som utvendig pålimt plateforsterkning i eksempel 16.

17.4 Alternativ løsning med stålplate og skruer

Figur 17.4 viser en forsterkning hvor trevirket under stålplaten får hjelp av et antall helgjengede (og selvborende) skruer. Dette er en relativt ny måte å forsterke på som ikke er omtalt i dagens **EK5-1**; heller ikke Limtreboka [1] sier mye om denne metoden. Det foreligger imidlertid et utkast [5] til bestemmelser i neste versjon av Eurokode 5 som omhandler denne forsterkningsmetoden. Uten å gå i detalj skal vi dimensjonere vår forbindelse etter metoden slik den er formulert i [5]. Det bør presiseres at ved bruk av denne forsterkningsmetoden skal regelverket i **EK5-1** benyttes for trykkspenninger normalt fiberretningen; med andre ord, den alternative metoden angitt i NTI rapport 86 skal *ikke* brukes.

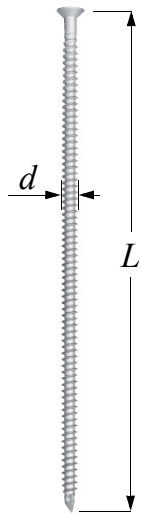
Med referanse til figur 17.3 må forsterkningen tilfredsstillende følgende to betingelser:

- 1) På den fiktive flaten $b \cdot l_{ef,2}$ må trykkspenningen normalt på fiberretningen ikke overstige $f_{c,90,d}$, dvs. $N_d \leq f_{c,90,d} \cdot b \cdot l_{ef,2}$.
- 2) Summen av kapasiteten til det effektive trevirket under stålplaten ($b \cdot l_{ef,1}$) og skruenes aksielle kapasitet må være større eller lik dimensjonerende aksialkraft (N_d) i søylen. Dette kravet kan vi formulere som:

$$k_{c,90} \cdot b \cdot l_{ef,1} \cdot f_{c,90,d} + n \cdot \min\{F_{ax,\alpha,Rd}; F_{b,Rd}\} \geq N_d \quad (17-1)$$

hvor

- faktoren $k_{c,90}$ er definert i avsnitt 6.1.5 i **EK5-1** (for limtre er $k_{c,90} = 1,75$ dersom $l < 400 \text{ mm}$, men for $l > 400 \text{ mm}$ er $k_{c,90} = 1,0$).
- $l_{ef,1}$ er effektiv lengde som også er definert i avsnitt 6.1.5 i **EK5-1**; for vårt tilfelle er $l_{ef,1} = l + 2 \cdot 30 \text{ mm}$.
- $F_{ax,\alpha,Rd}$ er dimensjonerende uttrekkskapasitet for en skrue som danner en vinkel α med fiberretningen.
- $F_{b,Rd}$ er dimensjonerende kapasitet til en skrue under trykkbelastning, med andre ord, dimensjonerende "knekklast".
- n er det totale antall skruer (som alle antas å være effektive).

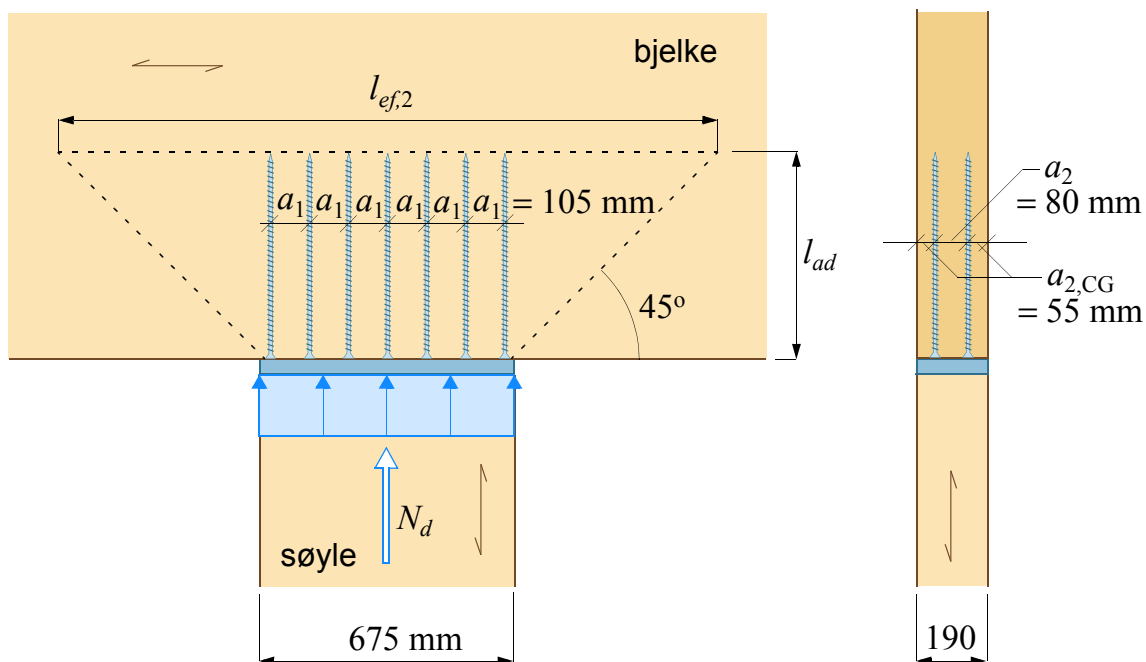


SFSintec system WR i henhold til ETA 12/0062:

For $L = 700$ mm og $d = 13$ mm er:

$$F_{ax,90,Rk} = 122 \text{ kN, og}$$

$$F_{b,Rk} = 34 \text{ kN} \Rightarrow F_{b,Rd} = \frac{F_{b,Rk}}{\gamma_{M2}} = \frac{34}{1,05} = 32 \text{ kN}$$



Minste avstander angitt i tabell 8.6 i EK5-1:

$$a_1 \geq 7d = 91 \text{ mm} \quad a_2 \geq 5d = 65 \text{ mm} \quad a_{2,CG} \geq 4d = 52 \text{ mm}$$

EK5-1 punkt 8.7.2 har formelverk for å bestemme karakteristisk uttrekkskapasitet til en aksialbelastet skrue (som også er inntrykkingskapasiteten), dvs. $F_{ax, \alpha, Rk}$. Derimot sier standarden lite om hvordan en skal bestemme skruens knekklast. Nå vil imidlertid de aller fleste skrueprodusenter oppgi verdier for både $F_{ax, \alpha, Rk}$ og $F_{b, Rk}$, basert på en såkalt ETA (European Technical Assessment, en europeisk teknisk godkjenningsordning).

Tilbake til vår forsterkning kan vi enkelt bestemme den lengde $l_{ef,2}$ som trengs for å tilfredsstillе den første betingelsen:

$$\sigma_{c, 90, d} = \frac{N_d}{b \cdot l_{ef, 2}} = f_{c, 90, d} \Rightarrow l_{ef, 2} = \frac{N_d}{b \cdot f_{c, 90, d}} = \frac{718000}{190 \cdot 2,0} = 1890 \text{ mm}$$

Nødvendig skruelengde l_{ad} blir dermed (merk at det er avstanden mellom de ytterste skruene, som antas å være plassert 20 mm fra platekanten, og ikke stålplatelengden, som legges til grunn):

$$2l_{ad} + l - 2 \cdot 20 = l_{ef,2} \Rightarrow l_{ad} = 0,5(1890 - 675 + 40) = 628 \text{ mm}$$

Fra ligning (17-1) finner vi hvor mye skruene må bidra med for at vi skal kunne tilfredsstillе betingelse 2:

$$n \cdot \min\{F_{ax, \alpha, Rd} ; F_{b, Rd}\} = N_d - k_{c, 90} \cdot b \cdot l_{ef, 1} \cdot f_{c, 90, d} = 718000 - 190 \cdot 735 \cdot 2,0$$

$$n \cdot \min\{F_{ax, \alpha, Rd} ; F_{b, Rd}\} = 438700 \text{ N} = 440 \text{ kN}$$

På motstående side er vist en skruteype (fra SFSintec) som kan være aktuell å benytte her. Som vi ser er det veldig stor forskjell på uttrekkskapasiteten og knekkkapasiteten. Sistnevnte er meget lav, og den er den samme for alle oppgitte skruelengder (som går fra 400 til 1000 mm). For å tilfredsstillе betingelse nr. 2 trenger vi altså $440/32 = 13,37$, dvs. hele 14 skruer. Disse plasseres i 2 rekker med innbyrdes avstand 80 mm, og med en avstand mellom skruene i fiberretningen lik 105 mm, se figur på motstående side.

Kommentarer

Mye av problemet med måten Eurokoden behandler trykk normalt på fibre er knyttet til faktoren $k_{c,90}$ som går fra 1,75 til 1,0 når oppleggslengden l passerer 400 mm. Ved oppleggslengder over 400 mm er den "norske" løsningen, som er både enkel og rimelig, klart å foretrekke. For oppleggslengder mindre enn 400 mm kan forsterkning med skruer være aktuelt.

Det er verdt å merke seg at for de lengre skruene er det knekking som blir bestemmende for kapasiteten, og knekkkapasiteten er konstant for lengder over en viss størrelse. Med dagens regler i **EK5-1**, med hensyn til trykk normalt fiberretningen, er forsterkning ved hjelp av stålplate og skruer neppe et godt alternativt dersom nødvendig $l_{ef,2}$ er vesentlig større enn l . Metoden har dessuten den svakhet at skruene svekker bjelkens tverrsnitt i underkant.

I forslaget [5] angis følgende formel for nødvendig platetykkelse t i mm:

$$t \geq \text{maks} \left\{ 5,0 ; 1,45 \cdot \sqrt{\frac{F_{c, \alpha, Ed}}{f_{y, d}}} \right\} \text{ (i mm)}$$

hvor

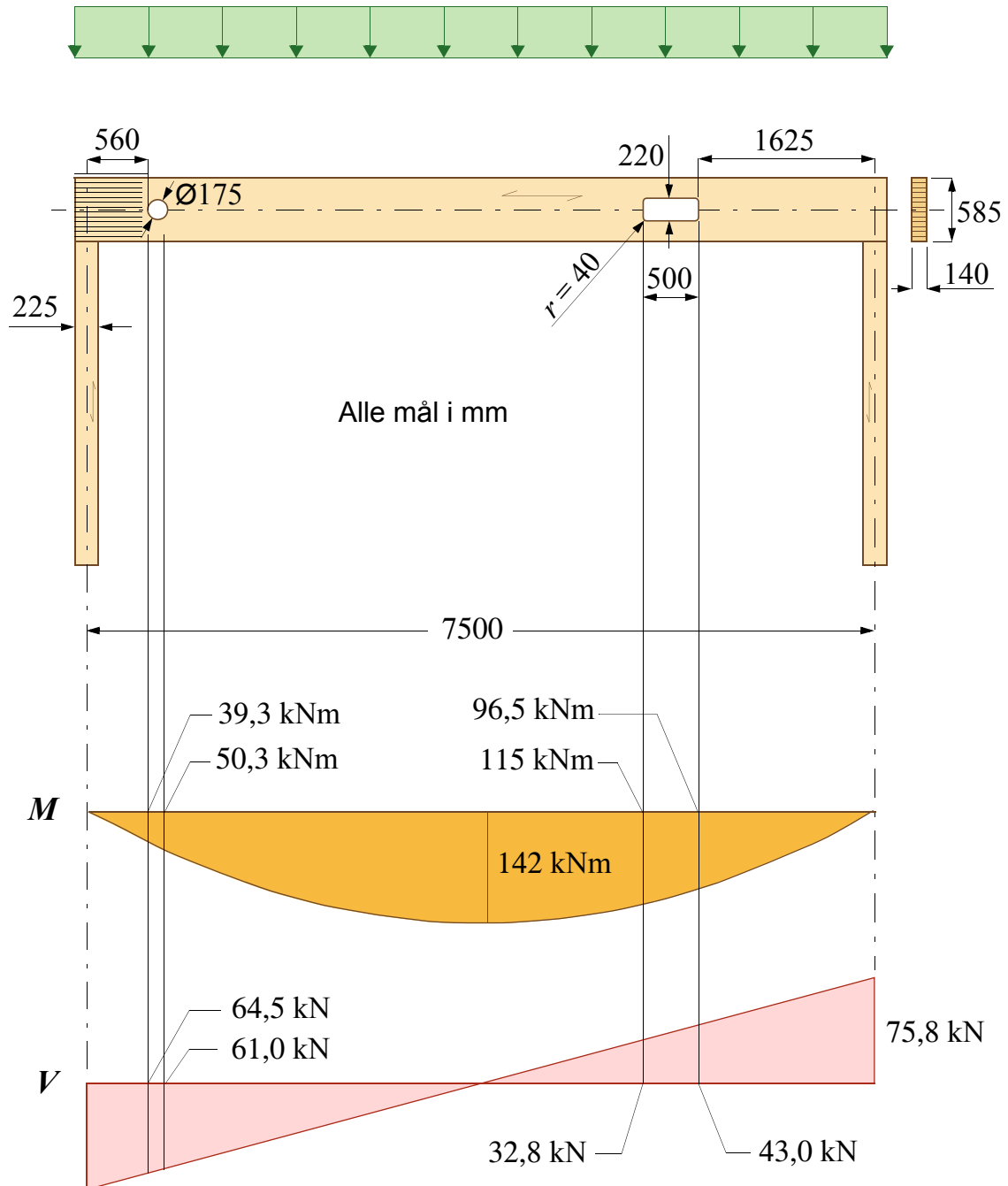
$F_{c, \alpha, Ed}$ er dimensjonerende trykkraft i *en* skrue, i N;

$f_{y, d}$ er stålets dimensjonerende flytespenning i N/mm².

EKSEMPEL 17 - Forsterkning av bjelkeopplegg

I forslaget [5] er det angitt nødvendig tykkelse på stålplaten, se motstående side. Denne informasjonen kan en også ofte finne hos skru produsentene. Videre anbefaler [5] skruer med flatt hode, og at disse skrues inn slik at de er i flukt ("flush") med bjelkens overflate. For at trevirket skal ta sin del av belastningen virker det mer logisk å trekke skruene litt inn i bjelken (0,5 – 1 mm).

$p_d = 20,2 \text{ kN/m}$ - dimensjonerende last i bruddgrensetilstand



Figur 18.1 Bjelke med hull

Forsterkning av bjelke med hull

18.1 Oppgaven

Figur 18.1 viser den fritt opplagte bjelken fra eksempel 1, men nå med to hull, et sirkulært hull i nærheten av opplegget, og et rektangulært hull i nærheten av bjelkens fjerdedelsspunkt. Det sirkulære hullet ligger i en sone med betydelig skjærkraft, men med et beskjedent bøyemoment. Det firkantede hullet ligger i en sone med både bøyemoment og skjærkraft.

Som ved innsnitt kan forsterkning ved hull utføres “innvendig” ved hjelp av skruer, gjengestenger eller innlimte bolter, eller “utvendig” ved å lime trebaserte plater på begge sider av bjelken. Her skal vi benytte skruer ved det sirkulære hullet og kryssfiner-plater ved det firkantede hullet.

Oppgaven er å dimensjonere forsterkningene og å kontrollere resttverrsnittene. Dagens standard har ingen bestemmelser knyttet til hulltaking, og vi vil derfor benytte regler/metoder foreslått i Limtreboka [1]; disse er hentet fra det tyske nasjonale tillegget til Eurokode 5 (DIN EN 1995-1-1/NA). Det ser ut som om disse bestemmelsene kan være på vei inn i neste versjon av Eurokode 5. Det foreligger nemlig et forslag [5] til bestemmelser på dette området som bygger på det samme grunnlagsmaterialet som Limtreboka. Hvor Limtreboka har bestemmelser benytter vi disse.

18.2 Forutsetninger og antakelser

Disse er de samme som for eksempel 1, dvs.

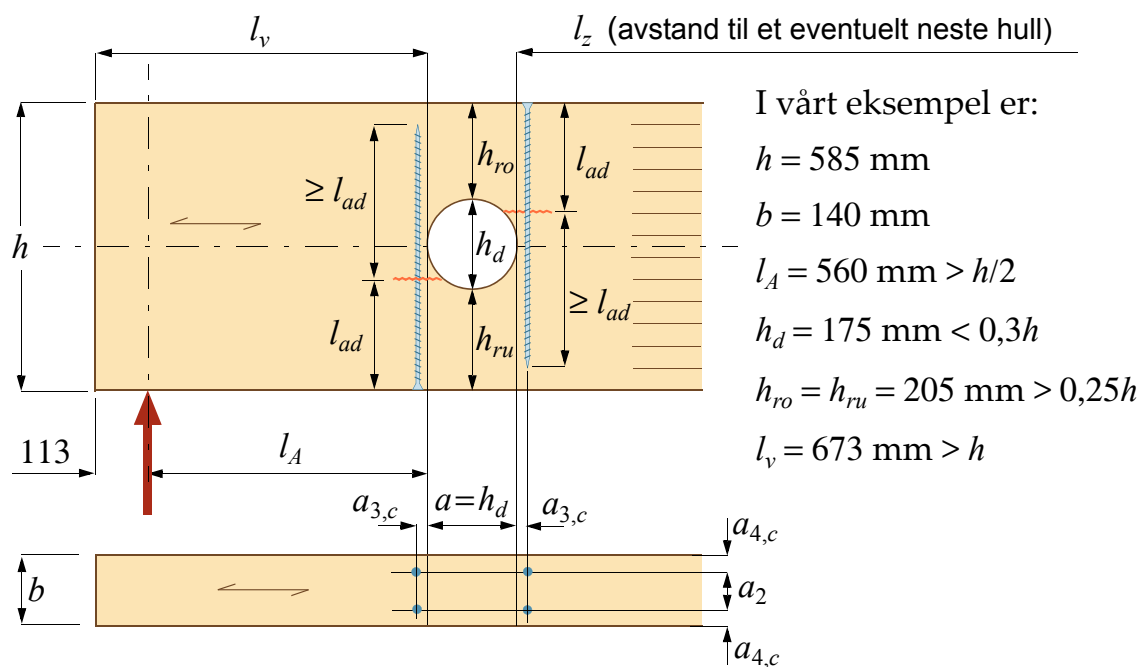
Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for nyttelasten: Halvårslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

For kombinasjonen klimaklasse 1 og halvårslast gir tabell 7: $k_{mod} = 0,8$

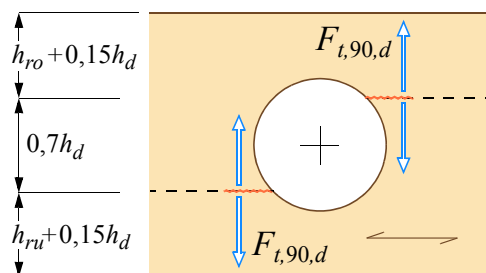


Avstander: $a_2 \geq 3d$; $4d \geq a_{3,c} \geq 2,5d$; $a_{4,c} \geq 2,5d$

Største og minste dimensjoner av forsterkede hull i bjelker med rektangulære tverrsnitt, i henhold til Limtreboka [1] og ref. [5]:

					indre forsterkning
$l_v \geq h$	$l_z \geq h$ og minst 300 mm	$l_A \geq h/2$	$h_{ro} \geq 0,25h$ $h_{ru} \geq 0,25h$	$a \leq h$ $a/h_d \leq 2,5h$	$h_d \leq 0,3h$ $h_d \leq 0,4h$
					ytre forsterkning

Figur 18.2 Bjelke med forsterket sirkulært hull - betegnelser og dimensjoner



Dimensjonerende fastheter

Dimensjonerende fastheter, basert på de karakteristiske fasthetene i tabell 6, er:

$$f_{m,d} = 30 \frac{1,0 \cdot 0,8}{1,15} = 21 \text{ N/mm}^2 \quad (k_h = 1,0)$$

$$f_{t,90,d} = 0,5 \frac{0,8}{1,15} = 0,35 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 3,5 \frac{0,8}{1,15} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

18.3 Laster

Lastene er de samme som for eksempel 1. Figur 18.1 viser den dimensjonerende lasten i bruddgrensetilstanden, nemlig en jevnt fordelt last $p_d = 20,2 \text{ kN/m}$, samt bøyemomentene og skjærkreftene som denne lasten gir.

18.4 Sirkulært hull i nærheten av opplegg

På motstående side er vist et sirkulært hull i en limtrebjelke med rektangulært tverrsnitt. Notasjon og angitte største og minste dimensjoner man bør holde seg innenfor er hentet fra [5]; grenseverdiene stemmer med de verdier som er angitt i Limtreboka [1].

Dimensjonene for vårt eksempel er vist ved siden av figuren. Vi ser at de ligger godt innenfor de anbefalte grenseverdier.

Antatt sannsynlig plassering av mulig oppsprekking på grunn av strekk tvers på fiberretningen er også vist på motstående side.

Kraften $F_{t,90,d}$ som forsterkningen må dimensjoneres for bestemmes som følger:

$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d}$$

hvor

$$F_{t,V,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4h} \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) \quad \text{og} \quad F_{t,M,d} = 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r}$$

For sirkulært hull er $h_r = \min\{h_{ro} + 0,15h_d; h_{ru} + 0,15h_d\} = 231 \text{ mm}$

V_d og M_d er henholdsvis skjærkraft og moment ved hullets kant. Med verdiene gitt på motstående side og i figur 18.1, finner vi

$$F_{t,90,d} = 14,0 + 1,4 = 15 \text{ kN ved kanten nærmest opplegget, og}$$

$$F_{t,90,d} = 13,3 + 1,7 = 15 \text{ kN ved kanten lengst fra opplegget.}$$

Lengden, l_{ad} , fra bjelkekant til en eventuell "sprekk" er

$$l_{ad} = h_{ru} + 0,15h_d = 205 + 0,15 \cdot 175 = 231 \text{ mm}$$

MERK:

Med hensyn til indre forsterkning har Limtreboka [1] betsemmelser for innlimte bolter, men ikke for skruer. Forskjellen er liten, men hvor det er forskjell, eller hvor Limtreboka ikke har bestemmelser, benytter vi bestemmelsene fra forslaget [5].

$$k_d = \min \{ d/8 ; 1,0 \} \quad (d \text{ i mm})$$

For å få tilstrekkelig lang forankringslengde, se figur 18.2, må vi ha en skrue som er minst 462 mm lang. Vi velger selvboende skruer av typen SPAX.

En helgjenget skrue med lengde 500 mm og utvendig diameter 10 mm har en karakteristisk strekkstyrke, hentet fra skruens ETA, som er

$$F_{t,s,k} = 28 \text{ kN}$$

Med effektiv forankringslengde $l_{ad} = 231$ mm har skruen følgende karakteristiske uttrekksparameter (ligning 8.39 i EK5-1):

$$f_{ax,k} = 0,52 \cdot d^{-0,5} l_{ad}^{-0,1} \rho_k^{0,8} = 0,52 \cdot 10^{-0,5} \cdot 231^{-0,1} \cdot 390^{0,8} = 11 \text{ N/mm}^2$$

Skruens karakteristiske uttrekkskapasitet er gitt ved (ligning 8.38 i EK5-1):

$$F_{ax,0,k} = \frac{f_{ax,k} \cdot d \cdot l_{ad} \cdot k_d}{1,2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 231 \cdot 1}{1} = 25 \text{ kN}$$

Skruens dimensjonerende uttrekkskapasitet:

$$F_{t,d} = \min\left(\frac{F_{ax,0,k} \cdot k_{mod}}{\gamma_{Mc}}, \frac{F_{t,s,k}}{\gamma_{M2}}\right) = \min\left(\frac{25 \cdot 0,8}{1,3}, \frac{28}{1,25}\right) = 15 \text{ kN}$$

Denne kapasiteten er lik den største verdien av kraften $F_{t,90,d}$ som forsterkningen skal ta opp (15 kN), slik at

1 (en) helgjenget skrue med lengde 500 mm og utvendig diameter 10 mm på hver side av hullet er tilstrekkelig forsterkning.

Skruene plasseres med en avstand ($a_{3,c}$) lik 30 mm fra hullkanten; kravet er at $4d \geq a_{3,c} \geq 2,5d$ (se figur 18.2). Dette avstandskravet indikerer at kun en rekke med skruer (i retning normalt på bjelkeaksen) er effektiv forsterkning.

Momentet ved det sirkulære hullet er så lite at det er unødvendig å kontrollere restverrsnittets momentkapasitet.

I komponenter med hull og *indre* forsterkning, i form av stavforbindere (innlimte bolter, skruer, gjengestenger), vil det også oppstå konsentrasjoner av skjærspenninger i nærheten av hull, og i forslaget [5] foreslås det at

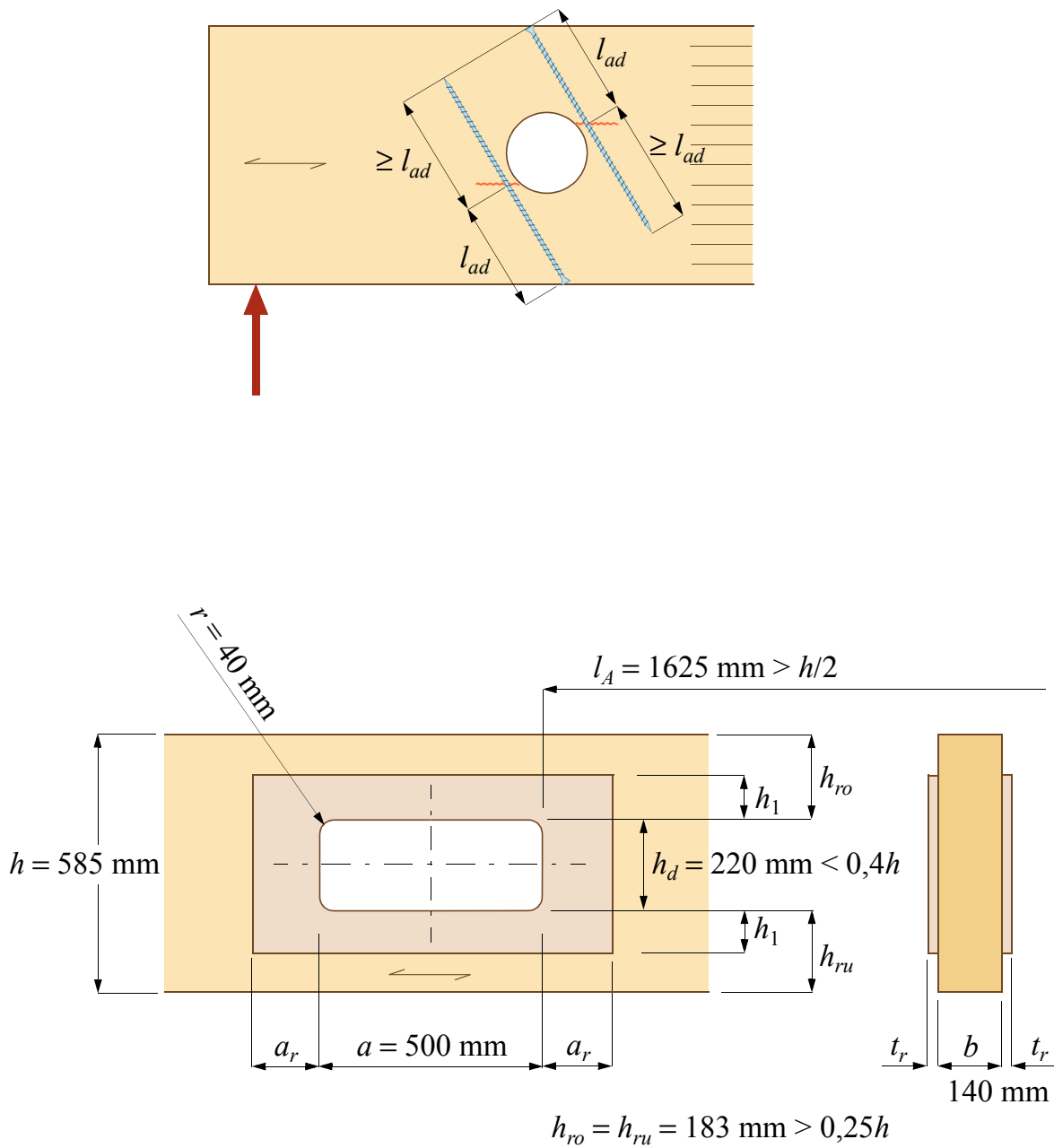
$$\tau_{maks} = \kappa_{maks} \cdot \frac{1,5 V_d}{b_{ef}(h - h_d)} \leq f_{v,d} \quad \text{hvor} \quad \kappa_{maks} = 1,84 \left(1 + \frac{a}{h}\right) \left(\frac{h_d}{h}\right)^{0,2}$$

Tilsvarende formler er skrevet litt annerledes i Limtreboka (i lign. 5-14), men de gir samme svar.

For runde hull kan h_d her settes lik $0,7h_d$. Det gir

$$\kappa_{maks} = 1,84 \left(1 + \frac{175}{585}\right) \left(\frac{0,7 \cdot 175}{585}\right)^{0,2} = 1,84 \cdot 1,3 \cdot 0,73 = 1,75$$

og



Krav til avstander: $0,25 \cdot a \leq a_r \leq 0,3(h_d + h)$; $h_1 \geq 0,25a$; $r > 15 \text{ mm}$; $t_r > 10 \text{ mm}$

Figur 18.3 Bjelke med forsterket rektangulært hull - mål og betegnelser

$$\tau_{maks} = 1,75 \cdot \frac{1,5 \cdot 64500}{(0,8 \cdot 140)(585 - 175)} = 3,7 > 2,4 \text{ N/mm}^2 \quad \text{ikke OK}$$

Kravet til τ_{maks} er i [5] ikke knyttet til skruenes kapasitet, og det sies eksplisitt at indre forsterkning normalt på fiberretningen ikke bør benyttes i områder med stor skjærkraft - kontrollen ovenfor bekrefter dette. Det antydes at skruene (evnt. innlimte bolter) med fordel kan føres inn på skrå, som vist på motstående side, uten at det gis noen anvisning på hvordan dette påvirker dimensjoneringen.

Konklusjonen her blir at vi, i henhold til det som foreligger av aksepterte/foreslåtte metoder, ikke kan forsterke det sirkulære hullet med skruer uten å flytte hullet nærmere midten av bjelken. Den største skjærkraften vi kan tillate om vi skal tilfredsstillere kravet til τ_{maks} er 42 kN (se figur 18.1).

Et sirkulært hull med størrelse og plassering som vist i figur 18.1 bør sannsynligvis forsterkes med utvendige plater. Vi utfører ikke en dimensjonering av en slik forsterkning her for det runde hullet, men viser hvordan den kan utføres for det firkantede hullet i figur 18.1.

18.5 Firkantet hull i sone med både moment og skjærkraft

Det firkantede hullet i figur 18.1 er vist i detalj i figur 18.3 sammen med pålimte forsterkningsplater på hver side. Hullet er plassert midt i bjelkehøyden.

Kraften $F_{t,90,d}$ som forsterkningen må dimensjoneres for bestemmes etter den samme formel som for det runde hullet ovenfor.

For rektangulære hull er $h_r = \min\{h_{ro}; h_{ru}\}$. Med skjærkraft- og momentverdier som angitt i figur 18.1 finner vi:

$$F_{t,90,d} = 8,8 + 5,0 = 14 \text{ kN ved kanten nærmest midten, og}$$

$$F_{t,90,d} = 11,6 + 4,2 = 16 \text{ kN ved kanten nærmest opplegget.}$$

For pålimte (like) plater på begge sider av bjelken skal det i henhold til Limtreboka [1], ligning (5-16), kontrolleres at spenningen i limflaten τ_{ef} , som antas jevnt fordelt, tilfredsstiller følgende krav:

$$\tau_{ef} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{ad}} \leq f_{k,2} \quad \text{hvor}$$

$F_{t,90,d}$ er den største av verdiene ovenfor, dvs. $F_{t,90,d} = 16 \text{ kN}$,

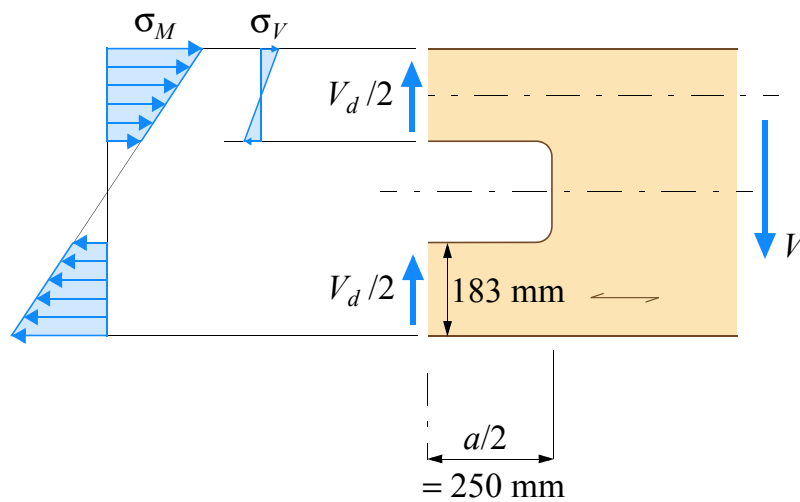
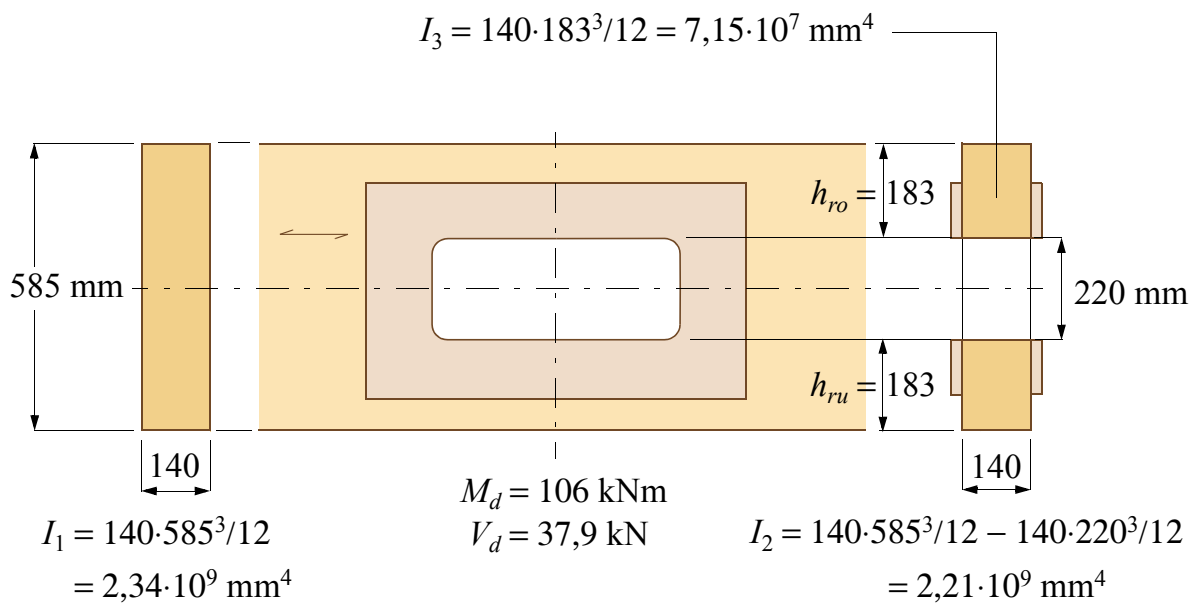
a_r er effektiv lengde av forsterkningsplaten, se figur 18.3,

$h_{ad} = h_1$ for et rektangulært hull, se figur 18.3, og

$f_{k,2}$ er karakteristisk skjærfasthet til limflaten;

for godkjente limsystem kan denne settes lik $0,75 \text{ N/mm}^2$.

Dimensjonerende skjærfasthet: $f_{k,2,d} = f_{k,2} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 0,75 \cdot \frac{0,8}{1,15} = 0,52 \text{ N/mm}^2$



Platestørrelsen bestemmes av a_r og h_1 . Dersom vi velger $h_1 = 125$ mm, som er minste tillatte verdi, så kan vi bestemme minste tillatte verdi for a_r fra ligningen ovenfor:

$$a_r \geq \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot f_{k,2,d} \cdot h_1} = \frac{16000}{2 \cdot 0,52 \cdot 125} = 123 \text{ mm}$$

Velger $a_r = 125$ mm, som er minste tillatte størrelse (se figur 18.3) og $h_1 = 125$ mm; det gir en platestørrelse på 750×470 mm.

Som platemateriale velger vi 15 mm tykk kryssfinér av gran. I henhold til teknisk godkjenning fra SINTEF - nr. 2059 (for kryssfinér fra Finnforest) - har en slik plate (med 5 lag finér) en karakteristisk strekkfasthet i fiberretningen som er

$$f_{t,0,k} = 18 \cdot 3/5 = 11 \text{ N/mm}^2$$

Dimensjonerende fasthet blir:

$$f_{t,0,d} = 11 \frac{0,8}{1,15} = 7,7 \text{ N/mm}^2$$

Strekkspenningen σ_t i platematerialet skal tilfredsstillere uttrykket

$$\sigma_t = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot a_r} \leq \frac{f_{t,0,d}}{k_k} \quad (\text{lign. 5-17 i Limtreboka})$$

Ifølge Limtreboka [1] kan faktoren k_k settes lik 2,0 uten videre verifikasjon:

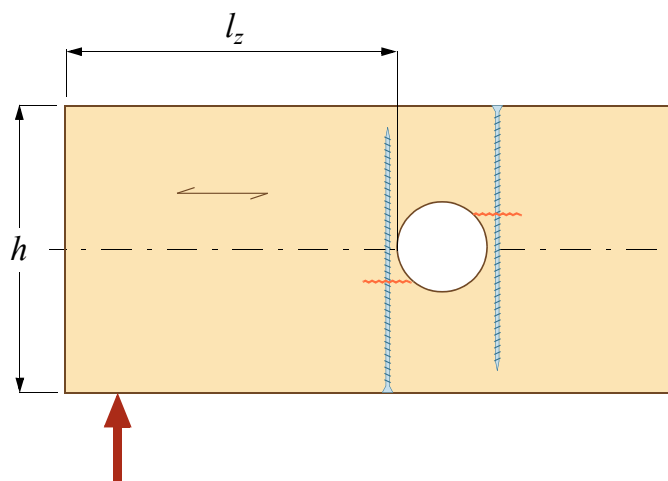
$$\sigma_t = \frac{16000}{2 \cdot 15 \cdot 125} = 4,3 > \frac{f_{t,0,d}}{k_k} = \frac{7,7}{2} = 3,9 \quad \text{ikke OK}$$

For å sikre platen tilstrekkelig strekkfasthet må vi øke a_r til 140 mm; det gir en platestørrelse på 780×470 mm.

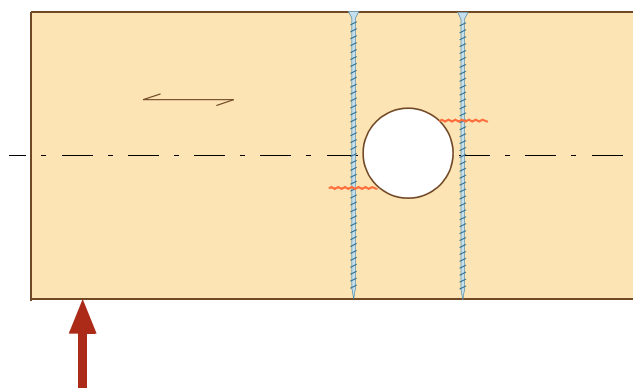
Det er noe uklart om en også må kontrollere aksialspenningen (på grunn av bøyning) og skjærspenningen i "restverrsnittet" over og under hullet, når hullet er forsterket med pålimte plater. Det er heller ikke uten videre klart hvordan en slik kontroll skal/bør utføres. Med henvisning til figuren på motstående side samt figur 19.1 foreslår vi følgende tilnærmede metode:

Vi ser bort fra platene og definerer dimensjonerende moment (M_d) og skjærkraft (V_d) som verdiene midt i hullet; vi ser også bort fra den ytre lasten over hullet. Dimensjonerende bøyespenning får bidrag både fra M_d (virkende på "restverrsnittet") og fra skjærkraften $V_d/2$ (virkende på "bjelken" over og under hullet), dvs.

$$\begin{aligned} \sigma_{m,d} &= \sigma_M + \sigma_V = \frac{M_d}{I_2} \cdot \frac{h}{2} + \frac{(V_d/2)(a/2)}{I_3} \cdot \frac{h_{ro}}{2} && \text{OK} \\ &= \frac{106 \cdot 10^6}{2,21 \cdot 10^9} \cdot \frac{585}{2} + \frac{19000 \cdot 250}{7,15 \cdot 10^7} \cdot \frac{183}{2} = 14 + 6,1 = 20 < f_{m,d} = 21 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$



Skal forsterkningen fungere som forutsatt må denne bjelken ligge som vist – den har en overside og en underside.



Her vil forsterkningen fungere tilnærmet likt, uansett hvilken side som vender opp.

Bidraget σ_V fra skjærkraften $V_d/2$ er ikke "statisk" godt fundert; vi har her fulgt vanlig praksis, som er konservativ.

Ved å anta at skjærspenningen i resttverrsnittet varierer som over et vanlig rektangulært tverrsnitt, dvs. som en parabel, finner vi

$$\tau_{v,d} = \frac{1,5 \cdot (V_d/2)}{k_{cr} \cdot b \cdot h_{ro}} = \frac{1,5 \cdot 19000}{0,8 \cdot 140 \cdot 183} = 1,4 < f_{v,d} = 2,4 \text{ N/mm}^2 \quad \text{OK}$$

Konsentrasjon av skjærspenninger som oppstår ved bruk av indre forsterkning anses ikke å være et problem ved utvendig plateforsterkning.

Kommentarer

Hulltaking i limtrebjelker skaper problemer som vi per i dag ikke har gode løsninger på, og det vi har, og sannsynligvis vil få i neste versjon av Eurokode 5, er relativt komplisert å anvende i praktisk dimensjonering. Den klare anbefaling er: søk løsninger som i minst mulig grad krever hull.

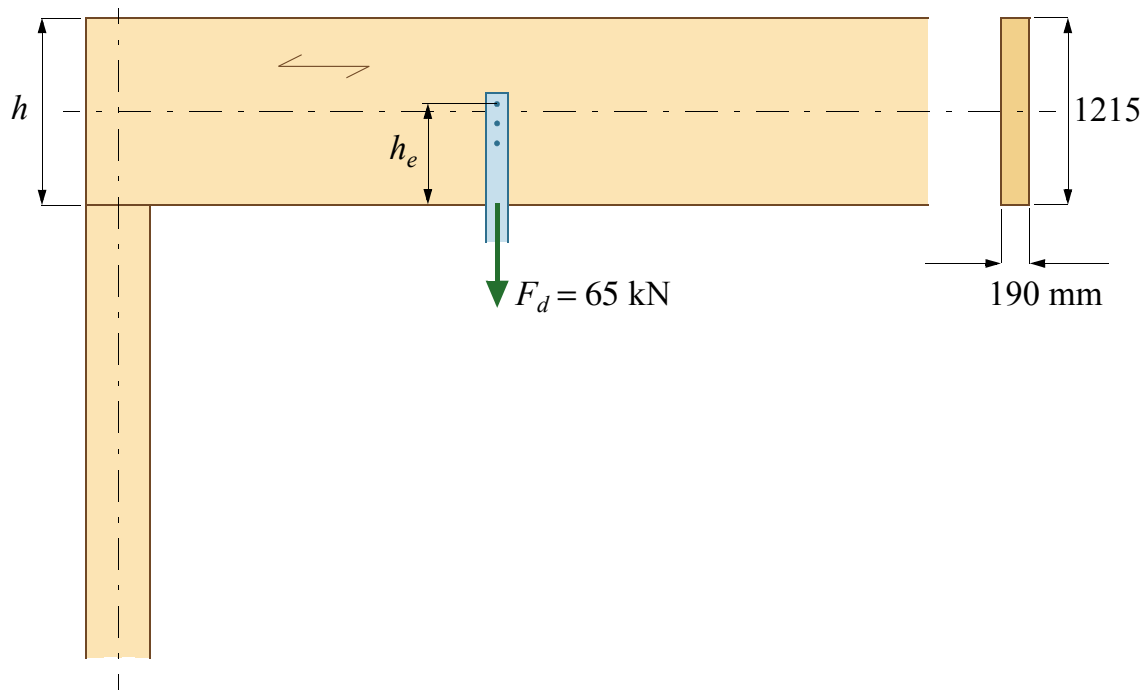
Hull skal ikke forekomme i klimaklasse 3 eller i konstruksjoner utsatt for tverrestrekk. Nødvendige hull bør, så langt det er mulig, plasseres symmetrisk om nøytralaksen, og en bør unngå å plassere hull i områder med stor påkjenning, spesielt i områder med store skjærkrefter.

Limtreboka [1] og forslaget til bestemmelser i Eurokode 5 [5] gir en del regler for størrelse og plassering av hull, se figur 18.2. Avstand fra ende bjelke til hull er satt til $l_z > h$. Faren for tørkesprekker mellom hull og ende tilsier at denne avstanden bør være større – i NS 3470 var kravet den største verdien av $2h$ og $L/10$.

Det er også en god regel at endevend i forbindelse med hull beskyttes mot fukt-opptak og uttørking. Dette kan gjøres ved å overflatebehandle endevenden med epoxy-maling eller tilsvarende.

Hulltaking og eventuell forsterkning bør utføres i fabrikk. Den løsningen vi har vist i figur 18.2, hvor skruene er dratt inn fra begge sider, er problematisk i den forstand at bjelken må legges med riktig side opp. Det åpner for feil på byggeplass. Det er bedre å trekke skruene (evnt. innlimte bolter) inn fra samme side, se figur på motstående side, men for at forsterkningen skal virke like godt, uansett hvilken vei bjelken legges, bør skruene/boltene dekke hele bjelkehøyden.

I valget mellom innvendig forsterkning med skruer (evnt. innlimte bolter) eller utvendig forsterkning med pålimte plater, heller vi mot sistnevnte. Lange skruer kan føre til "stygge" sprekker fremkalt av fuktinduserte deformasjoner i trevirket. Dessuten svekker skruene/boltene tverrsnittet, mens platene styrker tverrsnittene.



Figur 19.1 Innhengt last i limtrebjelke

Innhengt last i limtrebjelke

19.1 Oppgaven

Figur 19.1 viser en del av en limtrebjelke med gitte dimensjoner som bærer en innhengt konsentrert last (fra f.eks. en kranbane). Den konsentrerte lasten er festet til bjelken ved hjelp av bolter og to utvendige stållasker.

Oppgaven er kun å dimensjonere og kontrollere selve forbindelsen mellom last og bjelke.

19.2 Forutsetninger og antakelser

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Bolter: Ø16 mm av kvalitet 8.8, dvs. $f_{uk} = 800 \text{ N/mm}^2$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for den konsentrerte lasten: Korttidslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

For kombinasjonen klimaklasse 1 og korttidslast gir tabell 7: $k_{mod} = 0,9$

19.3 Laster

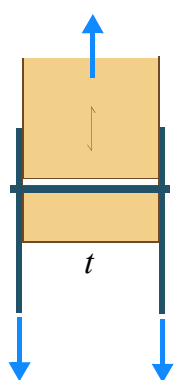
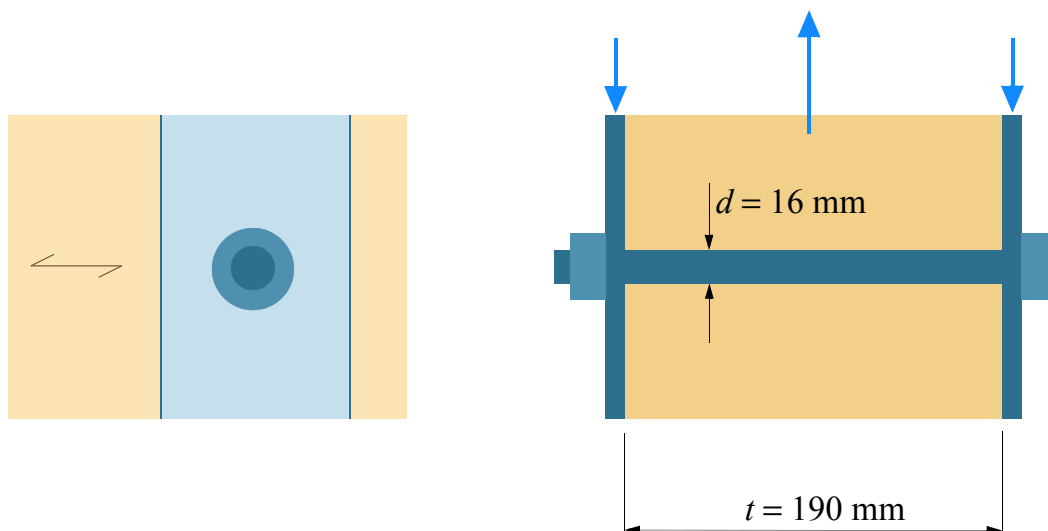
Opphengslasten, inklusive lastfaktor, er 65 kN.

19.4 Dimensjonering/kontroll av forbindelsen

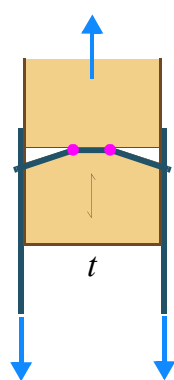
Hullkantfasthet

For en bolt med diameter $d = 16 \text{ mm}$ er karakteristisk hullkantfasthet i fiberretningen gitt ved (lign. 8.32 i EK5-1):

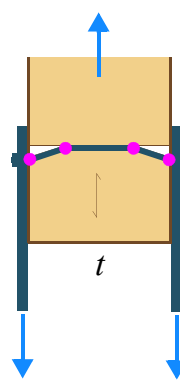
$$f_{h,0,k} = 0,082(1 - 0,01d)\rho_k = 0,082 \cdot 0,84 \cdot 390 = 27 \text{ N/mm}^2$$



j/l



k



m

j er for tynn stålplate
l er for tykk stålplate

Karakteristisk hullkantfasthet i en retning som danner vinkelen α med fiberretningen er gitt ved (lign. 8.31 i **EK5-1**):

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90}\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} \quad \text{hvor} \quad k_{90} = 1,35 + 0,015d = 1,59$$

I vårt problem er $\alpha = 90^\circ$; det gir

$$f_{h,90,k} = \frac{27}{1,59} = 17 \text{ N/mm}^2$$

Boltens flytemoment

Boltens karakteristiske flytemoment er definert ved lign. 8.30 i **EK5-1**, dvs.

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 800 \cdot 16^{2,6} = 324300 \text{ Nmm}$$

Kapasitet til en bolt

Bolteforbindelsen er vist skjematisk på motstående side. Karakteristisk kapasitet, $F_{v,rk}$, per bolt per snitt finner vi ved å benytte formlene 8.12 og 8.13 i **EK5-1** for de tre bruddformene vist på motstående side. Resultatet, uten å ta med tau-effekten ($F_{ax,Rk}$), er:

$$\text{Bruddform j og l: } F_{v,rk} = 25700 \text{ N}$$

$$\text{Bruddform k : } F_{v,rk} = 15300 \text{ N}$$

$$\text{Bruddform m : } F_{v,rk} = 21500 \text{ N}$$

Vi antar at stålplaten er *tynn*, og dermed er det bruddform **k** som blir gjeldende. Her må vi imidlertid kunne ta med tau-effekten. For en bolt kan ikke denne effekten vær mer enn 25% av den verdien vi har bestemt ovenfor, men her bør vi absolutt kunne bruke maks. verdien, dvs.

$$F_{v,rk} = 1,25 \cdot 15300 = 19100 \text{ N}$$

Det gir:

$$F_{v,bolt,rk} = 2 \cdot 19100 = 38200 \text{ N} = 38,2 \text{ kN}$$

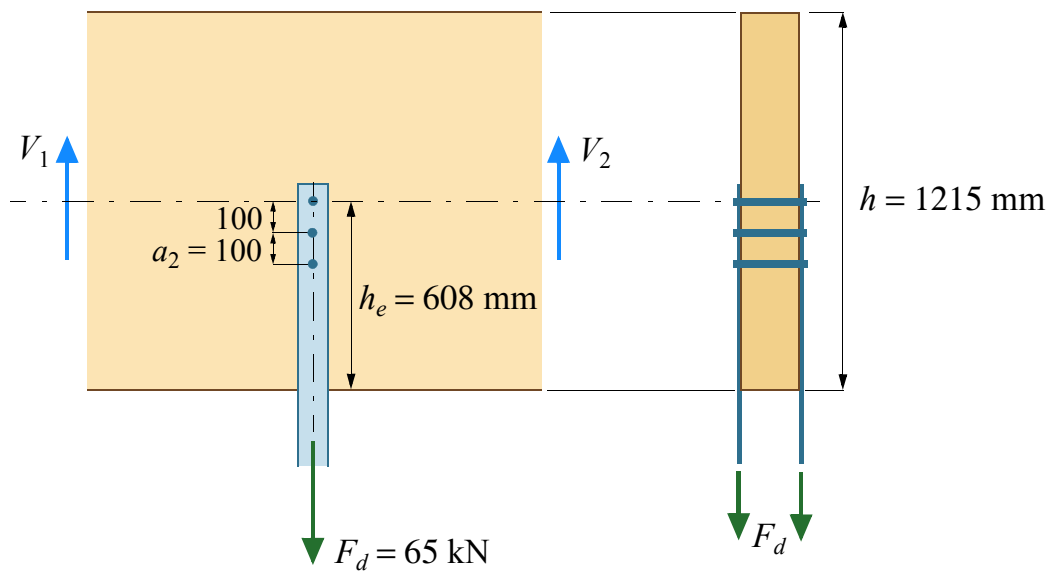
Dimensjonerende kapasitet er definert ved:

$$F_{v,bolt,d} = F_{v,bolt,rk} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 38,2 \frac{0,9}{1,3} = 26 \text{ kN} \quad (\gamma_M = 1,3 \text{ for forbindelser})$$

Nødvendig antall bolter

Når boltene står i en rekke normalt på fiberretningen, som her, er alle boltene effektive. Benytter tre bolter, dvs.

$$F_{bolter,d} = 3 \cdot 26 = 78 \text{ kN} > F_d = 65 \text{ kN} \quad \text{OK}$$



Den alternative metoden i det tyske NA angir at dersom $h_e/h > 0,7$ er det ikke nødvendig å kontrollere splitting.

Plassering og kontroll

De tre boltene plasseres som vist på motstående side. Boltene lengst fra belastet kant er plassert i bjelken senterlinje, dvs. $h_e = 608$ mm, mens innbyrdes avstand mellom boltene, a_2 , er 100 mm (minste tillatte verdi for a_2 er $4d = 64$ mm, se tabell 8.4 i EK5-1).

En forbindelse som dette må kontrolleres for splitting eller "utriving", dvs. tverrestrekkbrudd. Denne kontrollen krever at

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{90,Rd}} \leq 1 \quad \text{hvor}$$

$F_{v,Ed}$ er den største av skjærkreftene V_1 og V_2 (se motstående side). Disse skjærkreftene varierer (teoretisk) mellom 0 og F_d , avhengig av hvor på bjelken (i relasjon til nærmeste opplegg) lasten angriper. Her antar vi at den største skjærkraften er $0,9F_d$, dvs. $F_{v,Ed} = 0,9 \cdot 65 = 59$ kN.

Karakteristisk splittingskapasitet $F_{90,R}$ er definert ved

$$F_{90,Rk} = 14bw \sqrt{\frac{h_e}{\left(1 - \frac{h_e}{h}\right)}} \quad (\text{lign. 8.4 i EK5-1}); \quad w \neq 1,0 \text{ bare for spikerplater.}$$

Formelen gir her:

$$F_{90,Rk} = 14 \cdot 190 \cdot 1,0 \sqrt{\frac{608}{0,5}} = 92760 \text{ N} = 93 \text{ kN}$$

Dimensjonerende splittingskapasitet blir dermed

$$F_{90,Rd} = F_{90,Rk} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 93 \frac{0,9}{1,15} = 73 \quad \Rightarrow \quad \frac{F_{v,Ed}}{F_{90,Rd}} = \frac{59}{73} = 0,81 < 1,0 \quad \text{OK}$$

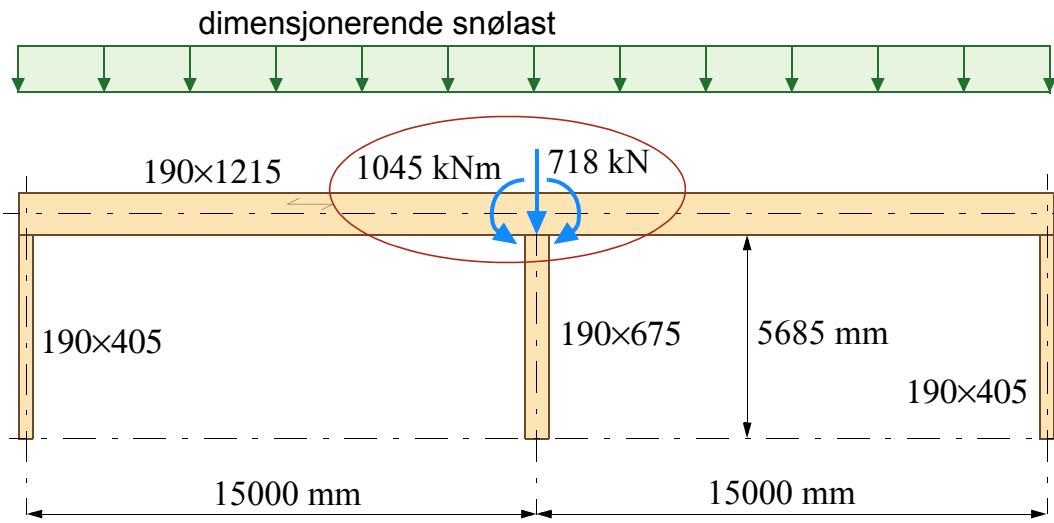
Materialfaktoren γ_M er 1,3 for forbindelser - som vi har benyttet tidligere i dette eksemplet - mens den er 1,15 (i Norge) for limtre. Ved splitting mener vi det er brudd i limtreet vi undersøker og at vi derfor kan benytte 1,15. Akkurat her ville det holde selv om vi benyttet 1,3.

Kommentarer

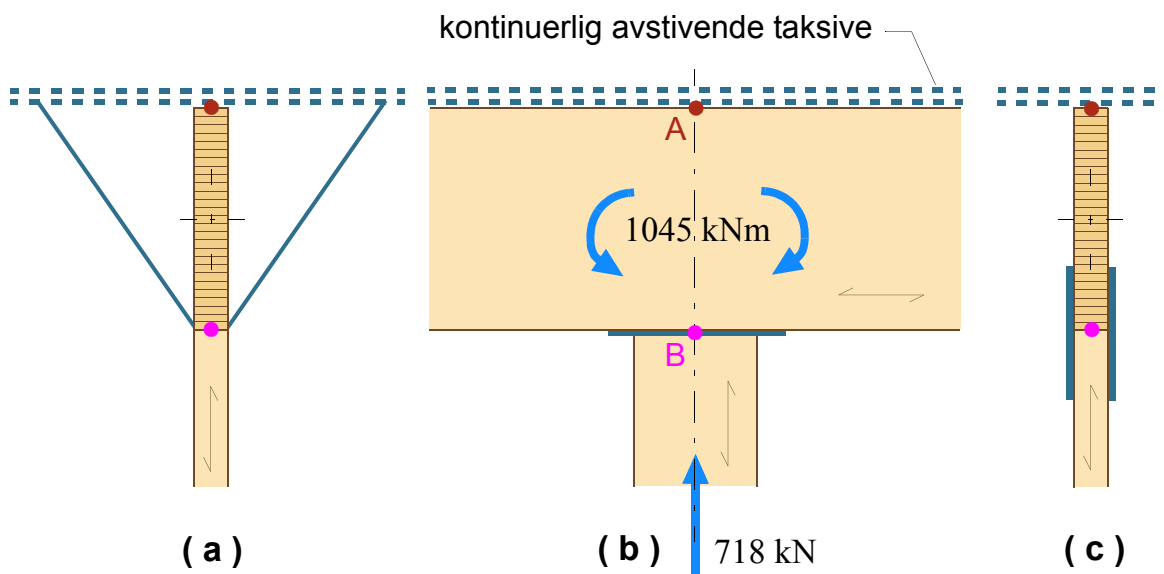
I tillegg til den metoden vi har benyttet her, som ikke tar hensyn til at en kan ha flere forbindere i fiberretningen, beskriver Limtreboka [1] en alternativ metode, hentet fra det tyske NA som gjør nettopp det. Om vi hadde benyttet den her ville vår forbindelse hatt vesentlig større kapasitet enn det metoden i EK5-1 gir.

Vi merker oss at den vesentlige parameter her er h_e . Vi vil sterkt fraråde oppheng med $h_e < h/2$, og vi vil fraråde å forsterke denne type forbindelse med f.eks. selv-borende skruer.

Hvis mulig bør opphengskraften tas som flatetrykk mot bjelkens oversiden.



Figur 20.1 Bjelke-søyle forbindelse



Figur 20.2 Mulige avstivningsmåter - prinsippskisse

Avstivning av bjelke-søyle forbindelse

20.1 Oppgaven

Figur 20.1 viser rammen fra eksempel 3. I dette eksemplet er oppgaven å foreslå og dimensjonere sideveis avstivning av forbindelsen mellom bjelken og midtsøylen. Denne problemstilling kan ses på som avstivning av søyletopp, men også som gaffellagring av bjelkens opplegg.

20.2 Forutsetninger og antakelser

Som for eksempel 3, dvs.

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Limtrettverrsnittene er som vist i figur 20.1.

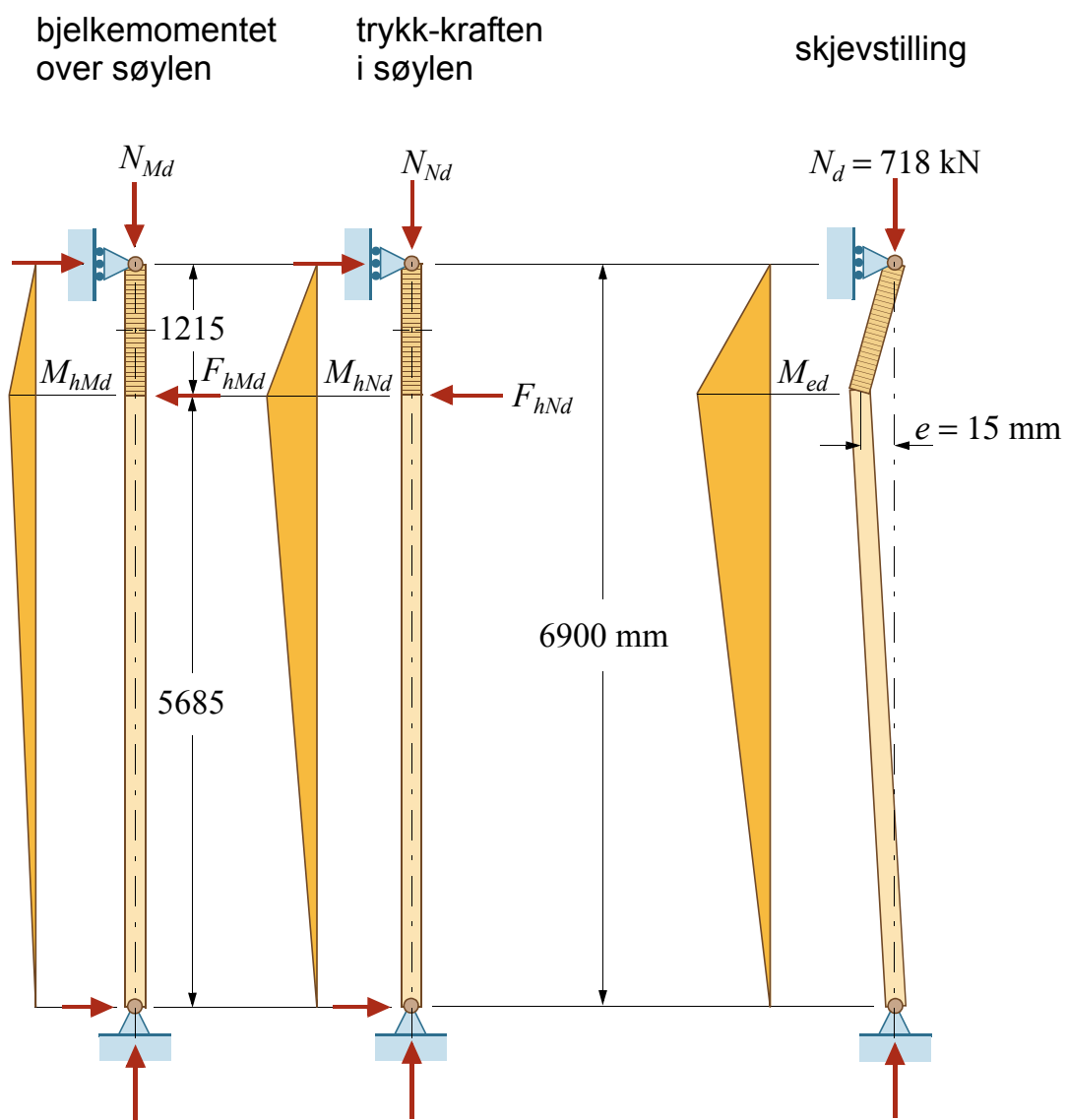
20.3 Laster/påkjenninger

Dimensjonerende last er egenlast og jevnt fordelt snølast. Denne lasten gir et dimensjonerende moment over søylen som er 1045 kNm og en dimensjonerende last i søylen som er 718 kN, se figur 20.1.

20.4 Problemstilling - avstivningsmåter

Problemstillingen er relativt grundig behandlet avsnitt 13.5 i Limtreboka [1]. Med henvisning til figur 20.2b er oppgaven å sikre søyletoppen B mot forskyvning ut av planet. Forutsatt at punktet A i bjelkens overkant er helt fastholdt i horisontalplanet kan vi, avhengig av takkonstruksjonen, løse dette på to prinsipielt forskjellige måter, 1) ved å avstive bjelkens underkant mot takkonstruksjonen (figur 20.2a) eller 2) ved å "gaffellagre" bjelken på søyletoppen ved hjelp

Stabiliserende kraft (F_{hd}) forårsaket av



av lasker (figur 20.2c). Den første løsningen betinger en viss bøyestivhet i takflaten, og egner seg nok best når bjelken bærer et åstak (se figur 13-46 i limtreboka). I vårt tilfelle, hvor vi har en kontinuerlig avstivende takskive med antatt moderat bøyestivhet, er nok løsningen med lasker mest aktuell, og det er den vi vil se nærmere på i dette eksemplet.

Det springened punkt er å bestemme den dimensjonerende verdi av den fiktive horisontalkraften (F_{hd}) som angriper i leddpunktet mellom bjelke og søyle. Det er denne horisontalkraften laskeforbindelsen må motstå.

I følge standarden får den søkte kraften et bidrag fra både momentet i bjelken og fra aksialkraften i søylen. En mulig skjevstilling vil også gi et bidrag til kraften. Dette bidraget er ikke eksplisitt nevnt i standarden, men feil i en forbindelse som dette ville kunne ha katastrofale konsekvenser, og vi mener derfor at alle forhold som kan dra i feil retning bør tas i betraktning.

Bidrag fra aksialkraften $N_{Nd} = 718$ kN

Stabiliserende kraft for en trykkbelastet stav skal, i hvert avstivningspunkt, bestemmes i henhold til lign. (9.35) i **EK5-1**, dvs.

$$F_{hNd} = \frac{N_{Nd}}{k_{f,2}} = \frac{718}{80} = 9,0 \text{ kN}$$

Anbefalt verdi for $k_{f,2}$ er gitt i tabell 9.2 i **EK5-1**.

Bidrag fra bøyemomentet $M_d = 1045$ kNm

Trykkraften i bjelkens underkant "konverteres" til en ekvivalent trykk-kraft N_{Md} som bestemmes i henhold til lign. (9.36) i **EK1-5**, dvs.

$$N_{Md} = (1 - k_{crit}) \frac{M_d}{h} = (1 - 0,92) \frac{1045}{1,215} = 69 \text{ kN} \quad (\text{for } k_{crit} \text{ se eksempel 3})$$

Stabiliserende kraft bestemmes som ovenfor, dvs.

$$F_{hMd} = \frac{N_{Md}}{k_{f,2}} = \frac{69}{80} = 0,9 \text{ kN}$$

Legger vi sammen de to bidragene får vi

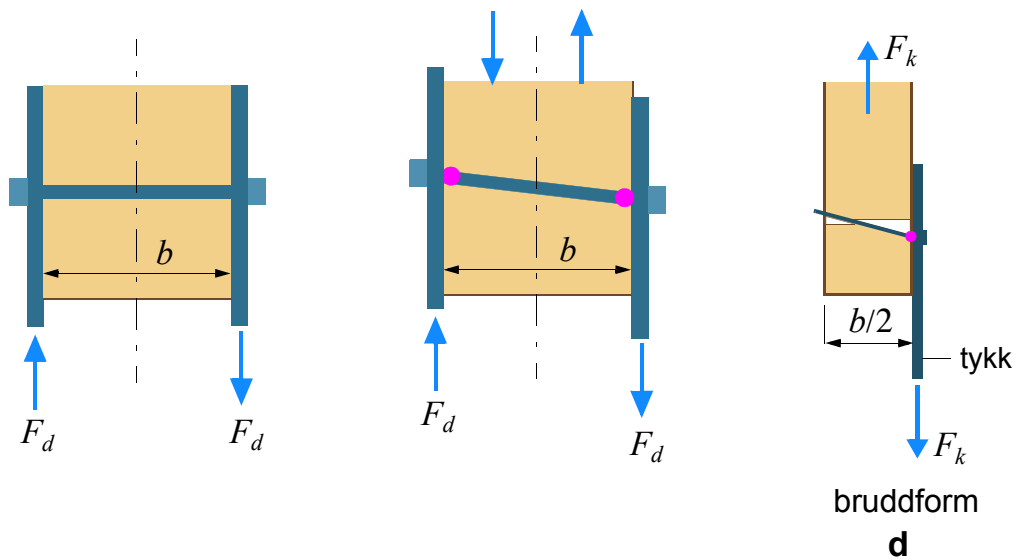
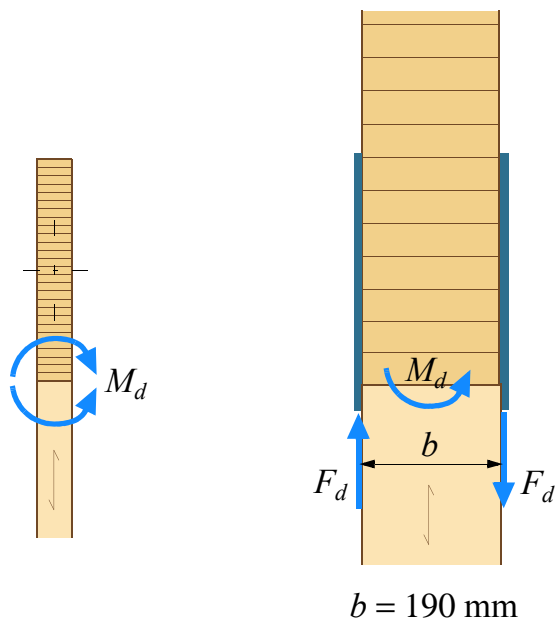
$$F_{hd} = F_{hNd} + F_{hMd} = 9,0 + 0,9 = 9,9 \text{ kN}$$

som gir følgende moment i "ledd-punktet":

$$M_{hd} = M_{hNd} + M_{hMd} = \left(9,9 \frac{5,685}{6,9}\right) \cdot 1,215 = 9,9 \text{ kNm}$$

Bidrag fra skjevstilling

Skjevstillingen av "ledd-punktet" defineres av eksentrisiteten e . Punkt 10.2 i **EK5-1** sier at avvik fra retthet begrenses til $L/500 = 6900/500 = 14$ mm for limtrekomponenter. Vi har også en utførelsesstandard NS 3416 som oppgir et lodd-



avvik på maksimum 15 mm for den laveste toleranseklassen. På denne bakgrunn antar vi $e = 15$ mm, som gir

$$M_{ed} = N_d \cdot e = 718 \cdot 0,015 = 10,8 \text{ kNm}$$

Summen av momentene fra henholdsvis stabilisering (M_{hd}) og skjevstilling (M_{ed}), dvs.

$$M_d = M_{hd} + M_{ed} = 9,9 + 10,8 = 20,7 \text{ kNm}$$

er det momentet som må tas av laskeforbindelsen som et *kraftpar*. Dimensjonerende kraft i hver lask blir dermed:

$$F_d \cdot b = M_d \quad \Rightarrow \quad F_d = M_d / b = 20,7 / 0,19 = 109 \text{ kN}$$

Utførelse

Vi foreslår å utføre laskeforbindelsen med 20 mm stål-lasker og Ø16 mm bolter av kvalitet 8.8 ($f_{uk} = 800 \text{ N/mm}^2$). For å bestemme nødvendig antall bolter må vi ha en formening om hvilke bruddformer som kan være aktuelle for denne litt spesielle situasjonen, hvor kreftene virker hver sin veg i de to stålplatene. På motstående er vist den mest sannsynlige (og vel også den eneste mulige) bruddform. Oppgaven blir dermed å bestemme kapasiteten for bruddform **d** for en en-snitts forbindelse med **tykk** stålplate og et trestykke med tykkelse $b/2$.

Vi må behandle bjelken og søylen hver for seg. I bjelken er kraftretningen normalt på fiberretningen ($\alpha = 90^\circ$), mens den er sammenfallende med fiberretningen ($\alpha = 0$) i søylen. I begge tilfeller må vi kunne regne med full tau-effekt, en effekt som for bolter er 25% av den såkalte Johansen-delen av kapasiteten.

Ved å benytte reglene i avsnitt 8.5 og formel (8.10d) i **EK5-1** finner vi følgende for boltene i

bjelken ($\alpha = 90^\circ$):

Karakteristisk og dimensjonerende kapasitet per bolt:

$$F_{v,Rk} = 15,2 \text{ kN uten tau-effekt, og } F_{v,Rk} = 19,0 \text{ kN med tau-effekt}$$

$$F_{v,Rd} = F_{v,Rk} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 19,0 \frac{0,9}{1,3} = 13,1 \text{ kN} \quad (\gamma_M = 1,3 \text{ for forbindelser})$$

$$\text{Nødvendig antall bolter: } n = 109 / 13,1 = 9$$

søylen ($\alpha = 0^\circ$):

Karakteristisk og dimensjonerende kapasitet per bolt:

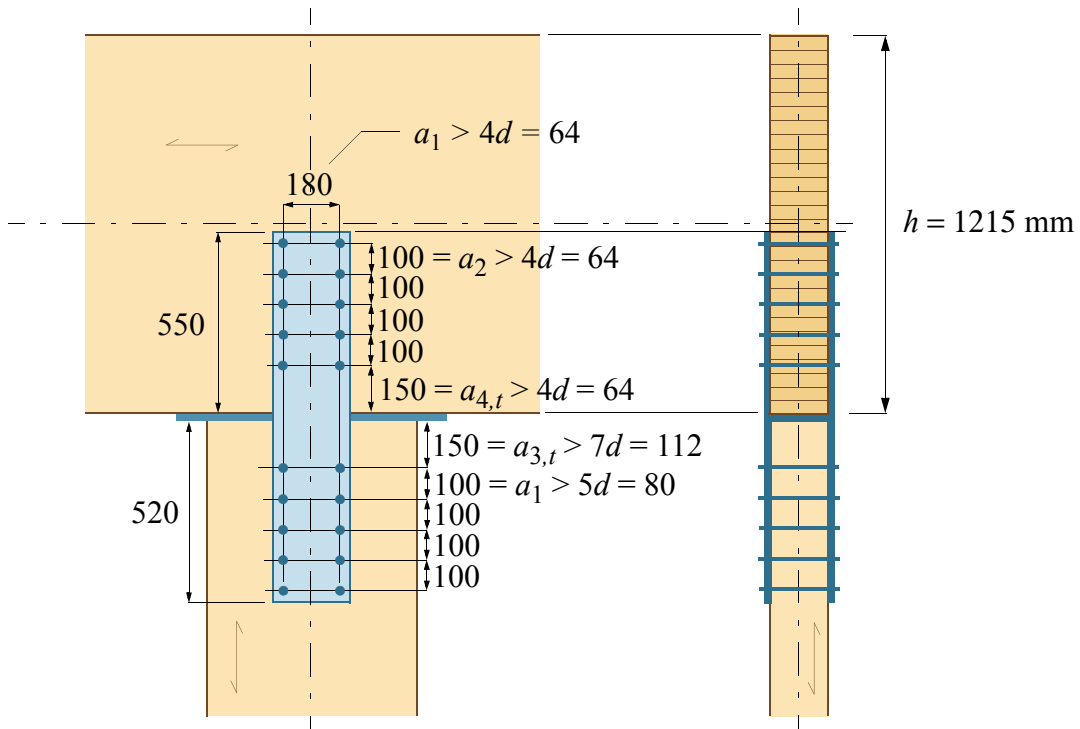
$$F_{v,Rk} = 21,6 \text{ kN uten tau-effekt, og } F_{v,Rk} = 26,9 \text{ kN med tau-effekt}$$

$$F_{v,Rd} = F_{v,Rk} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 26,9 \frac{0,9}{1,3} = 18,6 \text{ kN}$$

$$\text{Nødvendig antall bolter: } n = 109 / 18,6 = 6$$

Mens alle boltene i bjelken er effektive (ingen reduksjon i kapasitet) når kraftretningen er normalt på fiberretningen) er ikke alle boltene i søylen effektive.

Bolter: Ø16 mm av kvalitet 8.8 ($d = 16$)



Laskeplater: 250×1100×20 mm

For søylen antar vi 10 bolter i to rekker. Innbyrdes avstand setter vi til 100 mm. Det gir antall effektive bolter i en rekke, definert ved lign. (8.34) i **EK5-1**,

$$n_{ef} = 5^{0,9} \sqrt[4]{\frac{100}{13 \cdot 16}} = 3,5$$

Av de 10 boltene i søylen er altså bare 7 effektive. De har en samlet kapasitet som er

$$7 \cdot 18,6 = 130 > F_d = 109 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

For å opprettholde symmetrien velger vi å benytte 10 bolter også i bjelken (her er nødvendig antall 8,3).

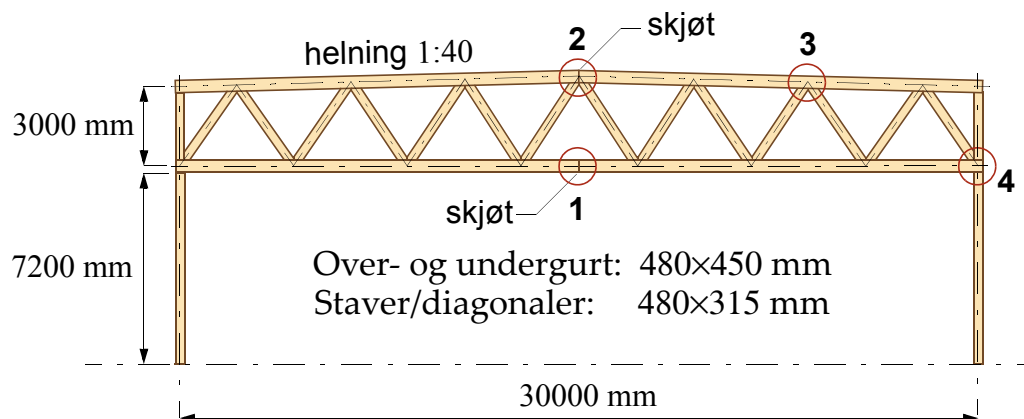
Splitting anses ikke å være et problem her.

En mulig løsning, som også tilfredsstillende de avstandskrav som er gitt i tabell 8.4 i **EK5-1** er vist på motstående side.

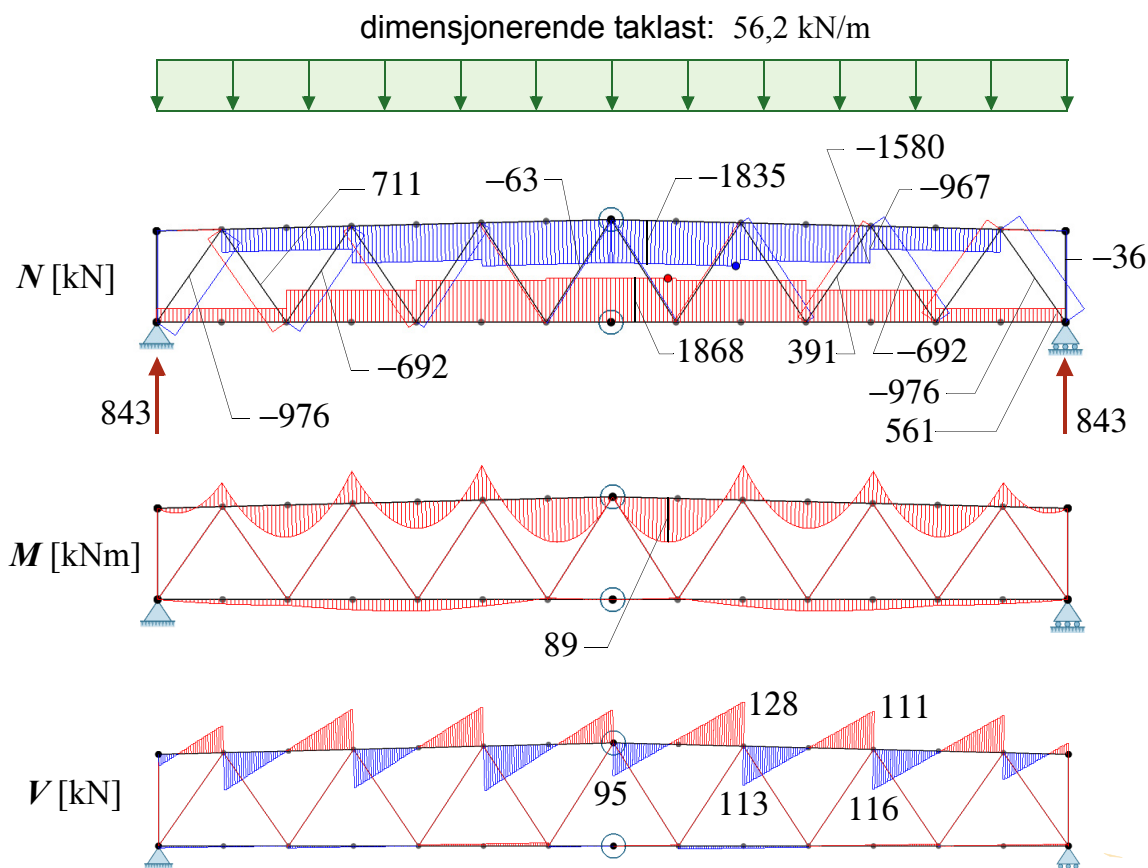
Kommentarer

Dette er et viktig og vanskelig problem hvor det er sparsomt med løsninger i litteraturen. Vi har forsøkt å tolke standardens generelle bestemmelser om avstivning anvendt på dette problemet. Ved også å ta med en ugunstig skjevstilling mener vi å ha presentert en løsning til sikker side. Men det finnes forslag som går enda lenger i konservativ retning.

Svikt i denne type detaljer kan få meget store konsekvenser. Man bør derfor, så langt det er mulig, konstruere seg bort fra den type problemstilling som er beskrevet i dette eksemplet. Dette kan gjøres ved å avstive søyletoppen direkte med et avstivningssystem, se **EK5-1** punkt 9.2.5.3.



Figur 21.1 Forbindelser i fagverk



Figur 21.2 Snittkrefter for dimnsjonerende last

Forbindelser i fagverk

21.1 Oppgaven

Figur 21.1 viser fagverket som ble behandlet i eksempel 11. Oppgaven nå går ut på å dimensjonere forbindelsene i de 4 angitte knutepunktene.

21.2 Forutsetninger og antakelser

Som for eksempel 11, dvs.

Limtre GL30c / $\rho_m = 430 \text{ kg/m}^3$

Klimaklasse: 1

Lastvarighetsklasse for snølasten: Korttidslast $\Rightarrow k_{mod} = 0,9$

Partialfaktor for limtre: $\gamma_M = 1,15$

Limtrettverrsnittene er som vist i figur 21.1.

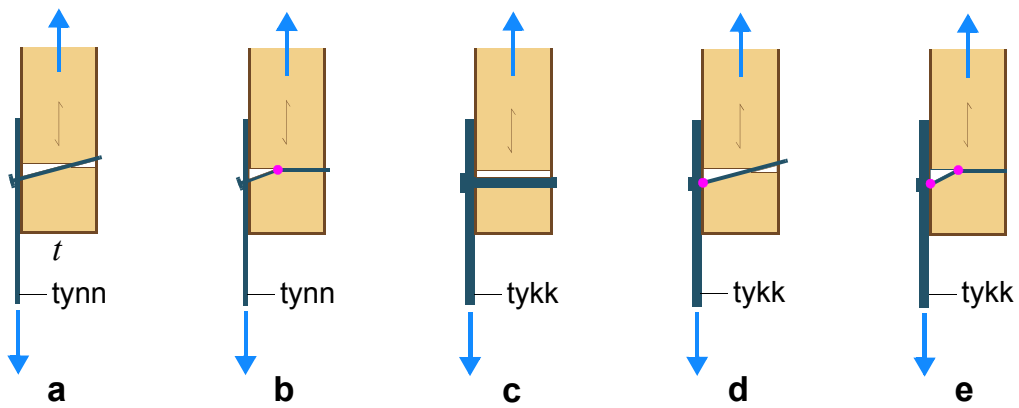
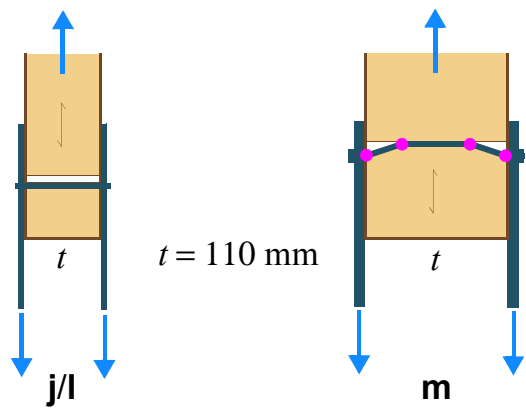
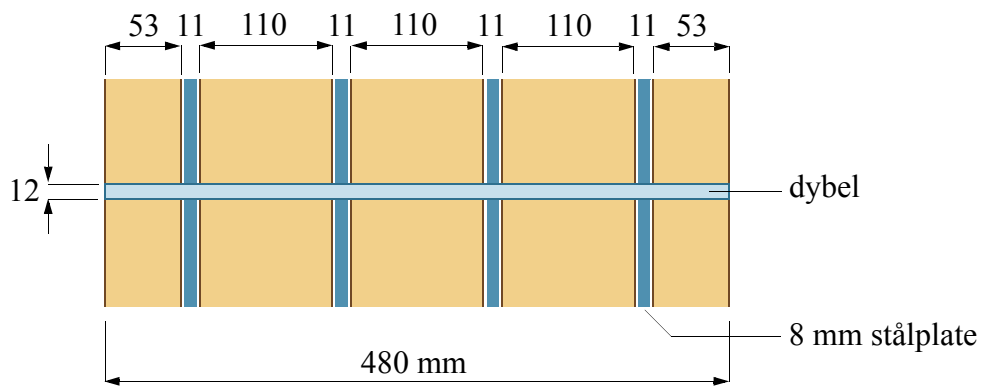
Forbindelsene utføres ved hjelp av skjulte (innslissede) stålplater og stavdybler. Det benyttes 8 mm stålplater S355 med $f_{y,k} = 355 \text{ N/mm}^2$ og $f_{u,k} = 510 \text{ N/mm}^2$. Dyblene er av syrefast stål med $f_{u,k} > 700 \text{ N/mm}^2$ og har en diameter på 12 mm.

21.3 Laster/påkjenninger

Dimensjonerende last er egenlast og jevnt fordelt snølast.

21.4 Statistiske beregninger

Vi benytter de statiske beregningene som ble utført i eksempel 11. Figur 21.2 viser aksialkraft- og moment- og skjærkraftdiagram for den dimensjonerende lasten som er egenvekt av takflate og fagverk samt jevnt fordelt snølast.



21.5 Kapasitet til en dybel

Alle limtrekomponentene har samme bredde (480 mm), og 4 stålplater, plassert som vist på motstående side vil bli benyttet i alle forbindelser. Kapasiteten til en dybel må bestemmes for innersnittene (6) og yttersnittene (2) hver for seg.

Kapasitet for kraft parallelt med fiberretningen ($\alpha = 0$)

Innersnitt

Selv om stålplaten egentlig er tynn kan vi her regne med formelverket for tykk stålplate (innspenningseffekten kommer fra trevirket). Aktuelle bruddformer er vist på motstående side. Fra avsnitt 8.6 og 8.5 i EK5-1 finner vi

$$M_{y,Rk} = 134305 \text{ Nmm}$$

$$f_{h,0,k} = 28,1 \text{ N/mm}^2$$

For bruddformene **j/l** og **m** gir formlene (8.12) og (8.13) i EK5-1 (med $F_{ax,Rk} = 0$) følgende karakteristisk kapasitet per snitt:

$$F_{v,Rk} = 18574 \text{ N} = 18,6 \text{ kN} \quad \text{bruddform j/l}$$

$$F_{v,Rk} = 15490 \text{ N} = 15,5 \text{ kN} \quad \text{bruddform m}$$

Yttersnitt

Med bruddform **m** som gjeldende for innersnittene er det bare bruddformene **d** og **e** som er kinematisk kompatible med bruddformen for innersnittene. For disse finner vi ved bruk av formlene (8.10) i EK5-1 (med $F_{ax,Rk} = 0$):

$$F_{v,Rk} = 10774 \text{ N} = 10,8 \text{ kN} \quad \text{bruddform d}$$

$$F_{v,Rk} = 15490 \text{ N} = 15,5 \text{ kN} \quad \text{bruddform e}$$

Karakteristisk kapasitet for hele dybelen blir dermed

$$F_{0,dybel,k} = 6 \times 15,5 + 2 \times 10,8 = 114,6 \text{ kN}$$

Dimensjonerende kapasitet blir:

$$F_{0,dybel,d} = F_{0,dybel,k} \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 114,6 \frac{0,9}{1,3} = 79,3 \text{ kN}$$

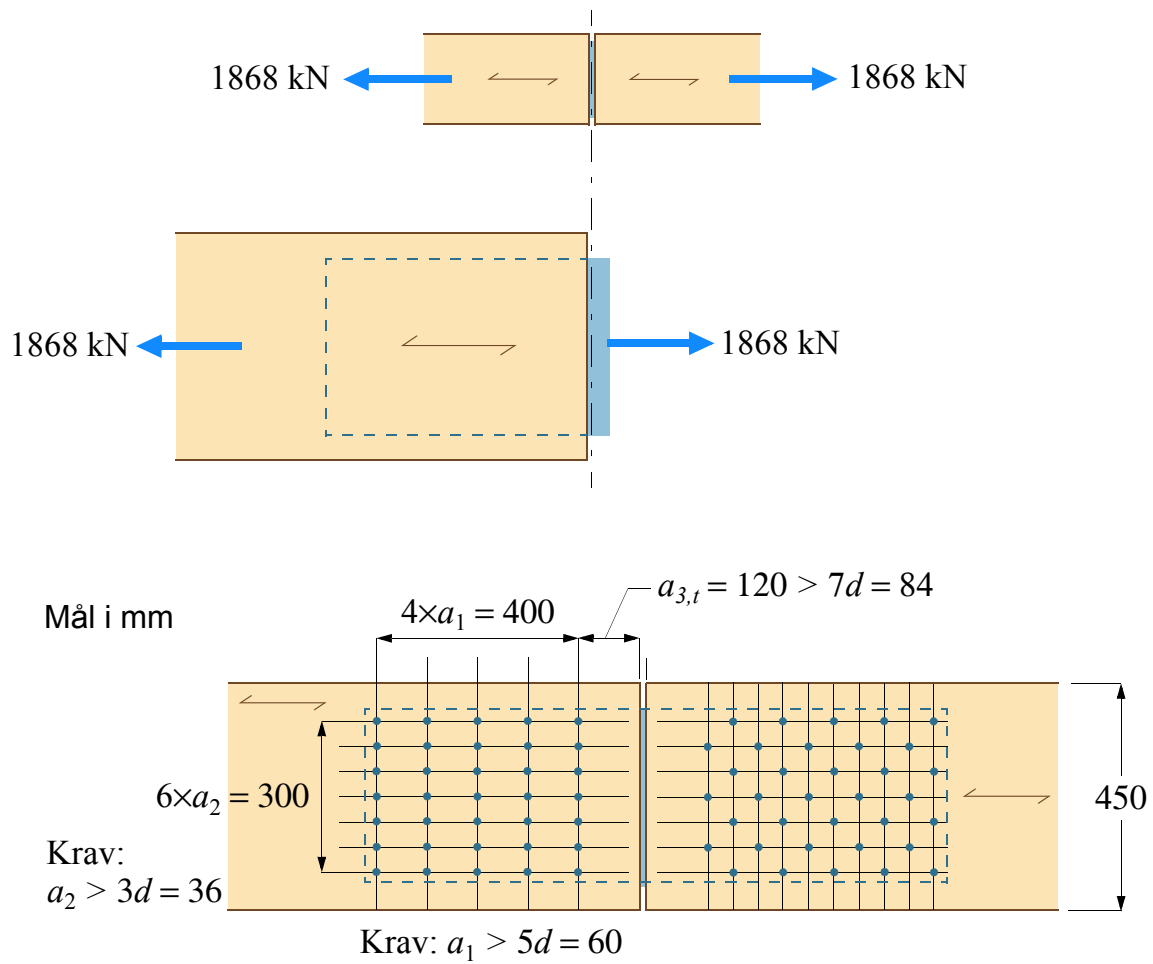
Kapasitet for kraft normalt på fiberretningen ($\alpha = 90^\circ$)

Hullkantfastheten blir nå: $f_{h,90,k} = 18,4 \text{ N/mm}^2$

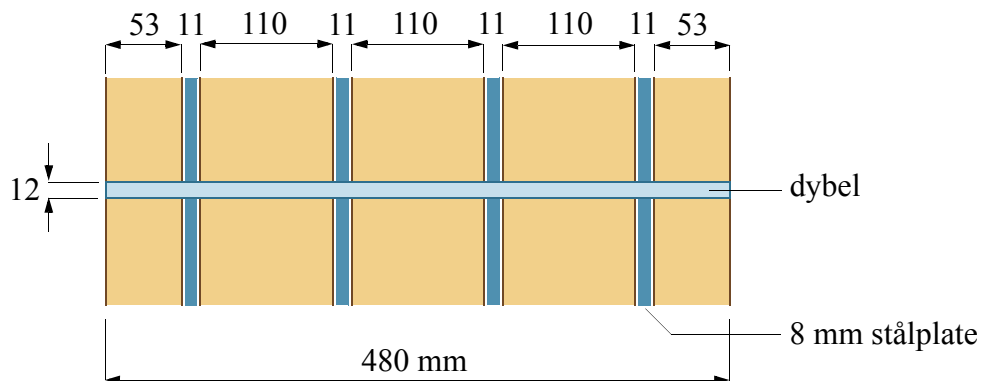
Med de samme formlene som vi har benyttet for $\alpha = 0$ finner vi nå at for innersnittene er det faktisk bruddform **j/l** som gir lavest kapasitet, men forskjellen mellom **j/l** og **m** er liten, henholdsvis 12,1 og 12,5 kN. Forskjellen er så liten at vi fortsetter å benytte verdien for bruddform **m**; dette for å få en enklere behandling av yttersnittet (ved å benytte bruddform **d**). Verdiene blir

$$F_{90,dybel,k} = 6 \times 12,5 + 2 \times 8,1 = 91,2 \text{ kN}$$

$$F_{90,dybel,d} = 63,1 \text{ kN}$$



Knutepunkt 1



21.6 Knutepunkt 1 - strekkskjøt i undergurt

Når undergurten først må skjøtes er det sannsynligvis mest naturlig å plassere skjøten i senterlinjen, dvs. på midten, selv om aksialkraften er størst her. Ved å plassere skjøten i senterlinjen får vi en enkel strekkskjøt som skal overføre 1868 kN. Med 4 plater og dybler som hver har en dimensjonerende kapasitet som er 79,3 kN trenger vi

$$1868 / 79,3 = 23,6 \text{ effektive bolter}$$

Vi prøver med 7 dybler over bjelkehøyden, dvs. på tvers av fiberretningen, og 5 dybler etter hverandre i fiberretningen, dvs. 35 dybler i hver bjelkeende. Antall effektive dybler i fiberretningen er gitt ved formel (8.34) i **EK5-1**, dvs.

$$n_{ef} = 5^{0,9} \sqrt[4]{\frac{100}{13 \cdot 12}} = 3,81$$

Vi har her antatt at dyblene plasseres med en innbyrdes avstand på 100 mm i fiberretningen.

$$\text{Antallet effektive dybler blir: } 7 \times 3,81 = 26,7$$

$$\text{med en kapasitet lik: } 26,7 \times 79,3 = 2117 \text{ kN} > 1868 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

På motstående side er vist to plasseringer av dyblene som begge tilfredsstiller standardens krav til minsteavstander (se tabell 8.5 i **EK5-1**). Løsningen til venstre, med parallelle dybelrekker, gir den korteste forbindelsen, mens løsningen til høyre, med forskjøvne dybelrekker, muligens gir en bedre kraftoverføring.

Forbindelsen må også kontrolleres med hensyn til netto limtretverrsnitt og såkalt skjær-blokk brudd eller bare blokkutriving.

Strekkapasitet i netto tværsnitt

Med henvisning til figur på motstående side finner vi:

$$A_{net} = 480 \cdot 450 - 11 \cdot 450 \cdot 4 - 12 \cdot 480 \cdot 7 = 155880 \text{ mm}^2 \quad (72\% \text{ av brutto tv.snitt})$$

$$\sigma_{t,0,d} = 1868000 / 155880 = 12 < f_{t,0,d} = 16 \text{ N/mm}^2 \text{ (se eks. 11)} \quad \text{OK}$$

Blokkutriving

For å hindre at dyblene "river ut" den "blokken" av limtrebjelken som avgrenses av de ytre dyblene, anbefaler standarden (se Tillegg A i **EK5-1**) at utrivingskapasiteten definert som

$$F_{bs,Rd} = \text{maks} \{ 1,5 A_{net,t} f_{t,0,d} ; 0,7 A_{net,v} f_{v,d} \}$$

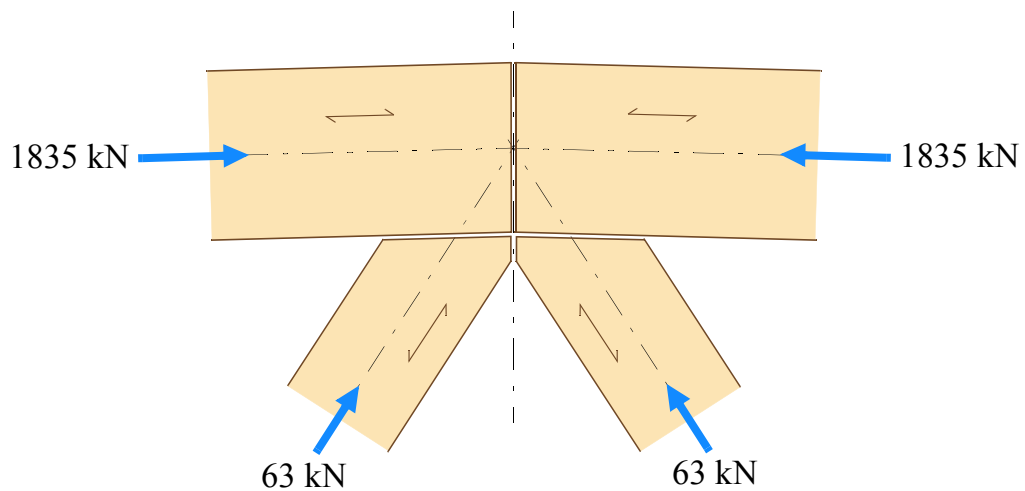
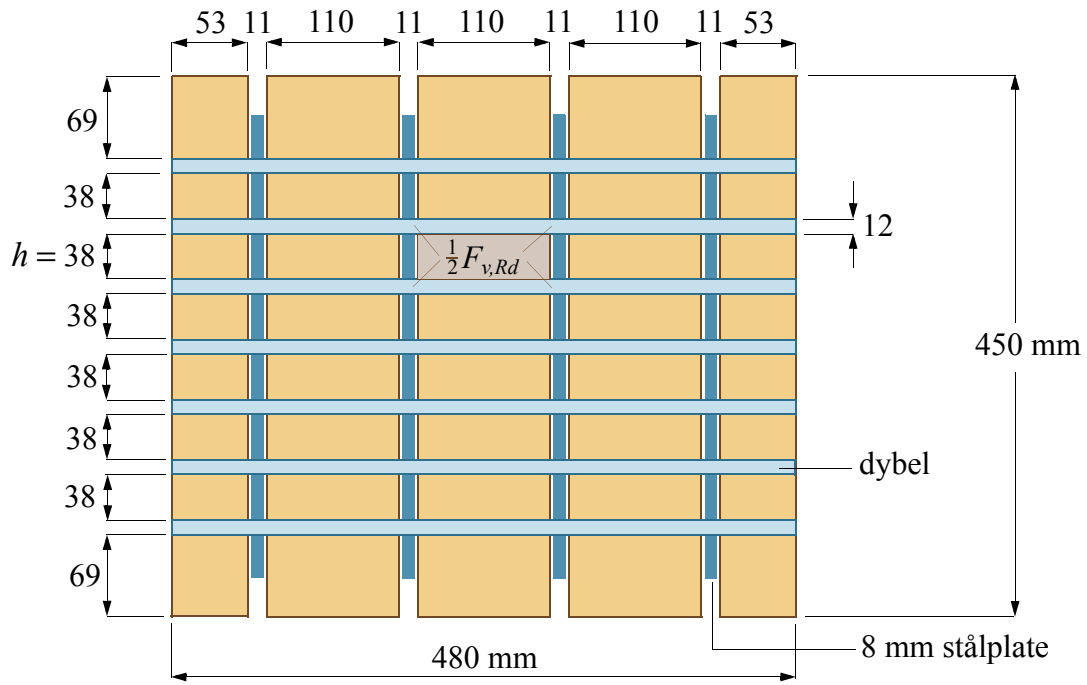
er større enn dimensjonerende aksialkraft. De to netto arealene er

$$A_{net,t} = 6 \cdot (50 - 12) \cdot (480 - 11 \cdot 4) = 99408 \text{ mm}^2$$

$$A_{net,v} = [(120 - 6) + 4 \cdot (100 - 12)] \cdot (480 - 11 \cdot 4) \cdot 2 = 406352 \text{ mm}^2$$

Det gir

$$F_{bs,Rd} = \text{maks.} \{ 1,5 \cdot 99408 \cdot 16 ; 0,7 \cdot 406352 \cdot 2,7 \} = 2386 \text{ kN}$$



Knutepunkt 2

som betyr at $F_{bs,Rd} > 1868 \text{ kN}$ **OK**

Alternativ kontroll av nettotverrsnitt ved strekk-skjød

Tankegangen her er å kontrollere strekkstyrken til den mest påkjente "trestaven" definert ved stålplatene og dyblene. For vårt tverrsnitt vil det si en langsgående stav med tverrsnitt som vist skravert i figuren på motstående side.

Fra en dybelrekke er denne staven påkjent i hvert av de to skjærplanene av halvparten av snittkraften fra dybelen over og dybelen under staven. For innersnittene fant vi en karakteristisk snittkapasitet ($F_{v,Rk}$) på 15,5 kN. Dimensjonerende snittkapasitet er dermed

$$F_{v,Rd} = 15,5 \cdot 0,9 / 1,3 = 10,7 \text{ kN}$$

Dette forutsetter at vi utnytter dyblenes kapasitet fullt ut. Det gjør vi ikke, og største snittkraft som overføres fra en slisseplate til trevirke er

$$F_{v, maks} = 10,7 \frac{1868}{2117} = 9,4 \text{ kN}$$

Fra en dybelrekke er altså "trestaven" påkjent av $2 \times 9,4 = 18,8 \text{ kN}$. Fra skjøten og innover i bjelken bygger kraften seg opp fra dybelrekke til dybelrekke. Med 3,8 effektive dybler i bjelkens lengderetning blir største strekkspenning i staven

$$\sigma_{t,0,d} = (18800 \cdot 3,8) / (110 \cdot 38) = 17 \text{ N/mm}^2 > f_{t,0,d} = 16 \text{ N/mm}^2 \quad \text{ikke OK}$$

Tverrsnittet til den tenkte staven er altså for lite. Bredden (lik 110 mm) er gitt av stålplatenes plassering, men høyden (38 mm) kan vi gjøre noe med. For å tilfredsstille kravet må den være

$$h = (18800 \cdot 3,8) / (110 \cdot 16) = 40 \text{ mm}$$

Vi ser av figuren øverst på motstående side at en beskjeden økning av avstanden mellom dyblene i en vertikal rekke, fra 50 til 52 mm, er fullt mulig, og dermed vil vi kunne tilfredsstille også dette noe strengere kravet til strekkstyrke ved å benytte 5 dybelrekker, hver med 7 dybler. Alternativt kan vi øke h ved å redusere antallet dybler i høyden til 6 og øke med en ekstra rekke til 6 i lengderetningen. Det vil gi $6 \times 6 = 36$ dybler i hver bjelke-ende. Mer om dette under *Kommentarer* mot slutten av eksemplet.

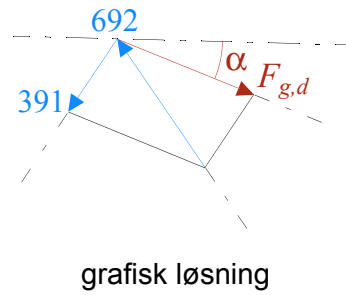
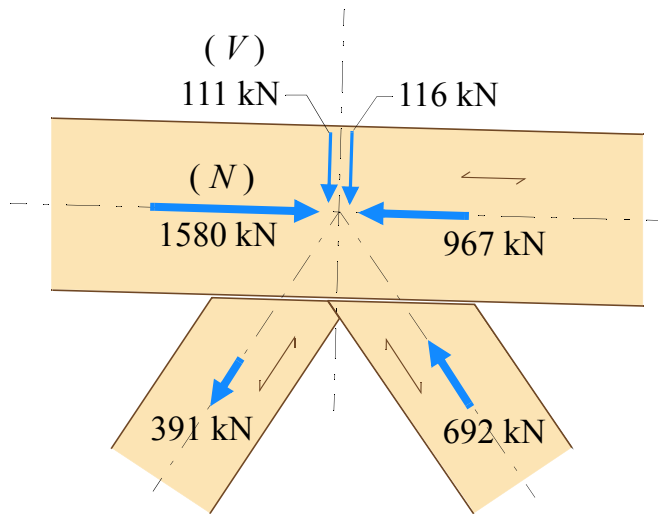
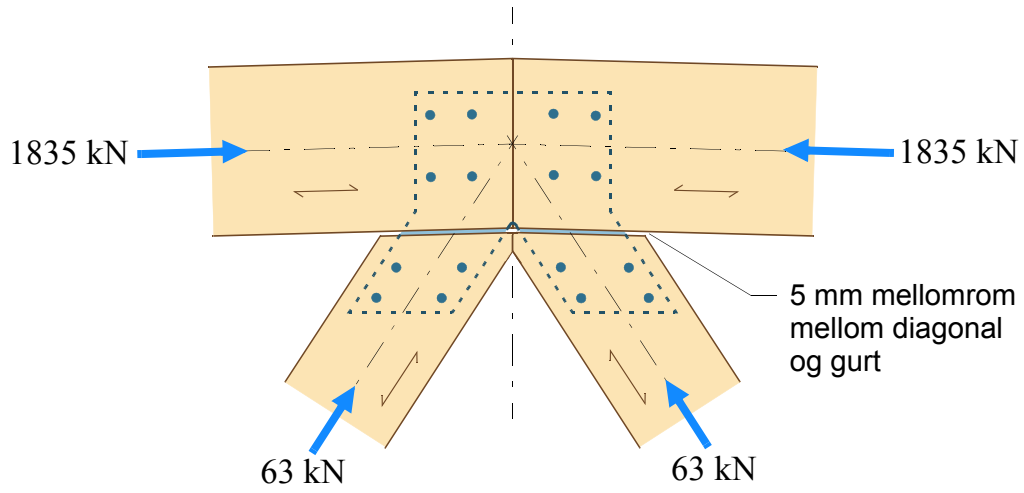
21.7 Knutepunkt 2 - trykkskjød i overgurt

Her gir plasseringen av gurt-skjøten seg selv. På motstående side er vist aksialkreftene for den dimensjonerende lasten (jevnt fordelt snølast over hele taket). Skjevfordelt snølast gir vesentlig mindre trykkraft i gurtten, men noe større trykkraft i den ene diagonalen (ca. 130 kN) og faktisk litt strekk (ca. 30 kN) i den andre diagonalen.

I eksempel 11 fant vi at vind på snøfritt tak *ikke* vil gi løftekrefter; det betyr at overgurten alltid vil være under trykk.

Selve gurt-skjøten kan vi utføre på forskjellige måter:

gurtene skjøtes ved direkte anlegg tre mot tre



Knutepunkt 3

- Treverk mot treverk - dette bør med dagens bruk av CNC-styrt bearbeiding være en aktuell løsning, muligens med en stålplate mellom for å sentrere trykk-kraften.
- Hele trykk-kraften kan tas av stålplatene og dyblene - gurtbjelkene møtes med en ca. 15 mm glipe mellom.
- Glipen mellom gurtbjelkene støpes ut med acrylmørtel som i herdet tilstand vil overføre hele trykk-kraften mellom gurtene. Dyblene i gurtene bør alene kunne overføre trykk-kreftene fra kun egenlastene i ferdig konstruksjon (dvs. vekt av takflate og fagverk, uten lastfaktor); denne kraften er ca. 270 kN.
I Norge er dette en vanlig løsning.

Velger vi en løsning med direkte anlegg tre mot tre, og en forbindelse med 4 stålplater er det ikke så mye å regne på. Vi må av hensyn til montasjen ha et visst antall dybler, f.eks. som antydnet på motstående side, og disse vil ha mer enn tilstrekkelig kapasitet til å ta de kreftene som forbindelsen utsettes for.

Ved skjev snølast får vi en beskjeden skjærkraftdifferanse på ca. 40 kN i gurtbjelkene inn mot skjøten; det viste forslaget har mer enn nok kapasitet til å ta vare på en slik kraft. I praksis vil også friksjonen mellom gurtene håndtere denne tværrkraften. Det har vi imidlertid ikke lov til å regne med (standardene nevner overhodet ikke ordet friksjon).

Velger en å ta aksialkreftene i gurtene på normaltrykk, tre mot tre, vil det sannsynligvis lønne seg å benytte bare to stålplater i dette knutepunktet (og i andre knutepunkter med små stavkrefter i fagverkets midtparti). Mellom de to slisseplatene ville det muligens vært en fordel å plassere en 20 mm stålplate mot gurtbjelkenes endetverrsnitt for å sentrere kraftoverføringen. Med 4 slisseplater blir det vanskelig å få til en slik kraftsentring.

21.8 Knutepunkt 3 - diagonaler møter kontinuerlig overgurt

Knutepunktet og de dimensjonerende kreftene som skal overføres er vist på motstående side. Spranget i gurtens aksialkraft balanseres av diagonalkreftenes komponenter i gurtens retning. Aksialkreftene i diagonalene har imidlertid også en komponent normalt på gurtens retning; denne komponenten balanseres av skjærkreftene som virker i gurten på hver side av komponentenes skjæringspunkt.

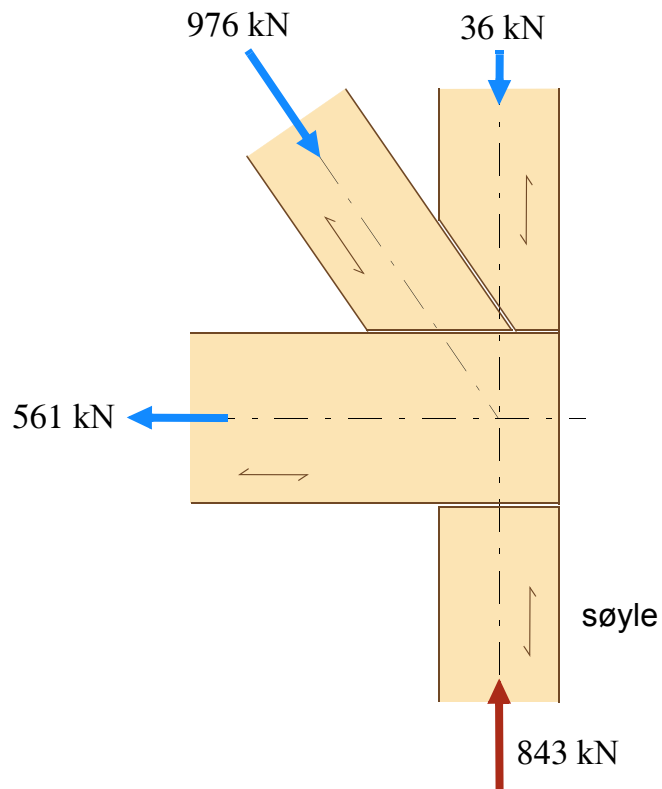
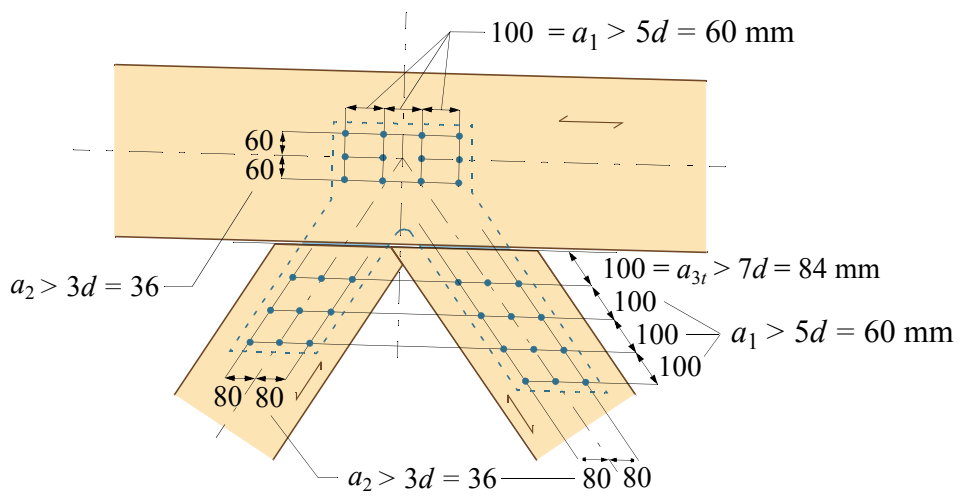
Resultantkraften som dyblene i gurten må dimensjoneres for er:

$$F_{g,d} = \sqrt{(1580 - 967)^2 + (111 + 116)^2} = 654 \text{ kN}$$

Vinkelen α som kraften danner med fiberretningen er:

$$\sin \alpha = \frac{111 + 116}{654} = 0,347 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 20 \text{ grader}$$

Dette kunne vi også ha utført grafisk, som vist på motstående side, ved å benytte



Knutepunkt 4

stavkreftene i diagonalene uten å involvere skjærkraften. Går vi tilbake til avsnitt 21.5 og gjennomfører de samme beregningen, for de samme bruddformene, finner vi at dimensjonerende kapasitet for en dybel er

$$F_{20,dybel,d} = 76,6 \text{ kN} \quad (79,3 \text{ for } \alpha = 0)$$

når kraften danner en vinkel $\alpha = 20$ grader med fiberretningen.

Nødvendig antall effektive dybler:

$$\text{Overgurt:} \quad n_{ef} = 654 / 76,6 = 8,5 \quad (\alpha = 20^\circ)$$

$$\text{Trykkdiagonal:} \quad n_{ef} = 692 / 79,3 = 8,7 \quad (\alpha = 0^\circ)$$

$$\text{Strekdiagonal:} \quad n_{ef} = 391 / 79,3 = 4,9 \quad (\alpha = 0^\circ)$$

Dersom antall dybler i en rekke langs fiberretningen er n har vi i henhold til ligning (8.34) i EK5-1:

$$n = 4: \quad n_{ef} = 3,11$$

$$n = 3: \quad n_{ef} = 2,41$$

Med antall dybler og plassering som vist på motstående side har vi:

$$\text{Overgurt:} \quad n_{ef} = 3 \times 3,11 = 9,3 \quad \text{OK}$$

$$\text{Trykkdiagonal:} \quad n_{ef} = 3 \times 3,11 = 9,3 \quad \text{OK}$$

$$\text{Strekdiagonal:} \quad n_{ef} = 3 \times 2,41 = 7,2 \quad \text{OK}$$

21.9 Knutepunkt 4 - opplegg

Knutepunktet og de dimensjonerende kreftene (se figur 21.2) er vist på motstående side. Vi antar at søylen har samme dimensjon som vertikalen i fagverket, dvs. bredde lik 480 mm og høyde lik 315 mm.

Her kan kreftene overføres fra fagverket og ned i søylen, enten

ved kontaktrykk via en stålplate, der vertikalkreftene overføres via de innslissede platene som trykk-krefter mot en tykk stålplate som festes til søylen via påsveiste "ører",

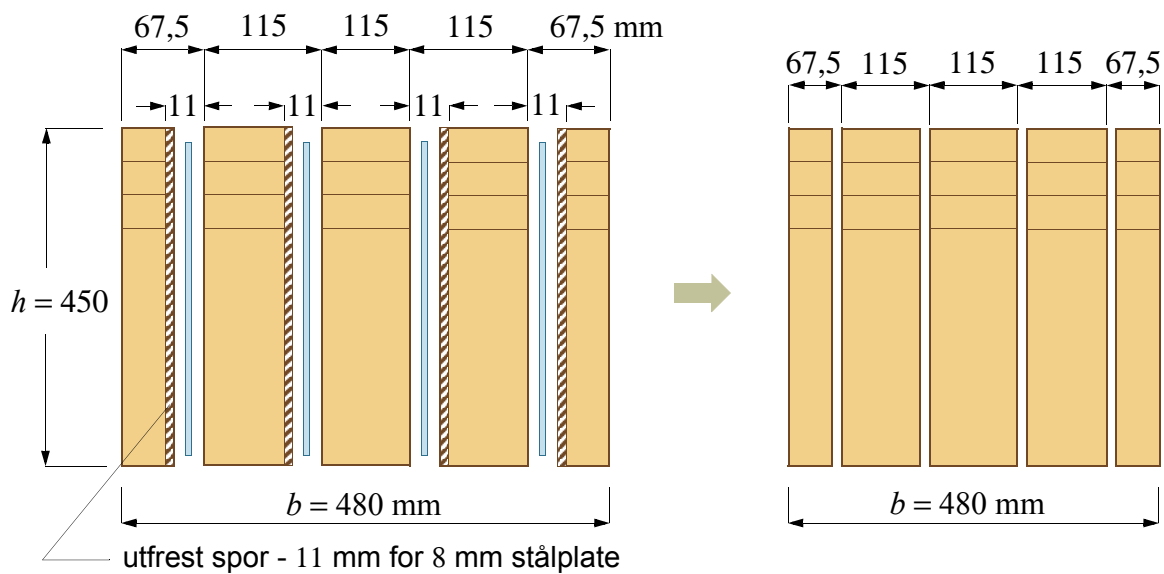
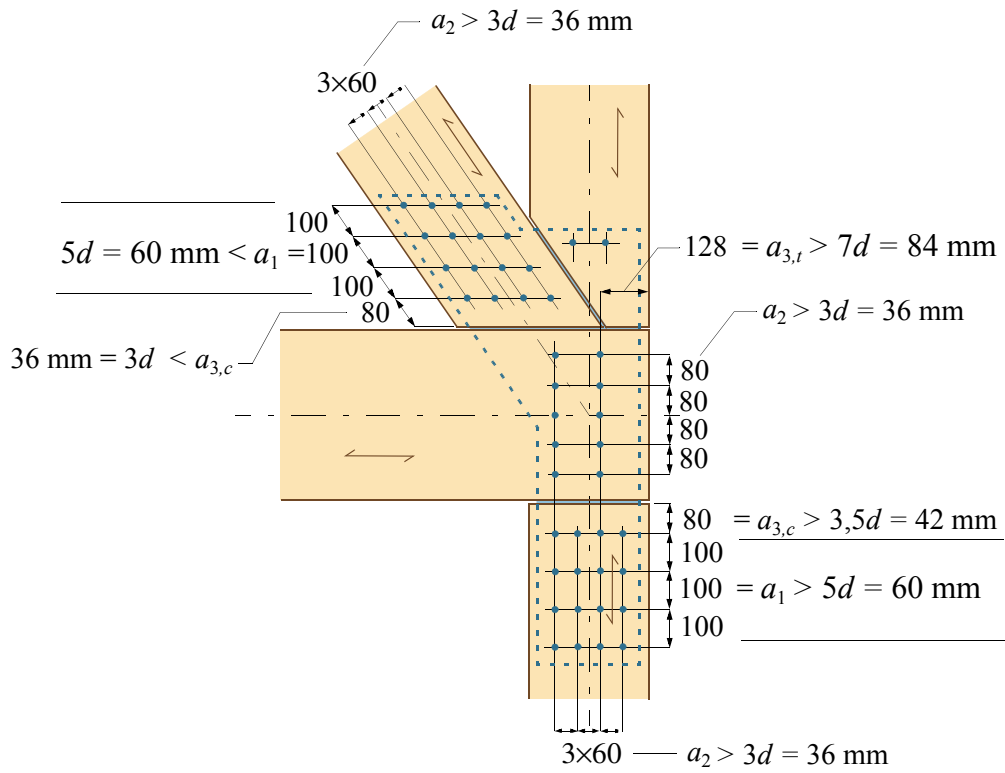
eller

ved en ren dybelforbindelse hvor alle krefter går i de innslissede dybelplatene.

Med tanke på montasjen er sannsynligvis den første metoden å foretrekke. Vi velger imidlertid den siste løsningen.

Hver komponent må overføre sine (aksial-) krefter til dybelplatene. For alle komponentene er kreftene parallelle med fiberretningen. Det betyr at hver enkelt dybel har en dimensjonerende kapasitet på 79,3 kN.

Dersom dyblene i en rekke langs fiberretningen har en innbyrdes avstand (a_1) lik 100 mm vil antallet effektive dybler (n_{ef}) i en rekke med n dybler, i henhold



Oppbygging av tverrsnitt

til ligning (8.34) i EK5-1, være:

$$n = 2: n_{ef} = 1,67$$

$$n = 3: n_{ef} = 2,41$$

$$n = 4: n_{ef} = 3,11$$

$$n = 5: n_{ef} = 3,81$$

Diagonalen – 976 kN trykk

Nødvendig antall effektive dybler:

$$n_d = 976 / 79,3 = 12,3$$

Med 4 rekker som hver har 4 dybler vil $4 \times 3,11 = 12,4$ være effektive. **OK**

Vertikalen – 36 kN trykk

Her holder det med 2 dybler.

Undergurten – 561 kN strekk

Nødvendig antall effektive dybler:

$$n_g = 561 / 79,3 = 7,1$$

Med 5 rekker som hver har 2 dybler vil $5 \times 1,67 = 8,4$ være effektive. **OK**

Søylen – 843 kN trykk

Nødvendig antall effektive dybler:

$$n_s = 843 / 79,3 = 10,6$$

Med 4 rekker som hver har 4 dybler vil $4 \times 3,11 = 12,4$ være effektive. **OK**

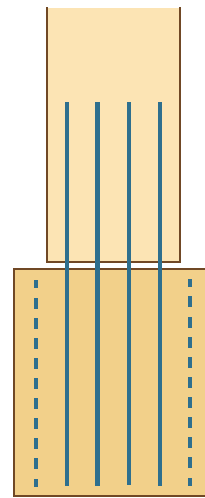
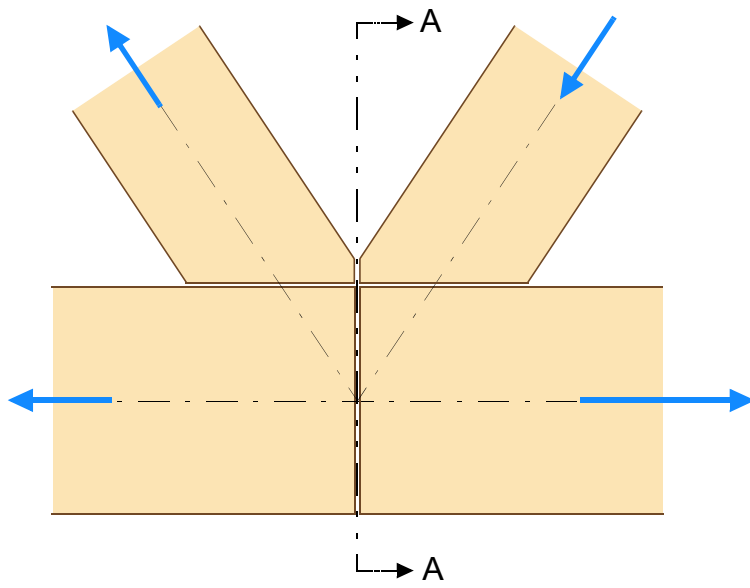
På motstående side er vist et forslag til dybelplassering som tilfredsstillende, med god margin, standardens krav til minsteavstender (se tabell 8.5 i EK5-1).

Kommentarer

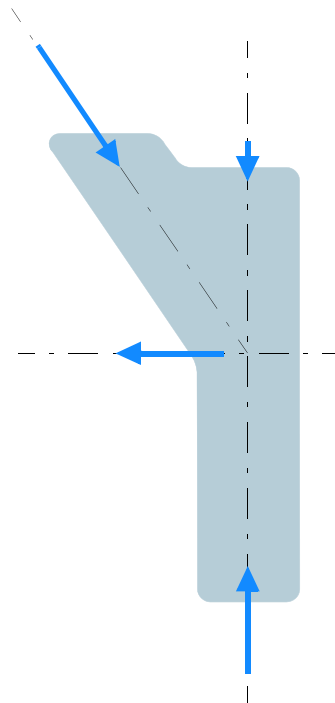
Først noen ord om plasseringen av slisseplatene. Vårt valg ble gjort uten tanke på hvordan disse slissene "produseres". Mens man tidligere sage ut slissene i den ferdig blokklimte komponenten, vil man i dag sannsynligvis frese ut slissene i komponentene før de blokklimes. På motstående side er det antydning hvordan tverrsnittene er tenkt produsert av 5 bjelker som blokklimes - figuren til venstre er hentet fra eksempel 11.

Det er tatt utgangspunkt i kurante bjelkebredder, nemlig 115 og 140 mm - de to ytterste bjelkene får en ved å splitte en 140 mm bjelke. For å gjøre prosessen så effektiv som mulig har en valgt å frese ut 11 mm spor i 4 av bjelkene, mens det ikke gjøres noe med den innerste bjelken. Dette fører til at tykkelsen av trestykkene mellom de innerste stålplatene varierer fra 104 mm, for to av dem, og 115 mm for den midterste.

Hva vil dette ha å si for beregningen av dybelens kapasitet? Dersom bruddform **m** er dimensjonerende også for en tykkelse på 104 mm, og det er den, vil begge



Snitt A - A



tretrykkelsene gi samme snittkapasitet siden tretrykkelsen ikke inngår i formelen for bruddform m . Det viktige ved plasseringen av platene er at den er symmetrisk om tverrsnittets midtplan. Dersom plasseringen resulterer i at forskjellige bruddformer er utslagsgivende i innersnittene bør en sørge for at dybelens samlede kapasitet er basert på kinematisk compatible bruddformer.

For det fagverket som er utgangspunkt for våre beregninger er plasseringen av strekk-skjøten (knutepunkt 1) naturlig (med tanke på at fagverket produseres og transporteres i to like halvdelar). Ulempen er selvsagt at skjøten er plassert der strekk-kraften er størst. Skjøten er derfor kritisk, og det vil være god ingeniørpraksis å ta litt godt i her. Ikke minst gjelder det kontrollen med hensyn til utrivning, dvs. kapasiteten til netto tverrsnitt. Feilvurderinger av denne type problem har ført til sammenbrudd av flere større trekonstruksjoner. Vi har vist en alternativ måte å utføre denne kontrollen på (i forhold til standardens informative tillegg om skjær-blokk-brudd); metoden er nok en smule konservativ, men den er basert på en logisk mekanisk tankegang. Viktigheten av denne type skjøter gjør at vi anbefaler metoden.

For større fagverk – eksempelvis trebruer – kan det bli aktuelt å skjote gurtene flere ganger, og praksis har ofte vært å legge slike skjøter i knutepunkter, som antydnet på motstående side. Dersom gurter og diagonaler/vertikaler har samme tverrsnittsbredde kan det være en grei måte å gjøre det på. Er derimot diagonalene smalere enn gurtene, som på motstående side, kan det bli vanskelig å utnytte hele gurtens bredde, om en ikke legger inn egne plater i gurten (vist stiplet i figuren). Uten disse ekstra platene i gurten kan skjøten bli meget lang, og faren for utrivning kan bli stor. Men med de ekstra platene i gurten blir kraftbildet mer komplisert.

En løsning er selvsagt å flytte selve gurt-skjøten til et område mellom to knutepunkter. Det gir en enkel og oversiktlig skjøte som, om den flyttes til venstre i figuren, også vil måtte overføre en mindre kraft enn om den plasseres i knutepunktet.

Vi bør presisere at vi har konsentrert oss om det som har med trevirket å gjøre. For en fullstendig kontroll må selvsagt også stålet, dvs. dybler og plater, kontrolleres. Videre har vi bare antydnet størrelse og form på stålplatene, og de er skissert med skarpe/spisse hjørner. Praksis er å produsere platene med avrundede hjørner, se motstående side.

I alle sammenføyninger bør en tilstrebe at systemlinjene skjærer hverandre i samme punkt, for å unngå eksentrisiteter. Hvis ikke må eksentrisiteten tas med i den statiske beregningsmodellen av konstruksjonen.

Den statiske beregningen vi har lagt til grunn (se figur 21.2) er basert på at alle forbindelser er momentfrie. For aksialkreftene i fagverket er dette en helt kurant forenkling som ikke har nevneverdig betydning. Men forbindelser som er basert på innslossene stålplater (eller lasker) og dybler, vil helt klart overføre momenter, momenter som vår modell underslår. Hadde vi modellert alle komponentene som bjelker (også diagonalene) og alle forbindelsene som bøyingsstive, ville vi fått omtrent de samme aksialkreftene som de vi har vist i figur 21.2. Men

vi ville også ha fått momenter i endene på komponentene som møtes i knutepunktet, også diagonalene. Hvilken av de to modellene som er nærmest sannheten kan diskuteres, men det er neppe tvil om at vi underslår noen mindre momenter. Hvordan ta hensyn til momenter vi ikke kjenner størrelsen på? Den forsiktede ingeniør vil kanskje si at hun/han ikke vil utnytte mer enn ca. 90% av forbindelsens kapasitet, når denne er bestemt på grunnlag av en modell som ikke gir momenter i forbindelsen.

Helt til slutt en viktig påminnelse: Forbindelser som de vi har diskutert i dette eksemplet handler om likevekt. Sørg for at alle komponentene som møtes i knutepunktet kan overføre sin største opptredende kraft til slisseplatene. Unntaket er trykk-krefter som tas ved direkte kontaktrykk, enten via tre mot tre eller via acryl-mørtel som injiseres i en 20-30 mm glipe og som tar hele trykkraften når den herdner. Ved bruk av kraftoverførende mørtel bør forbindelsen ha minst så mange dybler at de alene kan overføre konstruksjonens samlede egenvektsbelastning.

Referanser

- [1] *Limtreboka 2015*, Norske Limtreprodusenters Forening, <http://limtreforeningen.no>
- [2] *Limträhandbok Del 3 - Dimensjonering av limträkonstruksjoner*, Föreningen Sveriges Skogsindustrier, 2016
- [3] K. BELL: *Dimensjonering av trekonstruksjoner*, Fagbokforlaget, 2017.
- [4] *Mekaniske treforbindelser - dimensjonering*, Håndbok fra Treteknisk, 2007
- [5] PT SC5T1 3rd Draft Design of Reinforcement 2017-10-30, CEN/TC 250/SC 5/WG 7 N55

Norske Limtreprodusenters Forening

